

2. Auflage

Ingenieurbaustoffe

Hans-Wolf Reinhardt

Hans-Wolf Reinhardt
Ingenieurbaustoffe

2. Auflage

Ingenieurbaustoffe

Hans-Wolf Reinhardt

Prof. Dr.-Ing. Prof. h. c. Dr.-Ing. E. h. Hans-Wolf Reinhardt
Universität Stuttgart
Institut für Werkstoffe im Bauwesen (IWB)
Pfaffenwaldring 4
70569 Stuttgart

Umschlagbild: Bruchstruktur eines Betonwürfels,
René A. Vonk, Leiderdorp, Niederlande

Bibliografische Information Der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie;
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

2., vollständig überarbeitete Auflage

© 2010 Wilhelm Ernst & Sohn, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG,
Rotherstraße 21, 10245 Berlin, Germany

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in andere Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieses Buches darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form – durch Fotokopie, Mikrofilm oder irgendein anderes Verfahren – reproduziert oder in eine von Maschinen, insbesondere von Datenverarbeitungsmaschinen, verwendbare Sprache übertragen oder übersetzt werden.

All rights reserved (including those of translation into other languages). No part of this book may be reproduced in any form – by photoprint, microfilm, or any other means – nor transmitted or translated into a machine language without written permission from the publishers.

Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen, Handelsnamen oder sonstigen Kennzeichen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, dass diese von jedermann frei benutzt werden dürfen. Vielmehr kann es sich auch dann um eingetragene Warenzeichen oder sonstige gesetzlich geschützte Kennzeichen handeln, wenn sie als solche nicht eigens markiert sind.

Umschlaggestaltung: Sonja Frank, Berlin

Satz: Dörr + Schiller GmbH, Stuttgart

Druck und Bindung: Scheel Print-Medien GmbH, Waiblingen-Hohenacker

Printed in the Federal Republic of Germany

Gedruckt auf säurefreiem Papier

ISBN 978-3-433-02920-6

Vorwort

Das vorliegende Buch ist die 2. Auflage des gleichnamigen Vorgängerwerkes, das schon lange vergriffen ist. Das Buch wurde völlig überarbeitet und neue Abschnitte wurden hinzugefügt. Der Inhalt konzentriert sich wiederum auf die mechanischen Eigenschaften der Ingenieurbaustoffe. Im ersten Teil werden grundsätzliche Aspekte besprochen, wie die Festigkeit und die Verformung unter einmaliger und wiederholter Beanspruchung. Neu ist der Abschnitt über Bruchmechanik, der einen kurzen Abriss über linear-elastische und nichtlineare Bruchmechanik darstellt. Neu ist auch ein Abschnitt über Transportmechanismen in porösen Werkstoffen. Dieser Abschnitt wurde aufgenommen, da wesentliche mechanische Aspekte auf den Transport von Flüssigkeiten und Gasen zurückzuführen sind. Man denke hierbei an das Schwinden von Holz und Beton, das Eigenspannungen und Zwangspannungen erzeugen kann. Auch das Kriechen wird vom Wassertransport beeinflusst. Die weiteren Teile behandeln die wichtigsten Ingenieurbaustoffe: Stahl mit Baustahl, Betonstahl und Spannstahl, Aluminium, Kunststoffe, Holz und Beton. Beton wird relativ ausführlich abgehandelt, da der Bauingenieur den Beton im Gegensatz zu anderen Werkstoffen selbst entwirft, herstellt, verarbeitet und anwendet. Außerdem gibt es heute eine Vielzahl unterschiedlicher Betone, die für tragende Teile verwendet werden. Hierzu zählen Normalbeton, Leichtbeton, Faserbeton und Hochleistungsbeton. Die im ersten Teil des Buches in allgemeiner Form behandelten Eigenschaften und Einflüsse werden systematisch auf die einzelnen Baustoffe bezogen und mit Beispielen belegt.

Es zeigt sich, dass die „Werkstoffkonstanten“ keine Konstanten im strengen Sinne sind, sondern dass sie vielmehr von vielen Parametern abhängen, z. B. von der Temperatur, der Feuchte, der Belastungsgeschwindigkeit, um nur einige zu nennen. Andererseits gibt es auch Parallelen zwischen den Werkstoffen, die es erlauben, die Kenntnis über einen Stoff auf den anderen zu übertragen. Dem konstruktiven Ingenieur müssen diese Abhängigkeiten bekannt sein, will er ein Tragwerk sicher, zuverlässig und wirtschaftlich entwerfen. Dazu gehörte eigentlich auch die Kenntnis der Schadensmechanismen und der Dauerhaftigkeit ebenso wie der Aspekt der Nachhaltigkeit. Diese Aspekte werden in dem Buch jedoch nicht berücksichtigt.

Das Buch entstand aus der jahrzehntelangen Erfahrung in Lehre, Forschung und Praxis. Es wendet sich somit an die Studierenden und die Ingenieure in der Praxis, vor allem an die konstruktiven Ingenieure. Das Buch ist keine Enzyklopädie, es ist vielmehr eine systematische Abhandlung, die die Grundlagen des Stoffverhaltens betont und nicht sosehr auf Vollständigkeit aller Daten Wert legt.

Es ist mir ein Anliegen, allen Mitarbeitern des Instituts für Werkstoffe im Bauwesen und des Otto-Graf-Instituts der Universität Stuttgart und den Personen außerhalb der Universität zu danken, die mir bei der Vorbereitung des Buches behilflich waren. Einige will ich nennen. Das sind Herr Dr. -Ing. Joachim Schwarte, der mich bei der Abfassung der Abschnitte über rheologische Modelle und Bruchmechanik unterstützt hat, Herr Dr. -Ing. Jörg Moersch, der mich beim Abschnitt Betonstähle mit neuesten Informationen versorgte, Frau Dipl.-Bibliothekarin Monika Werner, die jede Literaturstelle fand, die ich suchte, Frau Dipl.-Ing. Judit Tevesz und Herr Dipl.-Ing. Alexander Assmann, die mich vielfältig unterstützten. Ganz besonders möchte ich danken Frau Simone Stumpp, die in bewährter Manier die Textverarbeitung übernahm, und Herrn stud.ing. Máté Gécsek, der die Zeichnungen im Computer

realisierte. Dem Verlag Ernst & Sohn, und hier vor allem Frau Dipl.-Ing. Claudia Ozimek und Frau Ute-Marlen Günther, danke ich für die Betreuung bei der Herausgabe des Buches. Auch danke ich dem Verlag dafür, dass ich im Kapitel Beton einige Teile des Beton-Kalenders verwenden durfte.

Stuttgart, Februar 2010

Hans-Wolf Reinhardt

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
A Allgemeine Grundlagen	1
1 Einleitung und Übersicht	1
2 Mechanische Grundlagen	2
2.1 Rheologische Modelle	2
2.2 Verhalten unter zyklischer Beanspruchung	7
2.3 Bruchverhalten und Festigkeitshypothesen	10
2.4 Bruchmechanik	15
2.4.1 Linear elastische Bruchmechanik	15
2.4.1.1 Rissöffnungsarten	15
2.4.1.2 Nahfeldlösung für Risse unter Modus-I-Belastung	16
2.4.1.3 Gültigkeit des K-Konzeptes	17
2.4.1.4 K-Faktoren	19
2.4.1.5 Bruchzähigkeit K_{Ic}	19
2.4.1.6 Energetisches Bruchkriterium	20
2.4.1.7 Maßstabeinfluss („size-effect“)	23
2.4.2 Lokale plastische Deformation	23
2.4.2.1 Die plastische Zone	23
2.4.2.2 Die Irvin'sche Risslängenkorrektur	25
2.4.2.3 Das Dugdale-Barenblatt-Modell	26
2.4.3 Nichtlineare Bruchmechanik	27
2.5 Schwingende Beanspruchung	30
2.5.1 Definitionen	31
2.5.2 Betriebsbeanspruchung	36
2.5.3 Schadensakkumulation	40
2.5.4 Bruchmechanik und Schwingbeanspruchung	42
3 Transportmechanismen	46
3.1 Poröse Baustoffe	47
3.2 Hydraulische Strömung	48
3.3 Eindringen einer Flüssigkeit unter Druck	49
3.4 Kapillare Flüssigkeitsbewegung	49
3.5 Osmose	52
3.6 Sorptionsisotherme	52
3.7 Diffusion	53
3.8 Elektroosmose	56
3.9 Gasdurchlässigkeit	57
3.10 Transport in nicht-porösen Stoffen	57

B	Stahl	61
1	Allgemeines zur Festigkeit der Metalle	61
2	Festigkeitsversuche	63
2.1	Zugversuch	63
2.2	Härteprüfungen	65
2.3	Dauerstandversuch	66
2.4	Dauerschwingversuch	68
2.5	Kerbschlagbiegeversuch, Faltversuch	68
3	Stähle für den Stahlbau	69
3.1	Spannungs-Dehnungs-Linie unter zügiger Beanspruchung	73
3.2	Festigkeit bei erhöhten Temperaturen	75
3.3	Dauerschwingfestigkeit	76
3.4	Kerbschlagzähigkeit	80
3.5	Hochfeste schweißbare Baustähle	82
3.6	Wetterfeste Baustähle	87
3.7	Nichtrostende Stähle	88
4	Betonstähle	90
4.1	Aussehen und Zusammensetzung	90
4.2	Betonstahl unter zügiger Belastung	93
4.3	Festigkeit bei erhöhten und tiefen Temperaturen	94
4.4	Dauerschwingfestigkeit	94
5	Spannstähle	97
5.1	Stahlarten und Zusammensetzung	97
5.2	Eigenschaften unter zügiger Beanspruchung	99
5.3	Verhalten bei erhöhter Temperatur	101
5.4	Dauerstandverhalten	102
5.5	Dauerschwingfestigkeit	106
6	Anwendung der Festigkeitshypothesen auf Stahl im Bauwesen	109
C	Aluminium und Aluminiumlegierungen	111
1	Allgemeines	111
2	Spannungs-Dehnungs-Linie bei zügiger Beanspruchung	115
3	Einfluss der Temperatur auf die Festigkeit	117
4	Einfluss der Lastdauer auf die Festigkeit	119
5	Einfluss schwingender Beanspruchung auf die Festigkeit	119
6	Anwendung	123

D	Kunststoffe	125
1	Allgemeines	125
2	Aufbau	125
3	Struktur und allgemeines mechanisches Verhalten	129
4	Rheologische Modelle der verschiedenen Aggregat- und Belastungszustände	136
5	Prüfung der mechanischen Eigenschaften	146
6	Anwendungsbeispiele für Kunststoffe im Bauwesen	152
6.1	Unvernetzte Kunststoffe	152
6.2	Vernetzte Kunststoffe	155
6.3	Epoxidharzmörtel, Epoxidharzzementmörtel, Polyesterbetone	157
6.4	Glasfaserverstärkte Kunststoffe (GfK)	162
6.5	Membranbaustoffe	167
6.6	Elastomere	169
E	Holz	173
1	Allgemeines	173
2	Makroskopischer Aufbau	173
3	Mikroskopischer Aufbau	175
4	Struktur und chemische Zusammensetzung	176
5	Feuchtigkeit, Schwinden und Quellen	178
6	Prüfverfahren für die Festigkeit	182
7	Festigkeit des Holzes	183
8	Einflüsse auf die Festigkeit	185
8.1	Rohdichte	185
8.2	Feuchte	187
8.3	Winkel zwischen Kraft- und Faserrichtung	189
8.4	Wuchseigenschaften	190
8.5	Temperatur	191
8.6	Belastungsdauer und -art	192
8.7	Feuer	192
9	Elastizitätsmodul	193
10	Orthogonal anisotropes Elastizitätsgesetz	196
11	Spannungs-Dehnungs-Linie	197
12	Kriechen, Relaxation	200

13	Festigkeitskriterien und Bruchmechanik	206
13.1	Festigkeitshypothesen	206
13.2	(Holz-) Bruchmechanik	207
13.2.1	Allgemeines	207
13.2.2	Bruchmechanische Werkstoffkenngrößen, Prüfkörper und Prüfverfahren	208
14	Bruchformen	211
15	Vergütete Holzprodukte	212
15.1	Brettschichtholz	212
15.2	Balkenschichtholz	213
15.3	Brettspertholz	213
15.4	Furnierschichtholz	213
15.5	Sperrholz	213
15.6	OSB-Platten	214
15.7	Span- und Faserplatten	214
16	Berücksichtigung der Holzeigenschaften in den Normen	214
16.1	Holzsortierung	214
16.2	Festigkeitsklassen	216
16.3	Schwinden	218
16.4	Kriechen	219
16.5	Ermüdung	220
F	Beton	221
1	Definition und Klassen	221
1.1	Definition	221
1.2	Betonklassen	222
2	Ausgangsstoffe	224
2.1	Zement	224
2.1.1	Arten und Zusammensetzung	224
2.1.2	Bautechnische Eigenschaften	228
2.1.3	Zementhydratation	230
2.1.4	Zementstein	231
2.2	Gesteinskörnungen für Beton	233
2.2.1	Allgemeines	233
2.2.2	Art und Eigenschaften des Gesteins	233
2.2.3	Schädliche Bestandteile	235
2.2.4	Kornform und Oberfläche	236
2.2.5	Größtkorn und Kornzusammensetzung	236
2.3	Betonzusatzmittel	240
2.4	Betonzusatzstoffe	240
2.4.1	Definitionen	240
2.4.2	Puzzolanische Stoffe	240
2.4.3	Latent-hydraulische Stoffe	241
2.4.4	Organische Stoffe	242

3	Junger Beton	242
3.1	Gründruckfestigkeit	242
3.2	Frühschwinden (Kapillarschwinden)	245
3.3	Hydratationswärme	247
3.4	Entwicklung der thermischen Eigenschaften	255
3.5	Entwicklung der mechanischen Eigenschaften	256
3.6	Temperaturverteilung	260
3.7	Zwang- und Eigenspannungen	263
3.7.1	Zwangspannungen	263
3.7.2	Eigenspannungen	266
3.8	Planung einer Baumaßnahme	268
3.9	Maßnahmen und Faustregeln	270
3.10	Bestimmung der Festigkeit von jungem Beton	272
4	Festigkeit und Verformung von Festbeton	273
4.1	Strukturmerkmale	273
4.2	Druckfestigkeit	273
4.2.1	Spannungszustand und Bruchverhalten von Beton bei Druckbeanspruchung	274
4.2.2	Einflüsse auf die Druckfestigkeit	275
4.2.2.1	Ausgangsstoffe und Betonzusammensetzung	275
4.2.2.2	Erhärtingsbedingungen und Reife	279
4.2.2.3	Temperatur	283
4.2.2.3.1	Hohe Temperaturen	283
4.2.2.3.2	Tiefe Temperaturen	288
4.2.2.4	Belastungsgeschwindigkeit	290
4.2.2.5	Verhalten bei Dauerstandbeanspruchung	291
4.2.2.6	Schwingende Beanspruchung (Ermüdung)	292
4.2.2.7	Prüfeinflüsse	294
4.3	Zugfestigkeit	297
4.3.1	Bruchverhalten und Bruchenergie	297
4.3.2	Zentrische Zugfestigkeit	298
4.3.3	Biegezugfestigkeit	299
4.3.4	Spaltzugfestigkeit	300
4.3.5	Zusammenhang zwischen Zug- und Druckfestigkeit	301
4.3.6	Einflüsse auf die Zugfestigkeit	302
4.3.6.1	Zusammensetzung des Betons	302
4.3.6.2	Temperatur	302
4.3.6.2.1	Hohe Temperaturen	302
4.3.6.2.2	Tiefe Temperaturen	303
4.3.6.3	Belastungsgeschwindigkeit	303
4.3.6.4	Dauer der Belastung	304
4.3.6.5	Schwingende Beanspruchung (Ermüdung)	304
4.4	Festigkeit bei mehrachsiger Beanspruchung	305
4.5	Spannungs-Dehnungs-Beziehungen	309
4.6	Elastizitätsmodul und Querdehnzahl	310
4.7	Die zeitliche Entwicklung von Festigkeit und Elastizitätsmodul	311
5	Lastunabhängige Verformungen	312
5.1	Allgemeines	312
5.2	Temperaturdehnung	313

5.3	Schwinden	314
5.3.1	Ursachen	314
5.3.2	Mathematische Beschreibung	316
6	Last- und zeitabhängige Verformungen	319
6.1	Definitionen	319
6.2	Kriechen und Relaxation	320
6.3	Vorhersageverfahren	323
7	Faserbeton	326
7.1	Allgemeines	326
7.2	Zusammenwirken von Fasern und Matrix	327
7.2.1	Ungerissener Beton	328
7.2.2	Gerissener Beton	329
7.3	Fasern	336
7.3.1	Stahlfasern	336
7.3.2	Glasfasern	337
7.3.3	Organische Fasern	339
7.3.3.1	Kunststofffasern (Polymere)	339
7.3.3.2	Kohlenstofffasern	340
7.3.3.3	Fasern natürlicher Herkunft – Zellulosefasern	341
7.4	Zusammensetzung	342
7.4.1	Beton	342
7.4.2	Fasern	342
7.5	Eigenschaften	343
7.5.1	Verhalten bei Druckbeanspruchung	343
7.5.2	Verhalten bei Zugbeanspruchung und bei Biegezugbeanspruchung	344
7.5.3	Verhalten bei Querkraft- und Torsionsbeanspruchung	344
7.5.4	Verhalten bei Explosions-, Schlag- und Stoßbeanspruchung	345
7.5.5	Kriechen und Schwinden	345
7.5.6	Verhalten bei hoher Temperatur	346
8	Ultrahochfester Beton	346
8.1	Allgemeines	346
8.2	Mischungsentwurf	347
8.3	Festbetoneigenschaften	348
9	Konstruktionsleichtbeton	351
9.1	Einführung und Überblick	351
9.2	Grundlegende Eigenschaften	351
9.3	Leichte Gesteinskörnungen	352
9.3.1	Strukturmerkmale und Verhalten	352
9.3.2	Geschlossenporige leichte Gesteinskörnungen	353
9.3.3	Offenporige leichte Gesteinskörnungen	353
9.4	Betonzusammensetzung	353
9.5	Mechanische Eigenschaften von Konstruktionsleichtbeton	357
9.6	Schwinden und Quellen von Konstruktionsleichtbeton	359
	Literatur	361
	Sachverzeichnis	377

A Allgemeine Grundlagen

1 Einleitung und Übersicht

Werkstoffe erfüllen ihren Zweck, wenn sie richtig ausgewählt, hergestellt und verarbeitet sind. Sie bestimmen die Tragfähigkeit einer Konstruktion, das Aussehen, den Wärme- und Schallschutz, die Wasserdichtigkeit, den Widerstand gegen aggressive Medien sowie Temperatur- und Feuchtewechsel und dann auch den Preis. Der Ingenieur ist verantwortlich für die richtige Auswahl und Verarbeitung der Werkstoffe, manchmal auch für deren Herstellung (z.B. Beton). Eine gründliche Kenntnis des mechanischen, physikalischen und chemischen Verhaltens ist Voraussetzung für eine optimale Stoffauswahl.

Werkstoffe des Bauwesens oder kurz Baustoffe sind solche, die der Bauingenieur, aber auch der Architekt, in seinen Bauwerken einsetzt. Als Ingenieurbaustoffe werden eingrenzend solche bezeichnet, die vorwiegend für tragende Konstruktionen benötigt werden. Entsprechend werden Stoffe wie Kalk und Gips in diesem Buch nicht behandelt, auch Asphalt, der im Straßenbau verwendet wird, kommt nicht an die Reihe. Der Hauptaspekt, der bei tragenden Konstruktionen wichtig ist, sind die mechanischen Eigenschaften, also Festigkeit und Verformung. Auf diese Eigenschaften wird bei allen behandelten Baustoffen ausführlich eingegangen. Die physikalischen und chemischen Eigenschaften werden soweit behandelt, wie sie für die Gebrauchstauglichkeit und Dauerhaftigkeit von Konstruktionen wichtig sind. Als Beispiel werden die Wärmeleitung und die Diffusion genannt, die für die Entstehung von Eigenspannungen und mögliche Rissbildung entscheidend sind. Die chemisch-physikalischen Grundlagen werden vorausgesetzt, da dies Stoff der höheren Schule ist. Wenn über Atome, Moleküle und Aggregatzustände gesprochen wird, wird angenommen, dass der Leser soweit nötig Bescheid weiß. Eine andere Frage betrifft die Struktur der Materie, die mit kristallin und amorph angedeutet werden kann und die für die mechanischen Eigenschaften bedeutend ist.

Die Baustoffe sind in ständiger Entwicklung. Die Eigenschaften klassischer Werkstoffe wie Beton und Kunststoff werden durch Modifikation verbessert, z.B. durch Zugabe von Fasern, und neue Stoffe erscheinen auf dem Markt, z.B. Kohlefasern, die im Bauwesen eingesetzt werden können. Tabelle A.1 gibt einen Überblick über die Werkstoffe im Bauwesen. Die anorganisch-mineralischen haben in der Regel eine hohe Druckfestigkeit und eine weitaus geringere Zugfestigkeit und verhalten sich spröde.

Tabelle A.1 Einteilung der Werkstoffe des Bauwesens

nach chemischer Zusammensetzung	nach Herkunft oder Herstellung	Beispiele
anorganisch	natürlich	Lehm, Naturstein, Sand, Kies
mineralisch	künstlich hergestellt	Ziegel, Glas, Zement, Beton, Kalksandstein
metallisch	natürlich	keine
	künstlich hergestellt	Eisen, Stahl, Aluminium, Blei, Zink, Titan
organisch	natürlich	Holz, Reet, Bambus, Sisalfasern
	künstlich hergestellt	Kunststoffe, Gummi, Reaktionsharze

Mit Ausnahme von Glas und einigen Natursteinen sind sie porös. Von der Porenmenge und der Porengrößenverteilung hängen Stofftransporte durch Permeabilität, Kapillarität und Diffusion ab, die wiederum für den Widerstand gegen klimatische Einflüsse entscheidend sind. Metallische Werkstoffe zeichnen sich durch hohe Zug- und Druckfestigkeit und große Verformbarkeit (Duktilität) aus. Im Gegensatz zu mineralischen Baustoffen sind sie gute elektrische und thermische Leiter. Die organischen Baustoffe sind leichter als die mineralischen und die metallischen und besitzen eine sehr große Bandbreite an mechanischen und physikalischen Eigenschaften.

Nicht aufgenommen in Tabelle A.1 sind die Verbundwerkstoffe, die durch Kombination von Werkstoffen entstehen, z. B. stahlfaserbewehrter Beton (Stahlfaserbeton), Glasfaserkunststoffe (GFK), kunststoffbeschichtete Gewebe, Sperrholz, Brettschichtholz oder andere Mehrschichtlamine. Genaugenommen sind die meisten Baustoffe Verbundwerkstoffe, wie z. B. Beton, der aus mehreren Komponenten hergestellt, aber trotzdem als homogen betrachtet wird. Gerade Verbundwerkstoffe besitzen zielgerichtete Modifikationsmöglichkeiten und versprechen große Effizienz.

Für fast alle Baustoffe gibt es nationale DIN-, europäische EN- und internationale ISO-Normen, Richtlinien oder Merkblätter, die den Stand der Technik darstellen. Für Neuentwicklungen gibt das Deutsche Institut für Bautechnik (DIBt) sog. allgemeine bauaufsichtliche Zulassungen heraus, die genauso verbindlich sind wie Normen. In diesem Buch wird öfters auf Normen etc. verwiesen, aber die Normen werden nicht abgeschrieben. Dieses Buch soll Zusammenhänge und grundlegendes Wissen vermitteln, das bei der Anwendung von Baustoffen wichtig ist, und es soll derzeitige Entwicklungen aufzeigen.

Das Buch ist so angelegt, dass erst allgemeine Eigenschaften und Mechanismen behandelt werden, die nicht nur für einen bestimmten Werkstoff gelten. Dazu zählen mechanische Aspekte wie Festigkeit und Verformung, auch Bruchmechanik wird gestreift, und physikalische Aspekte wie Transportmechanismen, also Permeabilität, Kapillarität und Diffusion. Danach kommen baustoffspezifische Kapitel an die Reihe, in denen die mechanischen und physikalischen Eigenschaften besprochen werden.

2 Mechanische Grundlagen

2.1 Rheologische Modelle

Rheologische Modelle (Rheologie ist die Lehre vom Fließen) oder Materialmodelle sind Veranschaulichungen des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens von Werkstoffen. Spannung ist dabei der Quotient aus Kraft F und Querschnittsfläche A , angegeben in $\text{N/m}^2 = \text{Pa}$ oder $\text{N/mm}^2 = \text{MPa}$, und Dehnung ist der Quotient aus Verlängerung $l - l_0$ und Anfangslänge l_0 ,

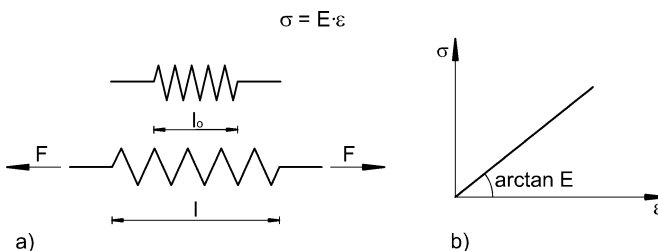


Bild A.1 Linear-elastischer Stoff, Hooke'sche Feder und σ - ϵ -Diagramm

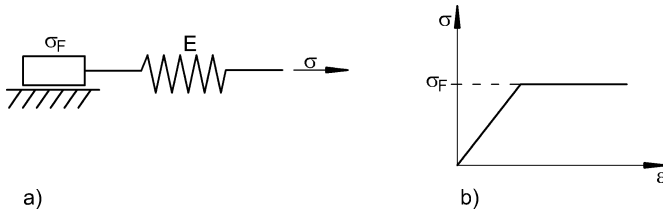


Bild A.2 Elastisch-plastisches Verhalten, dargestellt mit dem Prandtl-Reuss-Körper

also eine dimensionslose Größe. Die Spannung wird mit σ bezeichnet, die Dehnung mit ε . Für das *linear-elastische* Verhalten gilt in der Elastizitätstheorie das Hooke'sche Gesetz $\sigma = E \varepsilon$, wobei E der Elastizitätsmodul ist, mit der Dimension einer Spannung. Veranschaulicht wird das σ - ε -Verhalten durch eine Feder und im σ - ε -Diagramm ergibt sich eine gerade Linie mit der Steigung von E , siehe Bild A.1.

Bei Entlastung folgt der Verlauf derselben Linie. Wird ein Stab gezogen, so vermindert sich sein Durchmesser um die Querdehnung ε_q . Das Verhältnis zwischen Quer- und Längsdehnung wird Querdehnzahl oder Poissonzahl genannt: $\nu = -\varepsilon_q / \varepsilon_l$. Mit den zwei elastischen Konstanten Elastizitätsmodul und Querdehnzahl lässt sich der Schubmodul G (auch mit μ bezeichnet)

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (1)$$

berechnen, der die lineare Beziehung zwischen Schubspannung und Schubverzerrung herstellt. Neben der Linearität enthält die klassische Elastizitätstheorie noch die Voraussetzung unendlich kleiner Deformationen. Bei den meisten Baustoffen ist diese Bedingung annähernd erfüllt.

Bei Stählen und anderen weichen Metallen schließt sich an den Bereich des elastischen Verhaltens das *plastische* Verhalten an, das durch unbegrenztes Fließen gekennzeichnet ist. Es kann mit dem St. Venant'schen Reibungselement dargestellt werden, das durch eine Masse auf einer rauen Oberfläche illustriert wird. Der Reibungswiderstand entspricht der Fließspannung σ_F . Unterhalb dieser Spannung ruht die Masse, d.h. es tritt keine Dehnung auf. Erreicht die Spannung die Fließspannung, bewegt sich der Körper unbegrenzt. Man bezeichnet einen solchen Stoff als starr-plastisch. Dem wirklichen Verhalten von Stahl ist eine Reihenschaltung von Feder und Reibungselement besser angepasst, wie Bild A.2 zeigt.

Mit dem Prandtl-Reuss-Körper kann man das plastische Fließen von Stahl beim Überschreiten der Streck- oder Fließgrenze gut beschreiben. Bei größeren Dehnungen tritt eine

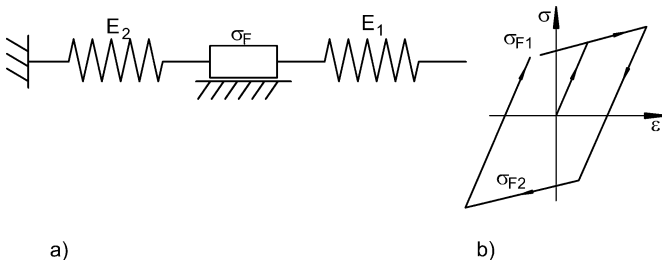


Bild A.3 Elastisch verfestigender Körper

Verfestigung auf; diese kann in einem Drei-Element-Körper dargestellt werden, wie er in Bild A.3 abgebildet ist.

Dabei tritt eine lineare Verfestigung aufgrund der Verformung der Feder E_2 auf. Zur Ermittlung der Gesamtdehnung sind die Einzeldehnungen zu addieren, d.h. die Federn sind in Reihe geschaltet. Charakteristisch für elastisch-plastische Modelle ist, dass die Entlastung genau derselben Steigung wie die Anfangssteigung folgt und dass sich bei vollkommener Entlastung eine bleibende Dehnung einstellt. In Bild A.3 kann auch der sog. Bauschinger-Effekt erkannt werden, der besagt, dass in einem über die Fließgrenze hinaus belasteten Werkstoff bei Umkehrung der Belastungsrichtung (also Zug- in Druckrichtung) eine Erniedrigung der Fließgrenze auftritt, also $\sigma_{F2} < \sigma_{F1}$.

Zeitabhängiges Verhalten wird mit dem Newton'schen Dämpfer nach Bild A.4 dargestellt. Dabei gleitet ein Kolben in einem mit zäher oder viskoser Flüssigkeit gefüllten Zylinder. Die Spannung ist proportional zur Dehngeschwindigkeit $d\varepsilon/dt$, η ist die dynamische Viskosität:

$$\sigma = \eta \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (2)$$

Viskoses Verhalten kommt z.B. beim Fließen von zähen Kunststoffschmelzen vor. Bei festen Stoffen interessiert das viskoelastische Verhalten, das man aus Kombinationen von Federn und Dämpfern darstellen kann. Zwei Modelle sind dabei besonders wichtig: der Maxwell-Körper und der Voigt-Kelvin-Körper.

Beim *Maxwell-Körper* sind eine Feder und ein Dämpfer in Reihe geschaltet. Unter einer Spannung σ_0 tritt eine spontane Dehnung $\varepsilon = \sigma / E$ auf, danach nimmt die Dehnung linear mit der Zeit zu. Den zeitlichen Dehnungszuwachs nennt man Kriechen. Die Gesamtdehnung ist also gegeben durch

$$\varepsilon(t) = \sigma_0(1/E + t/\eta). \quad (3)$$

Der Ausdruck in der Klammer wird Kriechfunktion $J(t)$ genannt, die also aus einem elastischen und einem viskosen Anteil besteht:

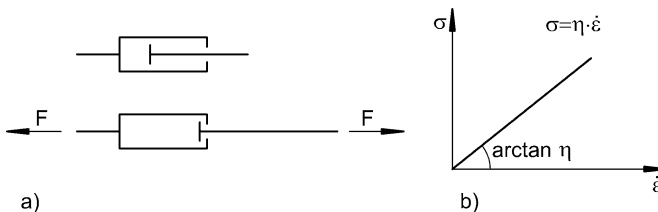


Bild A.4 Viskoses Verhalten, dargestellt mit Newton'schem Dämpfer

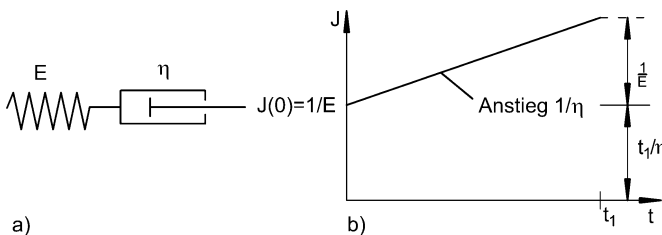


Bild A.5 Viskoelastisches Verhalten eines Maxwell-Körpers sowie die Kriechfunktion $J(t)$

$$J(t) = 1/E + t/\eta. \quad (4)$$

Bild A.5 zeigt die Spannungs- und Dehnungsgeschichte eines Maxwell-Körpers sowie den Verlauf der Kriechfunktion. Dehnung und Kriechfunktion sind beide abhängig von der Zeit. Nach Entlastung bleibt der viskose Anteil als bleibende Dehnung erhalten.

In der Praxis kommt auch der Fall vor, dass eine zeitlich konstante Dehnung auftritt (z. B. Stützensenkung). Differenziert man Gl. (3) nach der Zeit, bekommt man

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\sigma}/E + \sigma/\eta. \quad (5)$$

Mit $\dot{\varepsilon} = 0$ und der Anfangsbedingung $\sigma(0) = E \varepsilon_0$ hat die Differentialgleichung (5) die Lösung für die Relaxationsfunktion $R(t) = \sigma(t) / \varepsilon_0$

$$R(t) = E e^{-Et/\eta}. \quad (6)$$

Die Relaxationsfunktion ist in Bild A. 6 grafisch dargestellt. Man erkennt daraus, dass $R(t)$ bei langen Zeiten gegen null geht, d.h. eine zum Zeitpunkt $t = 0$ entstandene Spannung relaxiert vollständig.

Die beiden Grundelemente Feder und Dämpfer können auch parallel geschaltet werden, wie in Bild A.7 dargestellt. Dadurch entsteht der Voigt-Kelvin-Körper, bei dem die äußere Spannung der Summe der Spannungen in den Einzelementen entspricht. Dies bedeutet

$$\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon} \quad (7)$$

und für den Dehnungsverlauf nach Integration bei einer konstanten Spannung σ_0

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} (1 - e^{-Et/\eta}) = \sigma_0 J(t). \quad (8)$$

Die Kriechfunktion geht bei langen Zeiten gegen $1/E$, was bedeutet, dass die Dehnung so groß ist, wie sie aufgrund der Feder allein sein muss. Wird ein Voigt-Kelvin-Körper vollständig entlastet, so geht die Dehnung wieder auf null zurück. Der Verlauf wird gegeben durch

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} (1 - e^{-Et_0/\eta}) e^{-E(t-t_0)/\eta}. \quad (9)$$

In einem Diagramm dargestellt, ergibt sich Bild A.7 für eine konstante Spannung bis zum Zeitpunkt t_0 und anschließender Entlastung.

Sprachlich bedeutet Kriechen die Dehnungszunahme unter Last und Rückkriechen die Dehnungsabnahme bei Entlastung. Da bei vollständiger Entlastung keine bleibende Dehnung auftritt, wird das Verhalten auch verzögert-elastisch genannt. Dies ist der große Unterschied zum Maxwell-Körper, bei dem ja der viskose Anteil als bleibende Dehnung erhalten bleibt. Die Relaxation lässt sich für den Fall einer spontanen und konstanten Dehnung zum Zeitpunkt $t = 0$ nicht darstellen. Tritt jedoch eine Dehnung über eine be-

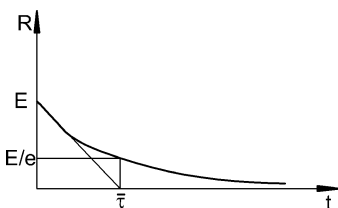


Bild A.6 Relaxationsfunktion des Maxwell-Körpers

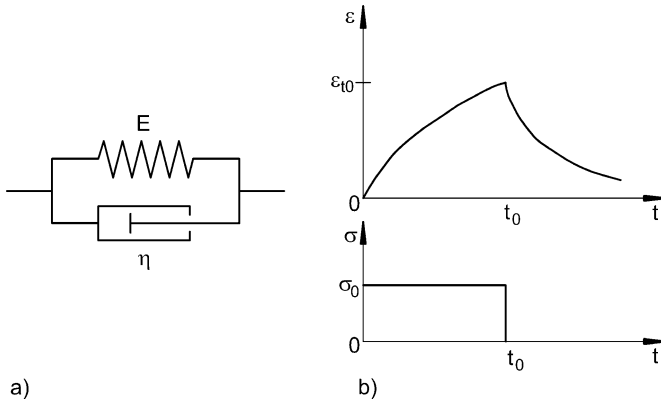


Bild A.7 Kriechen und Rückkriechen beim Voigt-Kelvin-Körper

stimmte Zeit auf und dauert diese an, so folgt aus Gl. (7), dass die dabei auftretende Spannung konstant bleibt, d.h. es findet keine Relaxation statt.

Die Kombination einer Feder mit einem Voigt-Kelvin-Körper führt zum linearen Standardkörper (Poynting-Thomson-Körper). Die Kriechfunktion lautet für diesen [1]

$$J(t) = \frac{1}{E_0} + \frac{1}{E_1} (1 - e^{-t/\tau}) \quad (10)$$

und die Relaxationsfunktion

$$R(t) = E_\infty + E_1 e^{-t/\bar{\tau}}. \quad (11)$$

In Bild A.8 sind die beiden Varianten des Standardkörpers und die Kriech- und Relaxationsfunktion dargestellt. Man erkennt, dass das Kriechen einem Endwert zustrebt, der durch die zwei Federn vorgegeben ist, und dass bei Entlastung die Dehnung sowohl durch die spontane Rückfederung der Feder und durch Rückkriechen asymptotisch wieder auf null geht. Im Fall der Relaxation bleibt ein Teil der Spannung erhalten.

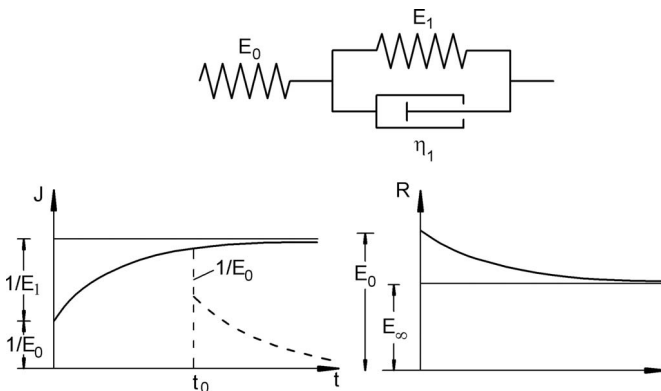


Bild A.8 Linearer Standardkörper, Kriech- und Relaxationsfunktion

Für die realistische Darstellung von Kriechen und Relaxation von realen Werkstoffen reichen die bisher behandelten Modelle in der Regel nicht aus. Um dennoch mit rheologischen Modellen arbeiten zu können, werden mehrere Voigt-Kelvin-Körper und ein Maxwell-Körper zu einer Gruppe in Reihe geschaltet, um das Kriechen zu beschreiben, oder es werden mehrere Maxwell-Körper mit einer Feder parallel geschaltet, um die Relaxation abzubilden. Es ergeben sich folgende Funktionen für das Kriechen

$$J(t) = \frac{1}{E_0} + \frac{t}{\eta_\infty} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{E_i} (1 - e^{-t/\bar{\tau}_i}) \quad (12)$$

und für die Relaxation

$$R(t) = E_\infty + \sum_{i=1}^n E_i e^{-t/\bar{\tau}_i} \quad (13)$$

mit den Werten E_i und $\bar{\tau}_i = \eta_i / E_i$ (Retardationszeiten bzw. Relaxationszeiten) für die einzelnen Komponenten [1]. In den Kapiteln über Kunststoffe und Beton wird von den rheologischen Modellen Gebrauch gemacht.

2.2 Verhalten unter zyklischer Beanspruchung

Das Verhalten unter zyklischen Bedingungen kann vor allem bei Kunststoffen wesentlich sein. Zeichnet man das Spannungs-Dehnungs-Diagramm für einen zugbeanspruchten Stab bei Belastung und Entlastung, so kann man häufig feststellen, dass die beiden Linien nicht zusammenfallen, sondern dass der Entlastungssast tiefer liegt als der Belastungssast. Dies ist ein Zeichen dafür, dass die in die Probe als Formänderungsarbeit hineingesteckte Energie nicht ganz zurückgewonnen werden kann. Ein Teil dieser Energie wird verbraucht und kann äußerlich beobachtet werden in einer Erwärmung der Probe, in einem Abfall der Amplitude bei freien Schwingungen oder durch Dämpfung der Resonanzkurve. Im Bild A.9 ist die Spannungs-Dehnungs-Kurve für einen Stab dargestellt, der von einer um eine Mittelspannung σ_m schwingenden Spannung $\pm \sigma_a$ beansprucht wird.

Der Flächeninhalt der dadurch gebildeten Hystereseschleife ist ein Maß für die verbrauchte Energie. Der Quotient aus verbrauchter und aufgewendeter Energie ergibt die relative Dämpfung:

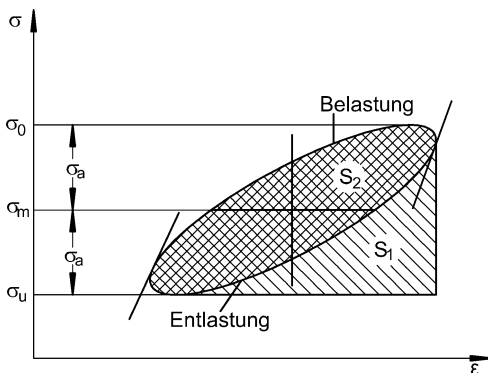


Bild A.9 Hystereseschleife bei dynamischer Beanspruchung, nach Becker et al. [2]

$$D_{\text{rel}} = \frac{S_2}{S_1}. \quad (14)$$

Anschaulich lässt sich die Dämpfung erklären, wenn man eine sinusförmige Belastung vorgibt und den Verlauf von Belastung und Verformung verfolgt. Die Spannung sei (ω Kreisfrequenz)

$$\sigma(t) = \sigma_a \sin \omega t \quad (15)$$

und die entstehende Verformung ist entsprechend

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_a \sin(\omega t - \delta), \quad (16)$$

d. h. die Verformung eilt der Spannung um einen konstanten Winkel δ nach (Bild A.10), dem sog. Phasenwinkel.

In komplexer Schreibweise vereinfachen sich die Beziehungen zu

$$\sigma(t) = \sigma_a e^{i\omega t} \quad (17)$$

und

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_a e^{i(\omega t - \delta)}. \quad (18)$$

In der Elastizitätstheorie werden Dehnung und Spannung mit dem Elastizitätsmodul verknüpft, der in diesem Fall zeitabhängig sein muss:

$$\sigma(t) = E(t) \cdot \varepsilon(t). \quad (19)$$

Verwendet man Gln. (17) und (18), so folgt

$$E(t) = \frac{\sigma_a}{\varepsilon_a} e^{i\delta}, \quad (20)$$

d. h. eine komplexe Beziehung zwischen der maximalen Spannung und der maximalen Dehnung in einem Zyklus. Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung lautet dann

$$\begin{aligned} \underline{\sigma} &= \underline{E} \cdot \underline{\varepsilon} \\ \underline{E} &= E' + iE'' \end{aligned} \quad (21)$$

welche formal dem Hooke'schen Gesetz entspricht. Real- und Imaginärteil lauten getrennt

$$\begin{aligned} E' &= |\underline{E}| \cos \delta \\ E'' &= |\underline{E}| \sin \delta \end{aligned} \quad (22)$$

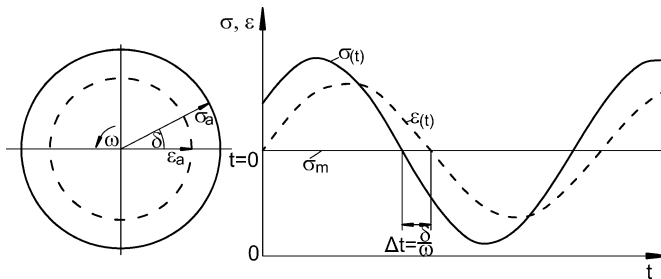


Bild A.10 Spannung und Dehnung bei zyklischer Belastung

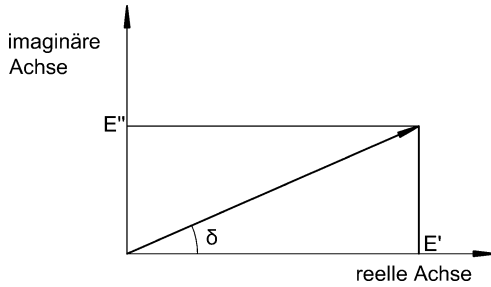


Bild A.11 Komplexer Elastizitätsmodul

Der Winkel, den der Vektor vom Ursprung zum Punkt E mit der reellen Achse einschließt, ist der Phasenwinkel δ (siehe Bild A.11). Der Quotient E''/E' ist dann der Tangens von δ (Verlustfaktor d) und somit

$$\tan \delta = d = \frac{E''}{E'} \quad (23)$$

und

$$E = E' (1 + id). \quad (24)$$

Der Realteil E' wird als Speichermodul oder dynamischer Modul bezeichnet, da er auf die gespeicherte Arbeit bezogen ist, der Imaginärteil E'' als Verlustmodul, da er einen Anhaltspunkt liefert für die in jedem Zyklus nicht wieder gewinnbare Energie. Als absoluter Modul $|E|$ wird die Länge des Vektors $\sqrt{(E'^2 + E''^2)}$ bezeichnet. Für kleine Verlustfaktoren wird

$$|E| \rightarrow E' \approx E. \quad (25)$$

Man ersieht daraus, dass das rein elastische Verhalten ein Spezialfall des allgemeinen Formänderungsverhaltens ist (mit $d = 0$). Für rein viskoses Verhalten wird d sehr groß, oder anders ausgedrückt: $\delta \rightarrow \pi/2$.

Im Falle kleiner Dämpfungen, bei denen $\sin \delta = \tan \delta = d$ gesetzt werden darf, wenn $d < 1$, kann die Hystereseschleife als Ellipse berechnet werden. Gl. (14) wird dann

$$D_{\text{rel}} = \frac{\pi}{2} d. \quad (26)$$

In dieser Form hat sie den Vorteil, dass die relative Dämpfung, die zur Kennzeichnung eines Werkstoffs gut geeignet ist, direkt aus dem Verlustfaktor berechnet werden kann. Dabei ist zu erwähnen, dass der Verlustfaktor verhältnismäßig leicht im Versuch zu bestimmen ist.

Eine ebenfalls gebräuchliche Kenngröße für die Dämpfung ist das logarithmische Dekrement Λ . Es ist definiert als der natürliche Logarithmus des Quotienten aus zwei direkt aufeinanderfolgenden Maximal-Amplituden. Mit den nötigen Umrechnungen folgt für den Zusammenhang zwischen d und Λ [2] (für kleine d)

$$\Lambda = \pi \cdot d. \quad (27)$$

Für das Voigt-Kelvin-Modell, bei dem im Allgemeinen das viskose Verhalten vorherrscht, gilt nach Heckel [3]

$$d = \frac{\Lambda}{\pi} \frac{1}{1 + \left(\frac{\Lambda}{2\pi}\right)^2}. \quad (28)$$

Da Dämpfungsversuche gewöhnlich sehr rasch ablaufen, hat man schon wiederholt versucht, andere mechanische Eigenschaften wie Kriechen, Relaxation, Langzeitfestigkeit und Stoßfestigkeit auf diese Art vorauszusagen, um sich langwierige Versuche zu ersparen. Die Zusammenhänge zwischen den im Versuch ermittelten Größen und den gesuchten Werten sind jedoch sehr verwickelt und oft nur statistischer Art, sodass diese Ansätze nicht zu befriedigendem Erfolg geführt haben.

2.3 Bruchverhalten und Festigkeitshypothesen

Unter gleichmäßig zunehmender Beanspruchung verformt sich ein Körper zunächst elastisch oder viskos, wie in Abschnitt 2.1 beschrieben. Mit steigender Last fängt ein zähes Material an zu fließen, verfestigt sich wieder und bricht schließlich. Handelt es sich um sprödes Material oder um solche räumlichen Spannungszustände, die das Entstehen von plastischen Verformungen behindern, dann bricht der Körper schlagartig ohne große bleibende Verformung. Im ersten Fall spricht man von einem Gleit- oder Scherbruch, da die Scherspannung ein Abgleiten von Kristallbändern auf kristallografisch bevorzugten Ebenen bewirkt und eine große plastische Verformung hervorruft. Die zweite Art des Bruches bezeichnet man als Trennbruch, da er das Material rechtwinklig zur größten Zugspannung glatt durchtrennt, ohne sich durch auffallende plastische Verformung anzukündigen. Bei vielen technischen Stoffen stellt sich eine Mischung von Trennung und Gleitung ein, wobei die Bruchfläche weder rechtwinklig zur größten Zugspannung noch in Richtung der größten Schubspannung verläuft. Man spricht in einem solchen Fall von einem Mischbruch.

Im einachsigen Zugversuch ist das Bruchverhalten einfach zu übersehen, da nur eine einzige Kraftkomponente wirksam ist und die Verformung rechtwinklig dazu ungehindert verlaufen kann. Schwieriger wird es bei einem mehrachsigen Spannungszustand, bei dem die Spannungskomponenten die Verformung in allen Richtungen beeinflussen. Nimmt man bei einem ebenen Spannungszustand z.B. die Komponenten σ_1 als Zug und σ_2 als Druck an (Bild A.12 a)), so kann man schon aus der Anschauung heraus vermuten, dass die Verformung in Richtung σ_1 durch die Wirkung von σ_2 begünstigt wird. Umgekehrt wird die Verformung in Richtung σ_1 behindert, wenn σ_2 auch als Zug wirkt (Bild A.12 b)).

Da technische Konstruktionen in der Regel mehrachsig beansprucht werden, ist es sehr wichtig, gerade unter solchen Bedingungen das Bruchverhalten zu kennen. Man muss also eine Spannungsgröße finden, die es ermöglicht, einen mehrachsigen Spannungszustand rechnerisch auf einen einachsigen zu reduzieren und diese rechnerische Spannung mit der Bruchspannung im einfachen Zug- oder Druckversuch zu vergleichen. Dann erst ist es möglich, die Sicherheit einer Konstruktion nachzuweisen.

Um eine solche Vergleichsspannung zu berechnen, wurden verschiedene Festigkeitshypothesen entwickelt: für spröde Werkstoffe die Normalspannungshypothese und die Größtdehnungshypothese, für zähe Werkstoffe die Schubspannungshypothese und die Gestaltsänderungsenergiehypothese. Der Normalspannungshypothese nach Lamé (1852) [285] und

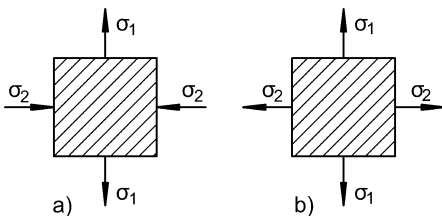


Bild A.12 Ebener Spannungszustand

Rankine (1858) [289] liegt der Gedanke zugrunde, dass die größte auftretende Normalspannung den Bruch herbeiführt (es gilt immer $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$). Die Vergleichsspannung ist dann

$$\sigma_V = \sigma_1. \quad (29)$$

Entsprechend dieser Theorie verläuft der Bruch normal zu der größten Normalspannung, die praktisch nur eine Zugspannung sein kann. Im Fall dreiachsiger Druckspannungen wurde die Hypothese nicht bestätigt, denn unter beliebig hohen allseitigen Drücken war es nicht möglich, homogene feste Körper zu zerstören [4]. Bild A.13 zeigt in einem σ_1, σ_2 -Koordinatensystem die Grenzlinie aller ebenen Spannungszustände, die vom Material ertragen werden können. Alle Spannungszustände, die außerhalb des Quadrats liegen, führen zum Bruch, wobei hier angenommen wurde, dass die Druckfestigkeit β_d größer als die Zugfestigkeit β_z ist. Die Theorie gilt für spröde Stoffe, z. B. Porzellan oder Gusseisen, bei denen keine plastischen Formänderungen auftreten und der Bruch als reiner Trennbruch auftritt.

Die Größtdehnungshypothese (nach Navier (1826) [389] und Saint-Venant (1844) [390]) trifft die Annahme, dass beim Bruch ein bestimmter Maximalwert der elastischen Dehnung überschritten werden müsse. Nach dem erweiterten Hooke'schen Gesetz gilt für die Dehnung in Richtung σ_1 und σ_3

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu (\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu (\sigma_1 + \sigma_2)] \end{aligned} \quad (30)$$

Für den Bruchzustand gilt dann

$$\varepsilon_1 \text{ bzw. } |\varepsilon_3| < \varepsilon_V = \frac{\sigma_V}{E}. \quad (31)$$

Die Vergleichsspannung wird demnach

$$\sigma_V = \sigma_1 - \nu (\sigma_2 + \sigma_3) \quad (32)$$

oder, falls der Bruch aufgrund einer Druckspannung erfolgt,

$$\sigma_V = \sigma_3 - \nu (\sigma_1 + \sigma_2). \quad (33)$$

Die Größtdehnungshypothese kann ebenso wie die Normalspannungshypothese nur gültig sein, wenn sich der Baustoff bis zum Bruch elastisch dehnt. In Bild A.14 sind die Grenzlinien für den ebenen Spannungszustand eingezeichnet unter der Voraussetzung von $\nu = 0,20$ (Granit).

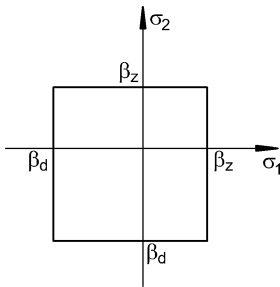


Bild A.13 Grenzlinie nach der Normalspannungshypothese

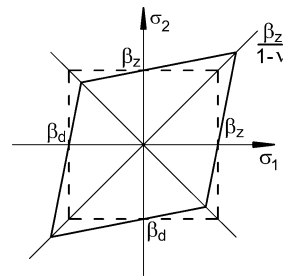


Bild A.14 Grenzlinie nach der Größtdehnungshypothese

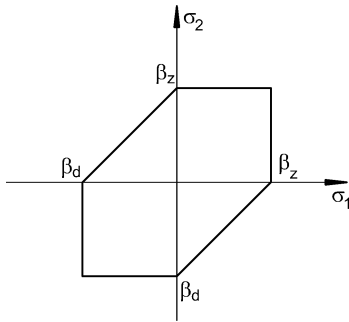


Bild A.15 Grenzlinie nach der Hüllkurve für den ebenen Spannungszustand, nach Tresca [5]

Bei duktilen Stoffen geht dem Bruch eine große plastische Verformung voraus, die mit Abgleitungen von Kristallbändern erklärt wird. Die Ursachen davon sind die Schubspannungen, die entlang solcher Gleitebenen wirken. Entsprechend diesem Materialverhalten wurde eine Schubspannungshypothese (von Tresca [5] und Saint-Venant [6]) aufgestellt, nach der die maximale Schubspannung für das Versagen eines Bauteils maßgebend ist, und zwar unabhängig von der mittleren Hauptspannung σ_2 . Nach der Elastizitätslehre gilt

$$\sigma_V = \tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}. \quad (34)$$

Wenn demnach ein hydrostatischer Spannungszustand herrscht, kann kein Versagen eintreten; eine Aussage, die für allseitigen Druck in Versuchen bestätigt wurde. Für allseitigen Zug kann die Behauptung nicht zutreffen, da in diesem Fall die Voraussetzungen der Theorie – Verformung durch Gleitung – nicht mehr gegeben sind. Im Bild A.15 sind die Grenzlinien für den ebenen Spannungszustand dargestellt. Man ersieht daraus, dass im Falle gleichsinniger Spannungen die Linien mit denen der Normalspannungshypothese übereinstimmen, im Fall entgegengesetzter Vorzeichen das Versagen jedoch eher eintritt. Zu beachten ist, dass im ebenen Spannungszustand σ_3 null ist, sodass die größte Differenz $\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_1$ wird. Für den räumlichen Zustand ergibt sich hier ein Sechskantprisma, dessen Längsachse gleiche Winkel (rd. $71,1^\circ$) mit den Koordinatenachsen einschließt.

Nach dem bisher Gesagten ist es notwendig, je nach der voraussichtlichen Bruchart – Trennbruch oder Gleitbruch – die richtige Festigkeitshypothese anzuwenden, um die Bruchlast vorauszusagen. Außerdem erfassen beide Theorien den Mischbruch nur ungenau, der in der Praxis jedoch sehr häufig auftritt. Mohr [7] machte daher den Vorschlag, in ein σ, τ -Diagramm sämtliche Bruchzustände in Form der Mohr'schen Spannungskreise einzuzichnen und damit eine Hüllkurve oder im räumlichen Fall eine Hüllfläche zu konstruieren. Alle Spannungskreise, die diese Hüllkurve berühren oder schneiden, führen zum

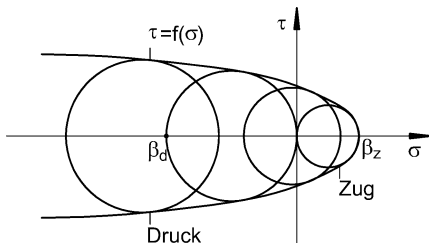


Bild A.16 Mohr'sche Schubspannungshypothese

Bruch. Bild A.16 zeigt eine Mohr'sche Hüllkurve und die Spannungskreise für zweiseitigen Druck, für einachsigen Zug und Druck und für zweiachsige Zug-Druck-Beanspruchung (z.B. Torsion). Diese sog. erweiterte Schubspannungshypothese wird vor allem bei nicht-metallischen Körpern angewendet, die meist eine geringe Zugfestigkeit bei hoher Druckfestigkeit aufweisen. Diese Stoffe werden in der Regel auf Druck beansprucht, z.B. Beton oder Natursteine, und zeigen vor dem Bruchbeginn eine geringe plastische Verformung; ein Umstand, der die Anwendung der Normalspannungshypothese fraglich macht. Außerdem ist es kaum möglich, auf Druck einen Trennbruch zu erzeugen, da die Reibung der Bruchflächen aneinander eine völlige plötzliche Trennung verhindert.

Die Hüllkurve nach Mohr kommt einer Parabel sehr nahe. Daher kann man bei Bestimmung von zwei Punkten, z.B. im einachsigen Zug- und Druckversuch, die Kurve berechnen (siehe auch Abschnitt F 4.4).

Die Funktion $\tau = f(\sigma)$ stellt die allgemeine Form der Hüllkurve dar, die Coulomb [8] in seinem Reibungsgesetz als Gerade angenommen hat. Dieses Gesetz wird hier erwähnt, da es auch heute noch für die Standfestigkeitsberechnung von Schüttgütern und Böden verwendet wird. Bei völlig kohäsionslosen Teilchen wie Kies, Kohle, Getreide ist keine Zugfestigkeit vorhanden, sodass die Kurve $\tau = a \sigma$ nur im Druckbereich liegen kann (Bild A.17 a)). Ist auch ohne Seitendruck bereits eine Schubfestigkeit τ_0 vorhanden oder eine Zugfestigkeit, z.B. bei Ton oder Mörtel, so verschiebt sich die Figur nach rechts. Die Geraden nach dem Coulomb'schen Reibungsgesetz heißen dann

$$\tau = \sigma \cdot \tan \varphi + \tau_0. \quad (35)$$

φ ist dabei der Winkel der inneren Reibung, der in der Natur direkt als Böschungswinkel abgelesen werden kann.

Neben der Spannung und der Dehnung wird zur Begrenzung der Tragfähigkeit eines Körpers auch die Energie herangezogen, die ihm durch äußere Kräfte zugeführt wird. Es wird die Hypothese aufgestellt, dass eine bestimmte konstante Energie vom Körper gespeichert werden kann; wird diese überschritten, so erfolgt bei einem zähen Material ein Versagen aufgrund einer Gleitung und bei sprödem Material ein Trennbruch. Ursprünglich wurde zur Bestimmung des Grenzzustandes die gesamte Formänderungsenergie betrachtet (nach Beltrami [9])

$$A = \frac{1}{2} (\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3) \quad (36)$$

und diese der Formänderungsenergie im einachsigen Zugversuch

$$A = \frac{1}{2} \sigma_0 \varepsilon_0 \quad (37)$$

gleichgesetzt. σ_0 kann dabei die Spannung an der Fließgrenze oder die Bruchfestigkeit bedeuten. Je nachdem erhält man eine Fließ- oder ein Bruchhypothese. Huber [10] präzierte diese Theorie dahin gehend, dass er anstelle der gesamten Formänderungsarbeit

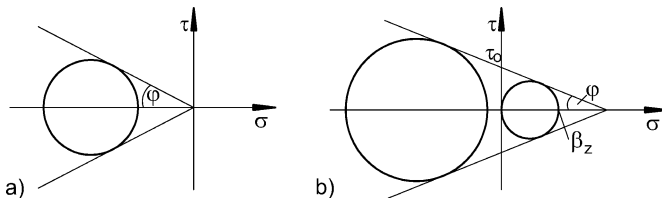


Bild A.17 Grenzlinie nach dem Coulomb'schen Reibungsgesetz für Körper a) ohne Kohäsion, b) mit Kohäsion

lediglich die Gestaltsänderungsarbeit setzte, also den Anteil, der aufgrund der Schubspannungen im Körper entsteht. Diese Theorie wurde unabhängig voneinander auch von von Mises [11] aufgestellt und von Hencky [12] weitergeführt. Man nennt sie Gestaltsänderungsenergiehypothese oder Huber-von Mises-Hencky-Bedingung. Nach der Elastizitätstheorie ist die Gestaltsänderungsarbeit beim räumlichen Spannungszustand

$$A_G = \frac{1}{12 G} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (38)$$

und im einachsigen Versuch

$$A_G = \frac{1}{6 G} \sigma_0^2. \quad (39)$$

Setzt man die beiden Energien gleich, so bekommt man die Vergleichsspannung

$$\sigma_V = \sigma_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (40)$$

Wird diese Spannung überschritten, so tritt bei $\sigma_0 = \beta_s$ plastisches Fließen auf und bei $\sigma_0 = \beta_d$ oder β_z erfolgt der Bruch. Diese Theorie genügt praktisch allen Werkstoffen. Für den ebenen Spannungszustand folgt aus Gl. (40)

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}, \quad (41)$$

welcher Ausdruck eine um $\pi/4$ zum σ_1, σ_2 -Koordinatenkreuz gedrehte Ellipse darstellt. In Bild A.18 liegen alle Spannungszustände, die kein Versagen verursachen, innerhalb der Ellipse.

Zusammenfassend kann man behaupten, dass heute vor allem

- die Normalspannungshypothese,
- die Schubspannungshypothese – einschließlich der Mohr'schen Hüllkurve – und
- die Gestaltsänderungsenergiehypothese

zur Berechnung der Baustoffanstrengung bei mehrachsiger Beanspruchung angewendet werden. Die Normalspannungshypothese genügt dem Verhalten von sprödem Material bei Zugbeanspruchung, also bei Trennbruch, die Mohr'sche Hüllkurve dient zur anschaulichen Beschreibung des Verhaltens spröder Stoffe im Druckbereich, beim Mischbruch, während die Gestaltsänderungsenergiehypothese vor allem für duktile Werkstoffe zur Bestimmung des Fließbeginns infrage kommt, wofür die Schubspannungshypothese eine gute Näherung darstellt. Die genannten drei grundlegenden Theorien wurden vor allem für Finite-Elemente-Berechnungen erweitert und verfeinert [13].

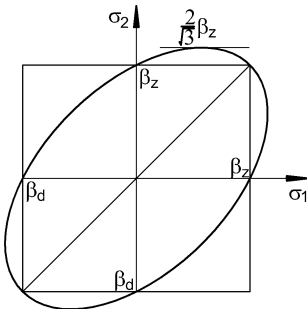


Bild A.18 Grenzlinie nach der Gestaltsänderungsenergiehypothese für den ebenen Spannungszustand

2.4 Bruchmechanik

Eine der zentralen Aufgaben des Bauingenieurs besteht darin sicherzustellen, dass die von ihm berechneten oder untersuchten Konstruktionen nicht infolge mechanischer Überbeanspruchung versagen. Einige wichtige Versagensarten sind das Überschreiten zulässiger Verformungen, das Knicken oder Beulen und schließlich das Brechen. Der Bruch kann plötzlich auftreten, ohne dass vorher eine sichtbare Schädigung erkennbar war, oder er kann dadurch ausgelöst sein, dass schon Risse (Trennflächen) vorhanden waren. Die Untersuchung des Einflusses von Rissen auf das mechanische Versagensverhalten von Festkörpern ist Gegenstand der Bruchmechanik. Die zentrale Fragestellung der Bruchmechanik lautet somit: Unter welchen Umständen wird ein Bauteil bzw. Bauwerk versagen, das bereits Risse aufweist? Die Grundlagen der Berechnung von Spannungen in der Nähe eines Risses in linear elastischem Material bietet die Elastizitätstheorie [1]. Allerdings wird sich zeigen, dass dies in vielen Fällen nicht ausreicht. Daher wird unterschieden in „linear elastische Bruchmechanik“ bei spröden Werkstoffen, in „elastisch-plastische Bruchmechanik“ bei zähen Werkstoffen und in „nichtlineare Bruchmechanik“ bei entfestigenden Werkstoffen wie z. B. Beton.

2.4.1 Linear elastische Bruchmechanik

Im Rahmen der Bruchmechanik werden Bauteile betrachtet, die Risse aufweisen. Unter einem Riss wird hierbei eine im unbelasteten Zustand ausdehnungslose Öffnung verstanden. Im Folgenden werden nur ebene Bauteile mit gradlinigen Rissen betrachtet. Die Linie, die einen derartigen Riss über die Enden, die im Folgenden Risspitzen genannt werden, verlängert, heißt Rissligament. Da die Anwendung der linearen Elastizitätstheorie bei der Betrachtung rissbehafteter Bauteile (scharfer Anriss) zu unendlich großen Spannungen an den Risspitzen führt, ist das Ziel der linear elastischen Bruchmechanik die Schaffung theoretischer Konzepte zur Beurteilung der Festigkeit rissbehafteter Bauteile ohne Verzicht auf die Materialgleichungen der linearen Elastizität.

2.4.1.1 Rissöffnungsarten

Da die Grundgleichungen der linear elastischen Bruchmechanik vollständig linear sind, gilt das Superpositionsgesetz. Hieraus folgt, dass es zulässig ist, die Gesamtheit aller auf ein Bauteil einwirkenden Lasten in Gruppen aufzuteilen, die an einem betrachteten Riss jeweils unterschiedliche Rissöffnungsarten verursachen. Im Weiteren können diese Lastgruppen

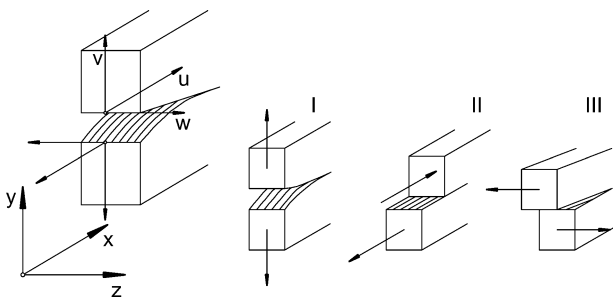


Bild A.19 Rissöffnungsmodi

dann getrennt betrachtet werden. Folgende Rissöffnungsarten werden unterschieden (siehe Bild A.19):

- Modus I: Die Rissöffnung geschieht rechtwinklig zum Rissligament;
- Modus II: Die Rissöffnung geschieht als Schuböffnung längs des Rissligaments;
- Modus III: Die Rissöffnung geschieht als Schuböffnung in Z-Richtung.

Der Modus I ist der in der Praxis bei Weitem wichtigste Fall. Der Modus III stellt einen nichtebenen Verschiebungszustand dar und wird hier nicht weiter betrachtet.

2.4.1.2 Nahfeldlösung für Risse unter Modus-I-Belastung

Als wichtigster Sonderfall wird in diesem Abschnitt das Problem eines gradlinigen Risses behandelt, dessen Ligament sich in x-Richtung erstreckt und der ausschließlich durch Lasten, die eine Modus-I-Rissöffnung verursachen, beansprucht wird. In diesem Fall ist besonders die Spannungskomponente σ_y für Punkte in der Umgebung der Risspitze von Interesse. Diese Spannungskomponente repräsentiert in gewisser Weise den Widerstand gegen das Weiterreißen, also gegen eine Verlängerung des Risses entlang des Ligaments über die vorhandene Risspitze hinaus.

Für die folgenden Betrachtungen wird neben den kartesischen Koordinaten x, y ein Polarkoordinatensystem r, φ derart eingeführt, dass der Ursprung mit der Risspitze zusammenfällt und die Richtung $\varphi = 0$ in positive x-Richtung zeigt. Es kann gezeigt werden, dass die vollständige Lösung des hier behandelten Problems für die Spannungskomponente σ_y als Reihe in Potenzen der Wurzel des Risspitzenabstandes r dargestellt werden kann [1]. Eine solche Darstellung hat allgemein die Form

$$\sigma_y = A_1 r^{-1/2} F_1(\varphi) + A_2 r^0 F_2(\varphi) + A_3 r^{+1/2} F_3(\varphi) + \dots + A_i r^{(i-2)/2} F_i(\varphi) + \dots \quad (42)$$

Hierin sind A_i Konstanten und F_i Funktionen des Ligamentwinkels φ . Beim Grenzübergang r gegen 0 ist der erste Summand dieses Ausdrucks der dominierende Term, gegenüber dem alle Terme höherer Ordnung vernachlässigt werden können. Entsprechend lassen sich auch Ausdrücke für die übrigen Komponenten des Spannungstensors formulieren. Der Grenzübergang $r \rightarrow 0$ liefert schließlich die sog. Nahfeldlösung. Diese lautet

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \begin{bmatrix} 1 - \sin(\varphi/2)\sin(3\varphi/2) \\ 1 + \sin(\varphi/2)\sin(3\varphi/2) \\ \sin(\varphi/2)\cos(3\varphi/2) \end{bmatrix} \quad (43)$$

bzw.

$$\begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\varphi \\ \tau_{r\varphi} \end{bmatrix} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} 5\cos(\varphi/2) - \cos(3\varphi/2) \\ 3\cos(\varphi/2) + \cos(3\varphi/2) \\ \sin(\varphi/2) + \sin(3\varphi/2) \end{bmatrix}. \quad (44)$$

Diese Formeln geben die Spannungsverteilung in einer kleinen Umgebung einer Risspitze an. Die Stärke des Spannungszustandes wird hierbei allein durch den Spannungsintensitätsfaktor K_I angegeben, der von der Belastung und von den geometrischen und mechanischen Randbedingungen des betrachteten Problems abhängt. Der Spannungsintensitätsfaktor hat die physikalische Einheit $[\text{N}/\text{mm}^{3/2}]$, d.h. er stellt für sich betrachtet keine mechanische Spannung dar. Mit dem Spannungsintensitätsfaktor ist eine physikalische Größe hergeleitet worden, die zum einen die Spannungsverteilung in einer kleinen Risspitzenumgebung vollständig charakterisiert und die zum anderen endliche Werte annimmt, die aufgrund der Linearität der Theorie proportional zu den angreifenden Lasten