

Michael Adler

Monte Carlo Methods applied to the Ising model

Bachelor Thesis

Bibliographic information published by the German National Library:

The German National Library lists this publication in the National Bibliography; detailed bibliographic data are available on the Internet at <http://dnb.dnb.de> .

This book is copyright material and must not be copied, reproduced, transferred, distributed, leased, licensed or publicly performed or used in any way except as specifically permitted in writing by the publishers, as allowed under the terms and conditions under which it was purchased or as strictly permitted by applicable copyright law. Any unauthorized distribution or use of this text may be a direct infringement of the author s and publisher s rights and those responsible may be liable in law accordingly.

Copyright © 2010 Diplomica Verlag GmbH
ISBN: 9783956363146

Michael Adler

Monte Carlo Methods applied to the Ising model

Adler, Michael: Monte Carlo Methods applied to the Ising model, Hamburg, Diplomica Verlag GmbH 2014

PDF-eBook-ISBN: 978-3-95636-658-1

Herstellung: Diplomica Verlag GmbH, Hamburg, 2014

Zugl. Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main, Frankfurt am Main, Deutschland, Bachelorarbeit, 2010

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Bearbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Die Informationen in diesem Werk wurden mit Sorgfalt erarbeitet. Dennoch können Fehler nicht vollständig ausgeschlossen werden und die Diplomica Verlag GmbH, die Autoren oder Übersetzer übernehmen keine juristische Verantwortung oder irgendeine Haftung für evtl. verbliebene fehlerhafte Angaben und deren Folgen.

Alle Rechte vorbehalten

© *Diplom.de*, Imprint der Diplomica Verlag GmbH
Hermannstal 119k, 22119 Hamburg
<http://www.diplom.de>, Hamburg 2014
Printed in Germany

Monte Carlo Methods applied to the Ising model

Michael Adler

The thermodynamic observables of the classical one- and two-dimensional ferromagnetic and antiferromagnetic Ising models on a square lattice are simulated, especially at the phase transitions (if applicable) using the classical Monte Carlo algorithm of Metropolis. Finite size effects and the influence of an external magnetic field are described. The critical temperature of the 2d ferromagnetic Ising model is obtained using finite size scaling.

“My parents”

Contents

1. Statistical mechanics – a short review	3
1.1. Description of state of a system	4
1.1.1. Phase space	4
1.1.2. Statistical ensembles	5
1.2. Transition between different states	7
1.3. Thermodynamic observables	8
1.4. Phase transitions	10
1.5. n-vector models	12
1.5.1. Ising model	13
2. Monte Carlo simulation	17
2.1. Fundamentals	17
2.1.1. Crude Monte Carlo	18
2.1.2. Markov Chain Monte Carlo	19
2.1.3. Markov chains	21
2.2. Monte Carlo simulations in statistical mechanics	22
2.2.1. Ergodicity and detailed balance	22
2.2.2. Acceptance ratios	23
2.2.3. Metropolis algorithm	23
2.2.4. Initialization bias	24
2.2.5. Autocorrelation in equilibrium	25
2.3. Analyzing the data – T_c and more	26
2.3.1. Finite size scaling and the Binder ratio	26
3. Selected results	29
3.1. One-dimensional Ising model	29
3.2. Two-dimensional Ising models	33
3.2.1. The ferromagnetic Ising model	33
3.2.2. Antiferromagnetic Ising model	39

3.3. The phase transition	44
3.4. The Critical temperature and critical exponents	45
3.4.1. Binder cumulant	45
3.4.2. Critical exponents	46
A. Source code of MC integrators	49
A.1. Crude Monte Carlo	49
A.2. Markov chain MC integrator	50
B. Implementation of the Ising models	55
B.1. Skeleton of the code	55
B.2. Source codes of the Ising models	57
B.2.1. One dimensional Ising model	57
B.3. Two dimensional Ising model	70
Bibliography	91
List of Figures	93

