

Daniel Ch. von Grünigen

Digitale Signalverarbeitung

mit einer Einführung in die
kontinuierlichen Signale und Systeme



5., neu bearbeitete Auflage



HANSER



Blieben Sie auf dem Laufenden!

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter

www.hanser-fachbuch.de/newsletter

Daniel Ch. von Grünigen

Digitale Signalverarbeitung

mit einer Einführung in die
kontinuierlichen Signale und Systeme

5., neu bearbeitete Auflage

Mit 249 Bildern, 125 Beispielen, 82 Aufgaben



Fachbuchverlag Leipzig
im Carl Hanser Verlag

Autor:

Prof. Dr. sc. techn. ETH Daniel Ch. von Grünigen
Bernere Fachhochschule, Hochschule für Technik und Informatik Burgdorf



Alle in diesem Buch enthaltenen Programme, Verfahren und elektronischen Schaltungen wurden nach bestem Wissen erstellt und mit Sorgfalt getestet. Dennoch sind Fehler nicht ganz auszuschließen. Aus diesem Grund ist das im vorliegenden Buch enthaltene Programm-Material mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Autor und Verlag übernehmen infolgedessen keine Verantwortung und werden keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Art aus der Benutzung dieses Programm-Materials oder Teilen davon entsteht.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

ISBN: 978-3-446-44079-1

E-Book-ISBN: 978-3-446-43991-7

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Buches, oder Teilen daraus, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – mit Ausnahme der in den §§ 53, 54 URG genannten Sonderfälle –, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© 2014 Carl Hanser Verlag München

Internet: <http://www.hanser-fachbuch.de>

Lektorat: Franziska Jacob, M.A., Mirja Werner, M.A.

Herstellung: Dipl.-Ing. (FH) Franziska Kaufmann

Satz: Daniel Ch. von Grünigen

Produktion der DSV-Programme: Ivo Oesch (dipl. El. Ing. FH)

Coverconcept: Marc Müller-Bremer, www.rebranding.de, München

Coverrealisierung: Stephan Rönigk

Druck und Bindung: Pustet, Regensburg

Printed in Germany

**»Der Weltuntergang steht bevor,
aber nicht so, wie Sie denken.
Dieser Krieg jagt nicht alles in die Luft,
sondern schaltet alles ab.«**



Tom DeMarco
Als auf der Welt das Licht ausging

ca. 560 Seiten. Hardcover
ca. € 19,99 [D] / € 20,60 [A] / sFr 28,90
ISBN 978-3-446-43960-3
Erscheint im November 2014

**Hier klicken zur
Leseprobe**

Sie möchten mehr über Tom DeMarco und seine Bücher erfahren.
Einfach reinklicken unter www.hanser-fachbuch.de/special/demarco

Vorwort

Die *digitale Signalverarbeitung* (DSV), d. h. das Verarbeiten von Signalen mittels digitaler Rechner, hat in den letzten dreißig Jahren einen ungeheuren Aufschwung erlebt. Der Grund dafür liegt bei den leistungsfähigen und preiswerten Computern, die seit den Achtzigerjahren zur Verfügung stehen sowie in der fundierten Theorie, die Forscherinnen und Forscher in den letzten Jahrzehnten erarbeitet haben, und schließlich in den attraktiven Anwendungen, die je länger je mehr Eingang in unseren Alltag finden. Die digitale Signalverarbeitung wird sich in den Bereichen Software, Technologie, Theorie und Anwendungen rasch weiterentwickeln, so dass es für jeden Ingenieur, Physiker und Informatiker lohnenswert ist, sich in den Grundlagen dieses Fachgebiets auszukennen.

Die digitale Signalverarbeitung ist eine vorwiegend mathematisch orientierte Disziplin und es bereitet deshalb vielen Studenten und Praktikern Mühe, den Einstieg zu finden. Um den Zugang zu erleichtern, verzichte ich unter Angabe von Literaturstellen auf viele Herleitungen und lege das Gewicht auf die Interpretation und Illustration der Resultate. Andererseits ist es mir ein Anliegen, die Ergebnisse mathematisch korrekt und in Übereinstimmung mit der maßgebenden Fachliteratur zu präsentieren. Zudem lege ich Wert auf die Verwendung der Matrizenrechnung, weil ich glaube, dass sie zukünftig für die DSV unentbehrlich ist. Beispiele für die Verwendung der Matrizenrechnung sind MATLAB[®] und LabVIEW, zwei weit verbreitete Programm-Systeme, welche digitale Signale in Form von Zeilen- oder Spaltenmatrizen verarbeiten.

Mein Grundlagenbuch richtet sich an Studierende, Ingenieure, Physiker und Informatiker, die sich für die DSV interessieren oder Probleme aus diesem Aufgabenkreis zu lösen haben. Bezüglich der Mathematik werden Kenntnisse vorausgesetzt, wie sie an Technischen Universitäten, Hoch- und Fachhochschulen in den ersten vier Semestern gelehrt werden. Ich möchte aber auch Leser und Leserinnen ohne tiefe Mathematikkenntnisse motivieren, in das zukunftssträchtige Gebiet der digitalen Signalverarbeitung einzusteigen, und bemühe mich daher, den Stoff so anschaulich wie möglich zu präsentieren. Dennoch darf nicht verschwiegen werden, dass die Mathematik für ein gründliches Verstehen unerlässlich ist und vom Studierenden deshalb die Bereitschaft vorausgesetzt wird, sich mit anspruchsvollem, aber faszinierendem Stoff auseinanderzusetzen.

Das Buch gliedert sich in acht Kapitel: In einer Einführung werden die praktischen Aspekte der DSV aufgezeigt. Im darauf folgenden Kapitel werden kontinuierliche Signale und Systeme im Zeit- und Bildbereich beschrieben. Der Übergang vom kontinuierlichen zum diskreten Signal und umgekehrt wird im anschließenden Kapitel erläutert. Danach folgt eine Behandlung von diskreten Signalen und Systemen, die u. a. die z -Transformation beinhaltet. Das fünfte Kapitel führt in die Theorie der stochastischen Signale ein und zeigt, wie Korrelationsfunktionen geschätzt werden. In den drei letzten Kapiteln werden die klassischen Anwendungen der DSV präsentiert: die diskrete Fourier-Transformation, die Digitalfilter und die digitalen Signalgeneratoren.

Das Buch will mehrere Zwecke erfüllen:

- Es soll ein Lehrbuch für die Grundlagen der angewandten digitalen Signalverarbeitung sein. Deshalb gibt es zu jedem Kapitel Übungen, deren Lösungen sich auf der Website <http://labs.hti.bfh.ch/dsv> befinden. Zum vollständigen Lösen der Aufgaben wird die Studenten- oder Vollversion von MATLAB 6.1 oder höher inklusive der Signal Processing Toolbox¹ vorausgesetzt. Zum Studium des Buches ist das Software-Paket jedoch nicht erforderlich.
- Es soll in der Praxis als Handbuch bei DSV-Aufgabenstellungen dienen. Es enthält unter anderem Richtlinien zum Entwurf von Bandbegrenzung- und Digitalfiltern, Anwendungsmöglichkeiten für Korrelationen, praktische Hinweise zur Durchführung von Fourier-Transformationen sowie Realisierungsvorschläge für Signalgeneratoren.
- Es soll als Nachschlagebuch für grundlegende Begriffe aus der digitalen Signalverarbeitung behilflich sein. Zu diesem Zweck ist ein umfangreiches Verzeichnis von deutschen *und* englischen Stichworten beigefügt.
- Es soll ein Einsteigerbuch sein für Studierende, die sich eine solide Grundausbildung in der digitalen Signalverarbeitung aneignen wollen, um sich später Spezialgebieten der DSV zuzuwenden. Ich denke dabei an die Sprach- und Bildverarbeitung, die adaptiven Filter, die digitale Kommunikation, die digitale Regelungstechnik, etc.
- Es soll als Manual zu einem DSV-Praktikum einsetzbar sein. Im Anhang sind MATLAB-Programme beschrieben, mit denen man Digitalfilter und Signalgeneratoren entwerfen, simulieren und über die Soundkarte realisieren kann. In der Programmsammlung findet sich zudem das MATLAB unabhängige PC-Programm `spsound`, das mittels der Soundkarte die Echtzeitrealisierung von digitalen Filtern und Signalgeneratoren erlaubt.

¹<http://www.mathworks.com>

Die meisten Simulationen und Berechnungen wurden mit MATLAB durchgeführt. Diese Software ist für die digitale Signalverarbeitung sehr geeignet, da sie Aufgabenstellungen aus dem Bereich der numerischen Mathematik zuverlässig und schnell löst und ausserdem eine Signal-Processing-Toolbox zur Bearbeitung von DSV-Aufgaben enthält. Mithilfe sogenannter M-Files kann der Anwender massgeschneiderte Programme mit MATLAB-Befehlen schreiben, falls er eigene Simulationen und Berechnungen durchführen will. M-Files und weitere Software, welche für das vorliegende Lehrbuch erstellt wurden, sind unter der Internet-Adresse <http://labs.hti.bfh.ch/dsv> verfügbar.

An der Entstehung dieses Lehrbuchs haben einige Personen mitgewirkt. Allen voran Herr Ivo A. Oesch, dipl. El.Ing. FH, der den Simulator und das PC-Programm `spsound` entworfen und programmiert hat. Die Mehrzahl der Zeichnungen wurden von Herrn D. Hadorn erstellt und von der ehemaligen Gesellschaft für Fachpublikationen des Hochschulstandorts Burgdorf gesponsert. Mitgearbeitet haben auch Studentinnen und Studenten in Form von Projektarbeiten, die von Ivo A. Oesch hervorragend betreut wurden. Ihnen allen möchte ich danken. Ein herzliches Dankeschön geht auch an den Hanser Verlag für die gute Zusammenarbeit.

Burgdorf, im Februar 2014
Daniel Ch. von Grünigen

Bemerkungen zur 5. Auflage

Das Buch in der 5. Auflage ist eine erweiterte und vollständig überarbeitete Version der 4. Auflage. Neu ist – neben vielen Beispielen und Aufgaben – das Kapitel 3 ‘Signalabtastung und Signalrekonstruktion’, das vorher in eingeschränkter Form in Kapitel 2 integriert war. Verzichtet wurde dagegen auf den Codegenerator für den DSP-Starterkit TMS320VC5510-DSK von Texas-Instruments. An seiner Stelle wurde zur Realisierung von digitalen Filtern und Signalgeneratoren das PC-Programm `spsound` entwickelt. Dieses Programm erlaubt die Eingabe von Digitalfiltern, die Darstellung ihres Amplitudengangs, die Generierung und die Filterung von Signalen, die Berechnung ihrer Spektren und die Ausgabe via Soundkarte. Das Programm ist lauffähig unter Windows XP und Windows 7 und kann von der URL <http://labs.hti.bfh.ch/dsv> heruntergeladen werden.

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|-----------|
| Vorwort | V |
| 1 Einführung | 1 |
| 1.1 Grundlagen | 1 |
| 1.2 Der Signalprozessor als Digitalrechner | 5 |
| 1.3 Anwendungsbeispiele | 7 |
| 1.3.1 Korrelation | 8 |
| 1.3.2 Diskrete Fourier-Transformation | 9 |
| 1.3.3 Digitale Filterung | 11 |
| 1.3.4 Signalerzeugung | 12 |
| 1.4 Vor- und Nachteile der DSV | 14 |
| 1.4.1 Vorteile der digitalen Signalverarbeitung | 14 |
| 1.4.2 Nachteile der digitalen Signalverarbeitung | 15 |
| 2 Kontinuierliche Signale und Systeme | 17 |
| 2.1 Charakterisierung von Signalen | 17 |
| 2.1.1 Elementarsignale | 17 |
| 2.1.2 Kontinuierliche und diskrete Signale | 21 |
| 2.1.3 Deterministische und stochastische Signale | 21 |
| 2.1.4 Periodische, kausale, gerade und ungerade Signale | 22 |
| 2.1.5 Reelle und komplexe Signale | 24 |
| 2.1.6 Energie- und Leistungssignale | 26 |
| 2.1.7 Orthogonale Signale | 28 |
| 2.2 Fourier-Reihe und Fourier-Transformation | 29 |
| 2.2.1 Fourier-Reihe | 29 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 2.2.2 | Fourier-Transformation | 33 |
| 2.2.3 | Eigenschaften der Fourier-Transformation | 40 |
| 2.3 | Faltung und Korrelation von Signalen | 51 |
| 2.3.1 | Faltung von Signalen | 51 |
| 2.3.2 | Korrelation von Signalen | 55 |
| 2.4 | Die Laplace-Transformation | 57 |
| 2.4.1 | Definition und Beispiele | 57 |
| 2.4.2 | Vergleich der Laplace- mit der Fourier-Transformation | 60 |
| 2.5 | Kontinuierliche Systeme | 65 |
| 2.5.1 | Grundlagen | 65 |
| 2.5.2 | Impulsantwort und Faltung | 66 |
| 2.5.3 | Frequenzgang und Übertragungsfunktion | 69 |
| 2.5.4 | Differentialgleichung und Übertragungsfunktion | 80 |
| 2.5.5 | Bandbreite und Zeitspezifikationen | 86 |
| | Aufgaben | 88 |
| 3 | Signalabtastung und Rekonstruktion | 93 |
| 3.1 | Abtastung | 93 |
| 3.2 | Signalrekonstruktion | 97 |
| 3.2.1 | Ideale Rekonstruktion und Abtasttheorem | 97 |
| 3.2.2 | Signalrekonstruktion mittels Halteglied | 101 |
| 3.2.3 | Rekonstruktion mittels linearer Interpolation | 103 |
| 3.3 | Antialiasing- und Glättungsfilter | 105 |
| 3.3.1 | Antialiasingfilter | 105 |
| 3.3.2 | Glättungsfilter | 107 |
| | Aufgaben | 108 |
| 4 | Zeitdiskrete Signale und Systeme | 111 |
| 4.1 | Zeitdiskrete Signale | 111 |
| 4.1.1 | Grundlagen | 111 |
| 4.1.2 | Zeitdiskrete Elementarsignale | 113 |
| 4.1.3 | Periodische und kausale diskrete Signale | 114 |
| 4.1.4 | Diskrete Energie- und Leistungssignale | 115 |
| 4.2 | Lineare zeitinvariante diskrete Systeme | 120 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 4.2.1 | Grundlagen | 120 |
| 4.2.2 | Impulsantwort | 121 |
| 4.2.3 | Diskrete Faltung | 122 |
| 4.3 | Die z-Transformation | 125 |
| 4.3.1 | Von der Fourier- zur z-Transformation | 125 |
| 4.3.2 | Eigenschaften der z-Transformation | 128 |
| 4.3.3 | Frequenzgang und Übertragungsfunktion | 130 |
| 4.4 | Nichtrekursive und rekursive Systeme | 135 |
| 4.4.1 | Differenzgleichung | 135 |
| 4.4.2 | Übertragungsfunktion | 140 |
| | Aufgaben | 143 |
| 5 | Zeitdiskrete stochastische Signale | 147 |
| 5.1 | Die Zufallsvariable | 147 |
| 5.2 | Erwartungswerte | 151 |
| 5.3 | Stochastische Signale | 156 |
| 5.3.1 | Mittelwert und Korrelation stochastischer Signale | 158 |
| 5.3.2 | Stationäre und ergodische Signale | 159 |
| 5.4 | Leistungsdichtespektrum und Filterung | 164 |
| 5.4.1 | Leistungsdichtespektrum | 164 |
| 5.4.2 | Filterung stochastischer Signale | 166 |
| 5.5 | Schätzung von Erwartungswerten | 169 |
| 5.5.1 | Eigenschaften von Schätzfunktionen | 169 |
| 5.5.2 | Schätzung des Mittelwerts und der Korrelationsfunktion | 171 |
| | Aufgaben | 177 |
| 6 | Diskrete Fourier-Transformation | 181 |
| 6.1 | Einführung | 181 |
| 6.1.1 | Motivation | 181 |
| 6.1.2 | Definition | 182 |
| 6.2 | Interpretationen und Eigenschaften der DFT | 183 |
| 6.2.1 | Matrix-Interpretation der DFT | 183 |
| 6.2.2 | Die DFT-Koeffizienten als Korrelationen | 185 |
| 6.2.3 | Graphische Interpretation | 186 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 6.2.4 | Eigenschaften der DFT | 187 |
| 6.3 | Die DFT als Approximation | 188 |
| 6.3.1 | Die DFT als Approximation der Fourier- Transformierten | 189 |
| 6.3.2 | Die DFT als Approximation der Fourier-Reihe | 190 |
| 6.3.3 | Die DFT als Approximation der DTFT | 191 |
| 6.4 | Die Berechnung der DFT mittels der FFT | 192 |
| 6.5 | Der Goertzel-Algorithmus | 196 |
| 6.5.1 | Herleitung | 197 |
| 6.5.2 | Der Goertzel-Algorithmus als dezimierendes Bandpassfilter | 199 |
| 6.6 | Fensterung | 202 |
| 6.6.1 | Die DFT periodischer Signale | 202 |
| 6.6.2 | Mathematische Interpretation der Fensterung | 204 |
| 6.6.3 | Fensterung und spektrale Auflösung | 205 |
| 6.6.4 | Fensterfunktionen | 206 |
| 6.7 | Die praktische Durchführung der DFT | 212 |
| 6.7.1 | Die Wahl der Abtastfrequenz | 212 |
| 6.7.2 | Die Wahl der Anzahl Abtastwerte | 213 |
| 6.7.3 | Beispiele | 215 |
| 6.7.4 | Fazit | 222 |
| | Aufgaben | 222 |
| 7 | Digitalfilter | 227 |
| 7.1 | Einführung | 227 |
| 7.1.1 | Echtzeitsystem zur digitalen Filterung | 227 |
| 7.1.2 | Filterfunktionen | 228 |
| 7.1.3 | Das Digitalfilter als LTI-System | 231 |
| 7.2 | Eigenschaften und Strukturen digitaler Filter | 234 |
| 7.2.1 | Eigenschaften und Strukturen von FIR-Filtern | 234 |
| 7.2.2 | Eigenschaften und Strukturen von IIR-Filtern | 240 |
| 7.3 | Entwurf digitaler Filter | 247 |
| 7.3.1 | Einführung | 247 |
| 7.3.2 | Entwurf von FIR-Filtern | 250 |
| 7.3.3 | Entwurf von IIR-Filtern | 254 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 7.4 | Nichtideale Effekte bei Digitalfiltern | 258 |
| 7.4.1 | Zahlendarstellungen | 258 |
| 7.4.2 | Quantisierung bei der Analog-Digital-Wandlung | 262 |
| 7.4.3 | Quantisierung der Filterkoeffizienten | 266 |
| 7.4.4 | Überlauf und Quantisierung von Zwischen- ergebnissen | 269 |
| 7.4.5 | Skalierung zur Verhinderung von Überläufen | 272 |
| 7.4.6 | Quantisierungsrauschen | 276 |
| 7.4.7 | Zusammenfassung | 281 |
| 7.5 | Realisierung digitaler Filter | 283 |
| 7.5.1 | Vorgehen zur Realisierung eines Digitalfilters | 283 |
| 7.5.2 | Anwendungsbeispiel | 287 |
| | Aufgaben | 291 |
| 8 | Signalgeneratoren | 301 |
| 8.1 | Einfache Signalgeneratoren | 301 |
| 8.1.1 | Sägezahngenerator | 302 |
| 8.1.2 | Rechteckgenerator | 304 |
| 8.1.3 | Dreieckgenerator | 306 |
| 8.2 | Direkte digitale Synthese | 308 |
| 8.3 | Polynomapproximation | 310 |
| 8.4 | Impulsantwort-Generatoren | 316 |
| 8.4.1 | Das stabile Digitalfilter als Signalgenerator | 316 |
| 8.4.2 | Das instabile Digitalfilter als Sinusoszillator | 317 |
| 8.4.3 | Kombinierter Sinus-Cosinus-Oszillator | 319 |
| 8.5 | Rauschgeneratoren | 321 |
| 8.5.1 | Rauschgenerator mit gleichverteilten Abtastwerten | 321 |
| 8.5.2 | Rauschgenerator mit gaussverteilten Abtastwerten | 322 |
| 8.5.3 | Generator für farbiges Rauschen | 323 |
| | Aufgaben | 324 |
| A | Begleitdateien und Programme zum Buch | 327 |
| A.1 | Begleitdateien und Installation | 327 |
| A.2 | Das MATLAB-Programm <code>spfilt</code> | 329 |
| A.3 | Der MATLAB-Simulator <code>simdsp</code> | 333 |

| | | |
|-------|--|------------|
| A.4 | Das MATLAB-Programm <code>spsgen</code> | 335 |
| A.5 | Das Programm <code>spsound</code> | 338 |
| A.5.1 | Realisierung von Digitalfiltern mit <code>spsound</code> | 341 |
| | Literaturverzeichnis | 345 |
| | Sachwortverzeichnis | 349 |

Kapitel 1

Einführung

1.1 Grundlagen

Signale als Träger von Informationen spielen eine wichtige Rolle in unserem Alltag, wie die Beispiele Sprache, Musik, Video, biomedizinische Messdaten, Funksignale etc. zeigen. Liegen Signale in elektrischer Form vor, dann kann man sie elektronisch verarbeiten und man spricht dann von *Signalverarbeitung*. Unter der Verarbeitung von Signalen versteht man beispielsweise das Unterdrücken von Störungen, das Herausholen relevanter Informationen, die Signalumwandlung zwecks Übertragung oder Speicherung, usw.

In der Signalverarbeitung liegen Signale vor allem in drei Erscheinungsweisen vor (Bild 1.1): Erstens als Analogsignale (analoges Signal, engl: analog signal), zweitens als Abtastsignale (engl: sampled-data signal) und drittens als digitale Signale (engl: digital signal).

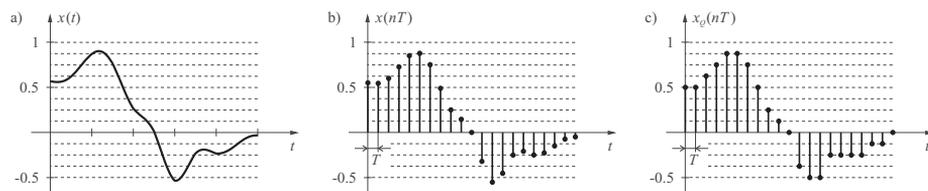


Bild 1.1: a) Analogsignal, b) Abtastsignal, c) digitales Signal

Ein analoges Signal – wie es beispielsweise in Form einer elektrischen Spannung am Ausgang eines Mikrofonverstärkers vorliegt – ist zeit- und wertekontinuierlich. Man spricht deshalb auch von einem kontinuierlichen Signal (engl: continuous signal). Im Gegensatz zum kontinuierlichen Signal ist das Abtastsignal nur für diskrete Zeitpunkte mit festem Abstand T auf der Zeitachse definiert,

wobei die Abtastwerte $x(nT)$ in den Abtastzeitpunkten nT mit dem Analogsignal $x(t)$ übereinstimmen. T ist die *Abtastperiode* (engl: sampling period) oder das Abtastintervall und der Reziprokwert $f_s = 1/T$ heisst *Abtastfrequenz* (engl: sampling frequency) oder Abtastrate (engl: sampling rate). Auf einem Computer kann man Abtastwerte nicht mit beliebiger Genauigkeit darstellen, sondern nur in Form von Zahlen endlicher Genauigkeit. Man spricht daher von einem digitalen Signal. Sowohl digitale wie auch Abtastsignale sind diskrete – oder genauer – zeitdiskrete Signale (engl: discrete time signal), wobei das Abtastsignal $x(nT)$ wertekontinuierlich und das digitale Signal $x_Q(nT)$ wertediskret oder – wie man auch sagt – quantisiert ist.

Vor Einführung des digitalen Computers wurden Signale vorwiegend mittels analoger Schaltungen verarbeitet. Das sind Schaltungen, die aus Bauelementen wie Verstärkern, Widerständen, Kondensatoren, etc. bestehen und die heute noch eingesetzt werden. Eine analoge Schaltung verarbeitet ein analoges Eingangssignal $x(t)$ zu einem analogen Ausgangssignal $y(t)$. Eine solche Signalverarbeitung wird deshalb *analoge Signalverarbeitung* genannt (Bild 1.2) und die dazugehörige Theorie wird unter dem Titel „kontinuierliche Signale und Systeme“ in Kapitel 2 zusammengefasst.



Bild 1.2: Analoge Signalverarbeitung

Seit dem Aufkommen leistungsfähiger und preisgünstiger Digitalrechner geht man je länger je mehr dazu über, Signale digital zu verarbeiten. Das kontinuierliche Signal $x(t)$ wird zuerst analog vorverarbeitet und anschliessend im Analog-Digital-Wandler in ein digitales Signal $x_Q(nT)$ überführt (Bild 1.3). Das digitale Eingangssignal besteht aus einer Folge von Zahlenwerten, die auf dem Digitalrechner zu einer Ausgangsfolge von Zahlenwerten verarbeitet werden. Die Rechenvorschrift, nach der die Eingangsfolge zu einer Ausgangsfolge verarbeitet wird, heisst Algorithmus. Dieser ist in Form eines Programms auf dem Digitalrechner (Computer) implementiert. Das digitale Ausgangssignal $y_Q(nT)$ gelangt auf einen Digital-Analog-Wandler, wo es wiederum in ein analoges Signal umgewandelt wird. Dieses Signal wird schließlich, falls erforderlich, noch analog zum Ausgangssignal $y(t)$ nachverarbeitet.

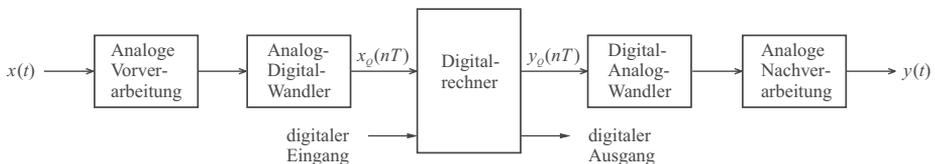


Bild 1.3: Digitale Signalverarbeitung: Beispiel eines Echtzeit-Systems

Das Verarbeiten digitaler Signale nennt man *digitale Signalverarbeitung*, abgekürzt DSV (engl: digital signal processing). Bild 1.3 zeigt ein DSV-Echtzeit-System, d. h. ein System, dessen Eingang und Ausgang mit einer festen Taktrate betrieben werden und dessen Kern der Digitalrechner ist. Im Block „Analoge Vorverarbeitung“ wird das analoge Eingangssignal – falls notwendig – verstärkt, amplitudenbegrenzt und gefiltert. Dieser Block und der AD-Wandler entfallen, falls das zu verarbeitende Signal digital erzeugt wurde. Oft sind auch der DA-Wandler und die analoge Nachverarbeitung überflüssig, weil die digitale Signalform für die Speicherung, Darstellung oder Weiterverarbeitung vielfach geeigneter ist.

In Bild 1.4 ist das Signalprozessor-Starterkit TMS320VC5510-DSK von Texas Instruments als Beispiel eines DSV-Echtzeit-Systems abgebildet. Es dient als Evaluations-Kit und eignet sich zur Verarbeitung von Audiosignalen (Filter- und Signalgeneratorprogramme dazu sind in Lit.[vG08a] zu finden). Es hat vier analoge Eingänge, die je über ein einfaches Bandpassfilter dem Codec angeschlossen sind. Dieser beinhaltet Eingangs- und Ausgangsverstärker sowie je zwei AD- und DA-Wandler. Der Codec liefert vier Ausgangssignale, die bandpassgefiltert den vier Audioausgängen zugeführt werden.

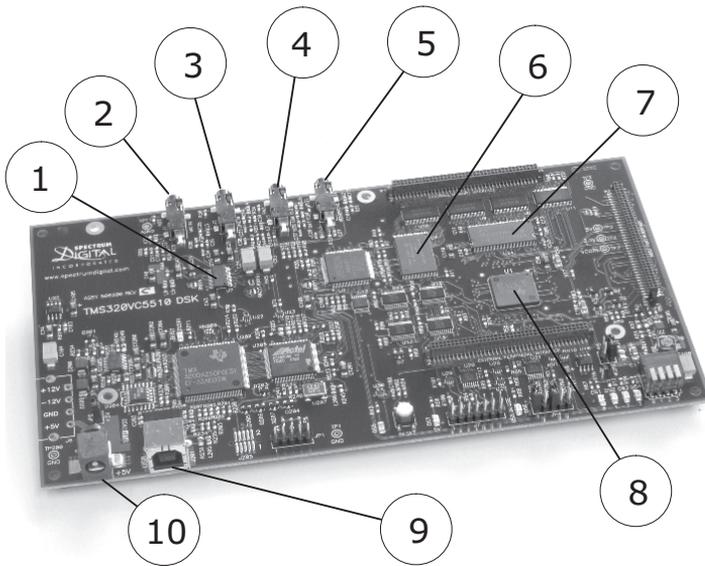


Bild 1.4: Signalprozessor-Starterkit als DSV-Echtzeit-System: 1) Codec 2) Analoger Zweikanal-Eingang für Mikrofon, 3) Analoger Zweikanal-Eingang, 4) Analoger Zweikanal-Ausgang, 5) Analoger Zweikanal-Ausgang für Kopfhörer, 6) Flash-ROM mit Programm, 7) RAM, 8) Digitaler Signalprozessor TMS320VC5510, 9) USB-Schnittstelle 10) Anschluss für Speisung

Eine einfache DSV-Echtzeit-Anwendung zeigt Bild 1.5.

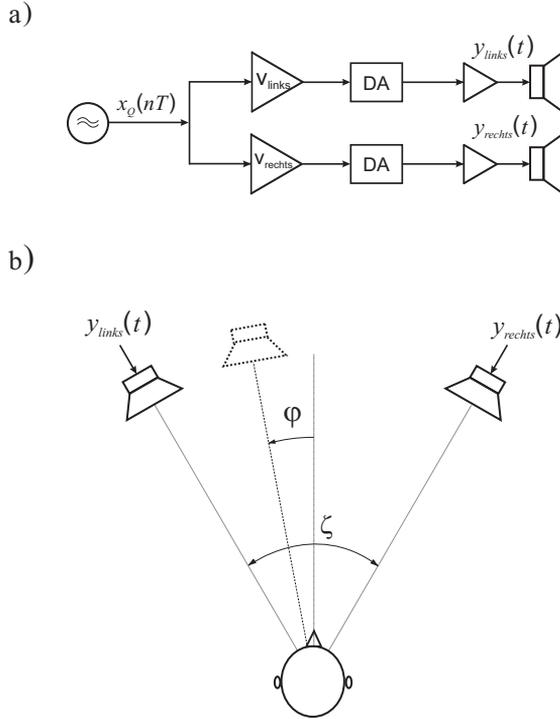


Bild 1.5: Realisierung einer virtuellen Schallquelle

Eine digitale Audioquelle $x_Q(nT)$ beaufschlagt zwei digitale Verstärker v_{links} und v_{rechts} . Deren diskrete Ausgangssignale werden digital-analog gewandelt und über zwei Audioverstärker an einen linken und rechten Lautsprecher geführt (Bild 1.5 a). Ordnet man aus Sicht des Hörers die Lautsprecher in einem Winkel von z. B. $\zeta = 60^\circ$ an und wählt man die Verstärkungen gemäß den Formeln $v_{links} = 0.5 + \varphi/\zeta$ und $v_{rechts} = 0.5 - \varphi/\zeta$, (wobei: $-\zeta/2 \leq \varphi \leq \zeta/2$) dann hört der Teilnehmer scheinbar *eine* Schallquelle aus der Winkelposition φ (Bild 1.5 b). Da sich in dieser Position aber kein Lautsprecher befindet, spricht man von einer *virtuellen* Schallquelle (siehe Seite 340, Punkt (25) für ein ausführbares Experiment). Ordnet man 6 Lautsprecher in Schritten von 60° kreisförmig an, so kann man durch geeignetes Ansteuern von je zwei Lautsprechern eine virtuelle Schallquelle im Vollwinkelbereich realisieren. Eine solche Konstellation wird beispielsweise in der Audiologie zur Überprüfung des Richtungshörens eingesetzt.

In Bild 1.6 ist das Blockschaltbild eines weiteren typischen DSV-Systems gezeichnet. Es handelt sich um ein digitales Datenerfassungssystem, das zur Signalanalyse mehrerer Signalquellen eingesetzt wird. Deren Signale werden

analog vorverarbeitet und anschliessend einem intern gesteuerten Vielfachschalter (Multiplexer) zugeführt. Der Ausgang des Multiplexers ist über den AD-Wandler mit dem Digitalrechner verbunden. Auf dem Digitalrechner, der beispielsweise aus einem Laptop besteht, werden die vorverarbeiteten und abgetasteten Signale analysiert, digital gespeichert und auf dem Bildschirm, einem Drucker oder Schreiber dargestellt. DSV-Datenerfassungssysteme sind meistens Nichtechtzeit-Systeme, d. h. Systeme, die im Offline-Betrieb arbeiten.

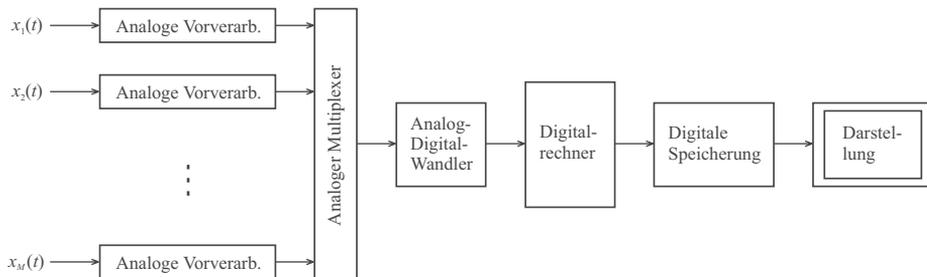


Bild 1.6: Digitale Signalverarbeitung: Beispiel eines Datenerfassungssystems

Es stellen sich hier diverse Fragen, beispielsweise: Wie ist ein Digitalrechner aufgebaut? Welches sind Anwendungen digitaler Signalverarbeitungssysteme? Wozu müssen die analogen Signale gefiltert werden und wie sind die entsprechenden Filter zu dimensionieren? Was heisst ‘abtasten’ und mit welcher Frequenz muss abgetastet werden? Was versteht man unter Signalanalyse und wie ist sie durchzuführen? Diese und weitere Fragen sollen in den folgenden Kapiteln beantwortet werden.

1.2 Der Signalprozessor als Digitalrechner

Wie bereits erwähnt, hat der Digitalrechner die Aufgabe, eine Folge von Eingangszahlen zu einer Folge von Ausgangszahlen zu verarbeiten. Wir werden später sehen, dass diese Verarbeitung vor allem darin besteht, die Zahlen der Eingangsfolge geeignet mit anderen Zahlen zu multiplizieren und zu addieren. Jeder Computer, der die Multiplikation und die Addition beherrscht, ist deshalb prinzipiell als Rechner zur Signalverarbeitung einsetzbar.

Ein Mikroprozessor ist eine integrierte Schaltung (Chip) mit einem Rechenwerk und einem Steuerwerk. Ergänzt man ihn mit einem Speicher, dann spricht man von einem Mikrocomputer. Ein einfacher Mikrocomputer ist in der sogenannten von-Neumann-Architektur aufgebaut, d. h. er besteht aus einem Prozessor und einem Speicher, die über einen Adressbus und einen Datenbus miteinander verbunden sind (Bild 1.7). Solche Mikrocomputer sind für die DSV zwar einsetzbar, nur sind sie aufwendig zu programmieren und langsam in der Ausführung. Ein Mikrocomputer, der sich für DSV-Aufgaben besser eignet, ist in der sogenannten Harvard-Architektur aufgebaut (Bild 1.8).

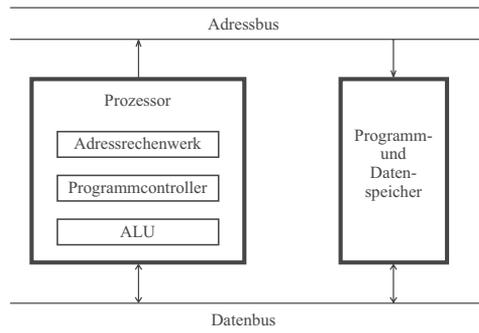


Bild 1.7: Mikrocomputer in von-Neumann-Architektur

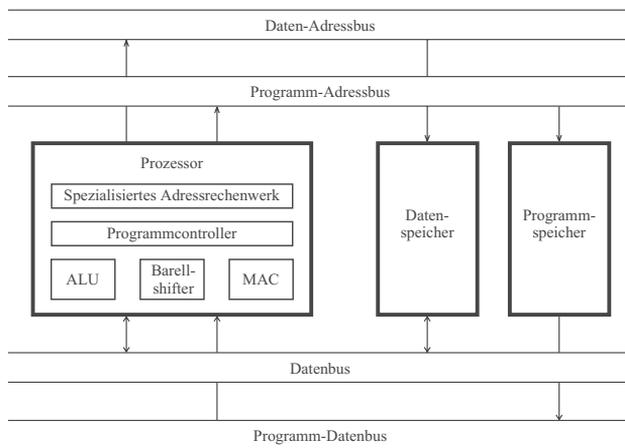


Bild 1.8: Mikrocomputer in Harvard-Architektur

In dieser Rechner-Architektur ist der Speicher in einen Daten- und in einen Programmspeicher aufgeteilt und an zwei separaten Adressbussen angeschlossen. Diese Aufteilung ermöglicht eine gleichzeitige Ausgabe von Daten aus den beiden Speichern und macht den Rechner schneller. Zudem enthält der Prozessor – auch CPU (engl: central processing unit) genannt – ein spezialisiertes Adressrechenwerk, um die Adressen für typische DSV-Aufgaben wie Filterung und Fourier-Transformation effizienter zu berechnen. Des Weiteren ist das Rechenwerk des Prozessors mit einem Barell-Shifter und einem MAC ergänzt. Der Barell-Shifter kann ein Datum innerhalb eines Registers um beliebig viele Stellen nach links oder nach rechts verschieben und der MAC (engl: Multiply/Accumulate) kann zwei Daten multiplizieren und zum Wert des Ergebnisregisters addieren (Bild 1.9). Wie bereits erwähnt, ist die MAC-Operation die häufigste DSV-Operation und sie sollte deshalb in einem Zyklus abgearbeitet werden können. Ein Mikrocomputer mit den aufgeführten Eigenschaften wird *digitaler Signalprozessor* oder kurz DSP (engl: Digital Signal Processor) genannt.

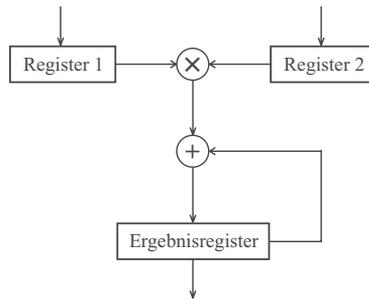


Bild 1.9: Aufbau eines MAC (Multiplizierer/Akkumulator)

Moderne DSPs haben komplexere CPUs und besitzen dementsprechend mehr als vier Busse. Der TMS320VC5510 beispielsweise enthält eine CPU mit drei Adresswerken, zwei ALUs und zwei MACs und sein Bussystem besteht aus sechs Bussen, vier zum Lesen und zwei zum Schreiben. Der DSP TMS320VC5510 wird mit 200 MHz getaktet und kann demzufolge zwei MAC-Operationen in 5 ns durchführen.

Die Forschung bei den Digitalrechnern geht sowohl in Richtung leistungsfähigere Architekturen wie auch in Richtung schnellere und stromsparendere Halbleiter-Technologien. Die Hersteller bemühen sich auch, die Programmierung komfortabel und effizient zu machen. In der Regel werden heute Signalprozessoren mit einfacher Architektur in Assembler und solche mit aufwendiger Architektur in einer Hochsprache wie C programmiert, wobei die Tendenz eindeutig zur Hochsprache geht. Mehr über digitale Signalprozessoren kann z. B. in Lit.[Dob04], [CR08] und [WWM11] nachgelesen werden.

1.3 Anwendungsbeispiele

Die diskrete Korrelation, die diskrete Fourier-Transformation, die digitale Filterung und die digitale Signalerzeugung sind die vier Standardoperationen der digitalen Signalverarbeitung. Mit diesen vier Grundoperationen lässt sich schon eine Vielzahl von Anwendungen realisieren, wie die Geschwindigkeitsmessung durch Korrelation, die Bestimmung von Oberwellen mittels der diskreten Fourier-Transformation, die Unterdrückung von Störungen in Nutzsignalen durch digitale Filterung und das Erzeugen von Rauschen zur Identifikation von Systemen. Leicht liesse sich diese Liste durch Dutzende von weiteren Anwendungen verlängern, wie Beispiele aus der Audiotechnik [Zö05], der Kommunikationstechnik [Rop06], der Biomedizin [Bru01], etc. zeigen.

Im Folgenden soll je ein typisches Anwendungsbeispiel aus den vier DSV-Grundgebieten vorgestellt werden. Theorie und Algorithmen werden später in den Kapiteln 3 bis 8 behandelt.

1.3.1 Korrelation

Eine typische Anwendung der Korrelation ist die Ortung einer Geräuschquelle. Als Beispiel dazu betrachten wir in Bild 1.10 eine Wasserleitung, bei der aus einem Leck Wasser strömt. Das Geräusch, das dabei entsteht, wird bei A und B gemessen und anschliessend werden die gemessenen Signale $x(t)$ und $y(t)$ miteinander korreliert. Das Ergebnis der Korrelation ist die Korrelationsfunktion $r_{xy}(\tau)$, die an der Stelle $\tau = \Delta\tau$ ein Maximum aufweist (Bild 1.10). In Abschn. 2.3.2 werden wir sehen, dass die Korrelationsfunktion $r_{xy}(\tau)$ ein Mass für die Übereinstimmung des Signals $x(t)$ mit dem Signal $y(t+\tau)$ ist, wobei $y(t+\tau)$ das um τ nach links verschobene Signal $y(t)$ ist.

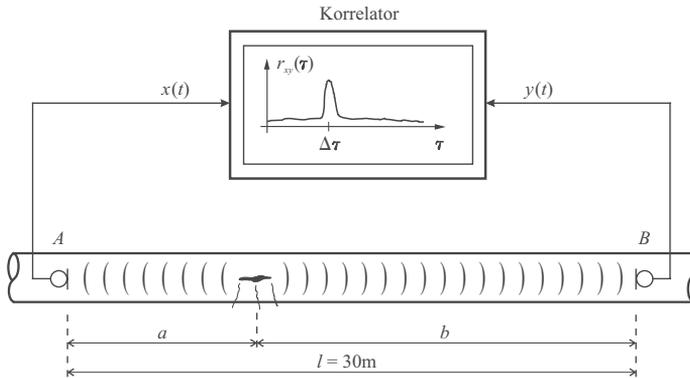


Bild 1.10: Ortung eines Lecks mithilfe eines Korrelators

Aus der Messanordnung in Bild 1.10 können wir folgende Formeln ableiten:

- Die Strecke, die der Schall vom Leck zum Messpunkt A zurücklegt, sei a und die Zeit, die er dafür benötigt, sei τ_a . Daraus folgt die Gleichung: $\nu\tau_a = a$, wobei ν die Schallgeschwindigkeit des Wassers ist (ca. 1480 m/s).
- Analog dazu gilt: $\nu\tau_b = b$.
- Die Differenz der beiden Gleichungen ergibt: $\nu(\tau_b - \tau_a) = b - a$.
- $\Delta\tau$ ist die Laufzeitdifferenz $\tau_b - \tau_a$. Die Korrelationsfunktion hat dann ihr Maximum an der Stelle $\tau = \Delta\tau$. (Gemäß Bild 1.11 ist $\Delta\tau = 1.52\text{ ms}$.)
- Aus Punkt 3 folgt: $\nu\Delta\tau = b - a$.
- Mit $b = l - a$ ergibt sich schließlich die gesuchte Strecke a zu:

$$a = 0.5(l - \nu\Delta\tau) = 13.88\text{ m}.$$

Kennt man die Schallgeschwindigkeit ν des Wassers, die Länge l der Wasserleitung und aus der Korrelationsmessung den Laufzeitunterschied $\Delta\tau$ der beiden Schallwellen, dann kann man die Position des Lecks somit aus der Formel oben berechnen.

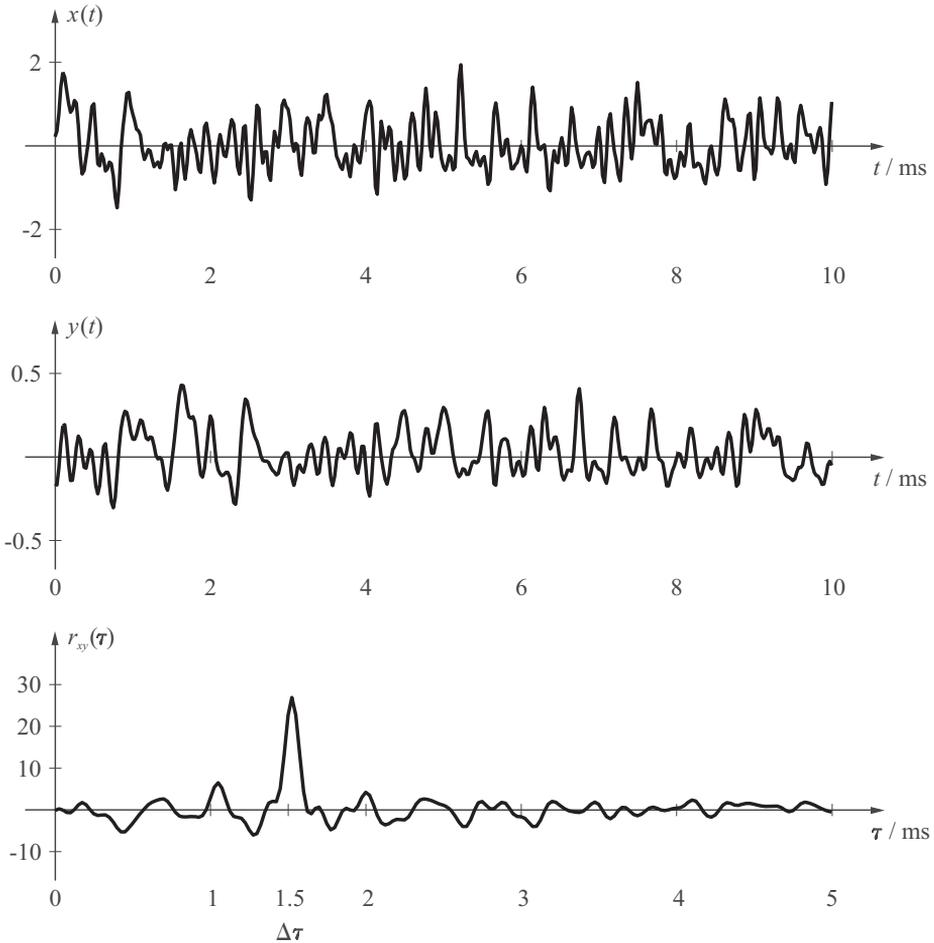


Bild 1.11: Die beiden Messsignale und ihre Korrelationsfunktion

1.3.2 Diskrete Fourier-Transformation

Bei der elektronischen Leistungssteuerung weicht der dem Netz entnommene Verbraucherstrom von der Sinusform ab. Der verzerrte Strom verursacht wegen der endlichen Netzimpedanz Verzerrungen in der Netzspannung. Um diese Netzspannungsverzerrungen unterhalb annehmbarer Grenzen zu halten, dürfen die Oberschwingungen des Stromes gewisse Grenzwerte nicht überschreiten. Die Oberschwingungen des Stromes können mithilfe der FFT (engl: Fast Fourier Transform) berechnet und als Spektrum dargestellt werden. In Bild 1.12 ist als Beispiel ein um 45° angeschnittener Sinusstrom mit der Amplitude von 1 A und der Frequenz von 50 Hz gezeichnet und darunter ist sein Spektrum im Bereich von 0 bis 2000 Hz dargestellt.

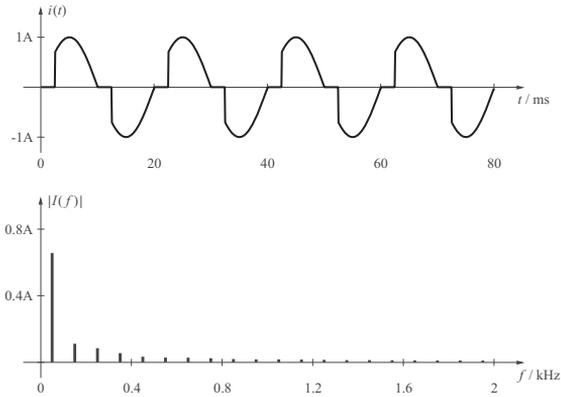


Bild 1.12: Angeschnittener Sinusstrom und sein Spektrum

Die Linien im Spektrum bei 50 Hz, 150 Hz, 250 Hz etc. bedeuten Folgendes: Der angeschnittene Sinusstrom in Bild 1.12 oben besteht aus einer Summe von Sinusströmen mit den Frequenzen 50 Hz, 150 Hz, 250 Hz etc. und den Effektivwerten von 0,66 A, 0,11 A, 0,08 A etc. Man kann auch sagen: Der angeschnittene Sinusstrom setzt sich zusammen aus einer Grundschwingung von 50 Hz mit dem Effektivwert von 0,66 A, einer Oberschwingung von 150 Hz mit dem Effektivwert von 0,11 A, einer Oberschwingung von 250 Hz mit dem Effektivwert von 0,08 A usw. Das Linienspektrum ist somit eine Information über die sinusförmige Zusammensetzung einer periodischen Grösse.

Es stellt sich die Frage, was das Spektrum mit einem unserer Grundthemen, nämlich der DFT (Diskrete Fourier-Transformation), zu tun hat. Wir werden später sehen, dass das Spektrum in unserem Beispiel gleich dem Betrag der DFT ist, multipliziert mit einem Skalierungsfaktor.

Wie bereits erwähnt, besteht wegen der unerwünschten Verzerrung der Netzspannung ein Interesse daran, das Spektrum und damit den Oberwellengehalt eines nichtsinusförmigen Verbraucherstroms zu ermitteln und zu analysieren. Ein solcher Analysator, dargestellt als Blockschaltbild in Bild 1.11, kann verhältnismässig einfach mit Mitteln der digitalen Signalverarbeitung aufgebaut werden [CSC98].

Der zu analysierende Netzstrom $i(t)$ fliesst über einen Messwiderstand zum Verbraucher. Der Spannungsabfall am Widerstand wird verstärkt, damit der AD-Wandler voll angesteuert werden kann. Der AD-Wandler tastet das tiefpassgefilterte Signal mit einer Abtastfrequenz von beispielsweise $f_s = 6.4$ kHz ab und wandelt die analogen Abtastwerte in Dualzahlen um. Das Tiefpassfilter verhindert sogenannte Rückfaltungsverzerrungen (engl: aliasing), d. h. Verzerrungen, die entstehen, wenn die Abtastbedingung verletzt wird. Dieses Filter wird deshalb häufig auch als Antialiasingfilter bezeichnet. Nach der AD-Wandlung wird eine bestimmte Anzahl (beispielsweise 1024) zeitlich aufeinanderfolgender Abtastwerte abgespeichert. Dieses „Herausschneiden“ einer bestimmten Anzahl

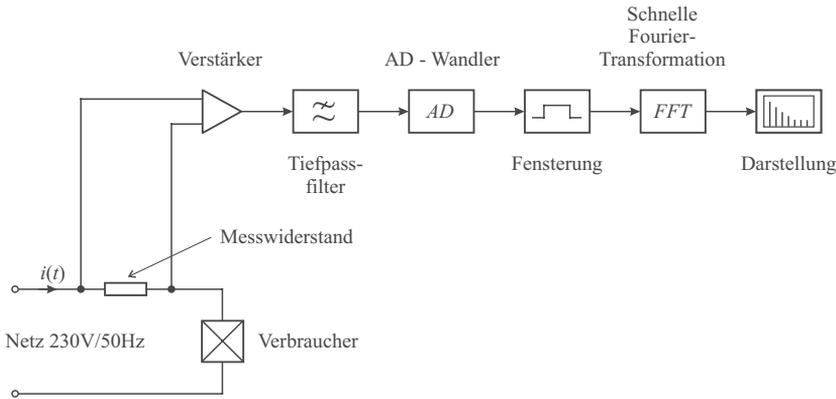


Bild 1.13: Blockschaltbild eines Spektrum- oder Oberschwingungs-Ansators

von Abtastwerten nennt man Rechteckfensterung. Die gespeicherten Abtastwerte werden nach der Methode der Schnellen Fourier-Transformation FFT (engl: Fast Fourier Transform) fouriertransformiert und nach einigen geringfügigen mathematischen Anpassungen als Spektrum dargestellt.

1.3.3 Digitale Filterung

Das EKG (Elektrokardiogramm) ist ein elektrisches Signal, welches durch die Aktivität des Herzens verursacht wird. Es kann in Form einer kleinen elektrischen Spannung mithilfe von Elektroden am Körper eines Patienten abgegriffen werden (Bild 1.14). Die Analyse des Elektrokardiogramms befähigt den Arzt, eine Diagnose über die Funktionsfähigkeit des Herzens zu stellen.

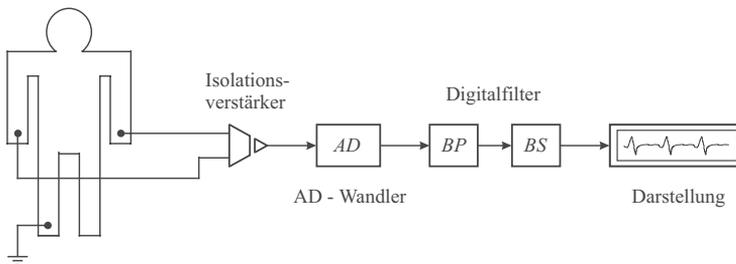


Bild 1.14: Blockschaltbild eines EKG-Ansators

Die EKG-Spannung im Bereich von $\pm 1\text{ mV}$ muss zuerst verstärkt werden, bevor sie dem AD-Wandler zugeführt wird. Würde man nun das verstärkte und abgetastete EKG direkt darstellen, dann erhielte man ein Diagramm, wie es in Bild 1.15 oben ersichtlich ist. Das dargestellte Signal besteht aus einem EKG,

welches durch verschiedene Störquellen verunreinigt und deshalb für eine Diagnose untauglich ist. Die tieffrequenten Störungen werden verursacht durch die mechanischen Bewegungen der Elektroden und die höherfrequenten Störungen durch die elektrische Aktivität der Muskeln. Zur Beseitigung dieser Störungen schaltet man deshalb ein digitales Bandpass-Filter BP ein, das die Frequenzbereiche unterhalb von 0.05 Hz und oberhalb von 100 Hz unterdrückt [Tom93]. Eine weitere, sehr gravierende Störung ist der 50-Hz-Brumm, welcher elektrisch und magnetisch über das Stromversorgungsnetz einkoppelt. Diese Störung wird durch ein schmalbandiges Bandsper-Filter BS unterdrückt (Bild 1.15). Das gefilterte und somit störfreie Signal ist im Bild 1.15 unten dargestellt. Aufgrund dieses sauberen Signals kann der Arzt nun seine Diagnose stellen.

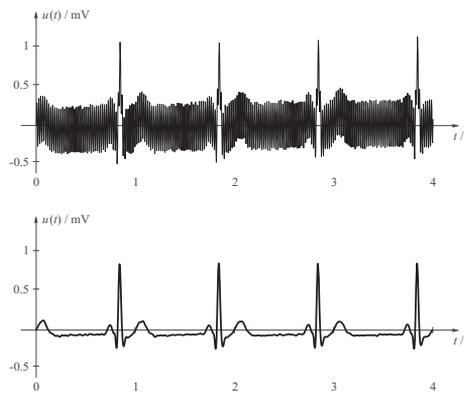


Bild 1.15: EKG ohne und mit Filterung

1.3.4 Signalerzeugung

Das heute übliche Signalisierungsverfahren in der Telefonie ist das DTMF-Verfahren (*Doppelton-Mehrfrequenz-Verfahren*). Beim DTMF-Verfahren wird beim Drücken einer Nummerntaste die Summe zweier Sinusschwingungen während 70 ms ausgesendet. In Bild 1.16 ist ein solches DTMF-Signal für die Ziffer 1 dargestellt. Es setzt sich aus zwei Sinusschwingungen mit den Frequenzen 697 Hz und 1209 Hz und den Effektivwerten 0.31 V und 0.39 V zusammen, wie das Spektrum in Bild 1.16 zeigt.

Jeder Taste des Telefontastenfeldes sind derart zwei Frequenzen zugeordnet, wie aus Bild 1.16 ersichtlich ist. Da die beiden Frequenzen im hörbaren Frequenzbereich liegen, sagt man auch, dass beim Drücken einer Taste ein Tonpaar ausgesendet wird.

Das Erzeugen von Sinusschwingungen ist eine typische Aufgabe der digitalen Signalverarbeitung und kommt in vielen Aufgabenstellungen vor. Es wird deshalb in Kapitel 8 „Signalgeneratoren“ eingehend beschrieben.

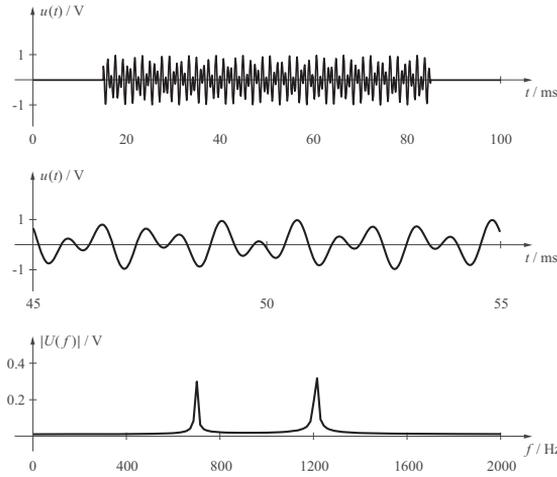


Bild 1.16: DTMF-Signal für die Ziffer 1: a) vollständiges Signal, b) Ausschnitt daraus, c) Spektrum

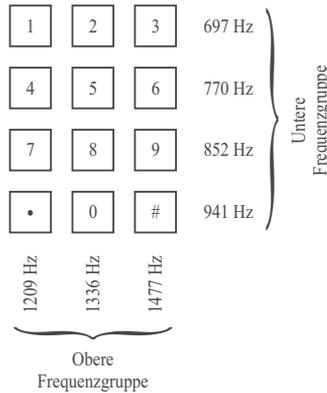


Bild 1.17: Telefontastatur mit den dazugehörigen DTMF-Tonpaaren

Der DTMF-Empfänger besteht grundsätzlich aus zwei Blöcken: einem Frequenzselektionsteil und einem Auswerteteil. Im Frequenzselektionsteil wird festgestellt, welches Tonpaar gesendet wurde und im Auswerteteil wird geprüft, ob das Tonpaar ein gültiges Zeichen darstellt oder ob es sich um Sprache oder eine Störung handelt. Die Frequenzselektion wird entweder mittels digitaler Filterung oder mithilfe des Goertzel-Algorithmus durchgeführt. Beides sind klassische DSV-Operationen, die ebenfalls im Buch behandelt werden.

1.4 Vor- und Nachteile der DSV

Systeme der digitalen Signalverarbeitung weisen gegenüber analogen Systemen Vor- und Nachteile auf, die im Folgenden etwas näher beleuchtet werden sollen.

1.4.1 Vorteile der digitalen Signalverarbeitung

Vorteile der Digitaltechnik

Die klassischen Vorteile der DSV sind die Vorteile, welche allen digitalen Systemen zu Eigen sind:

- Langzeit- und Temperaturstabilität.
- Hohe Genauigkeit bei grosser Wortbreite.
- Reproduzierbarkeit, d. h. alle produzierten Hardwaresysteme mit gleichen Baukomponententypen haben dieselben Eigenschaften.
- Wegfall von Abgleichmassnahmen.
- Hohe Zuverlässigkeit.
- Geringe Störempfindlichkeit.

Spezielle Signalverarbeitung

Viele Funktionen und Aufgaben aus dem Bereich der Signalverarbeitung können ausschließlich oder vorwiegend mittels der DSV realisiert bzw. gelöst werden. Beispiele dafür sind:

- Filter mit linearem Phasengang (Abschn. 7.2.1).
- Adaptive Filter, d. h. Filter, die ihre Koeffizienten automatisch einstellen. Anwendungsbeispiele sind adaptive Leitungsentzerrer, Echo-Kompensatoren, ADPCM (engl: Adaptive Differential Pulse Code Modulation), etc. [vG08b].
- Diskrete Korrelatoren und Spektrumanalysatoren (Abschn. 5.5.2 und Abschn. 6.7.3).
- Sprach- und Bildverarbeitung [PK08], [Jae13].
- Audiosignalverarbeitung, z. B. Datenkompressionsverfahren wie MP3, etc. [Zö05].
- Biosignalverarbeitung [Bru01].
- Musiksynthese [Ste96].
- Array-Signalverarbeitung, z. B. zur Lokalisierung von Schallquellen und Funksendern, etc. [Sul08].