



Helmut Neunzert
Dieter Prätzel-Wolters *Hrsg.*

Mathematik im Fraunhofer-Institut

Problemgetrieben – Modellbezogen –
Lösungsorientiert

Mathematik im Fraunhofer-Institut

Helmut Neunzert • Dieter Prätzel-Wolters
(Hrsg.)

Mathematik im Fraunhofer-Institut

Problemgetrieben — Modellbezogen —
Lösungsorientiert

 Springer Spektrum

Herausgeber

Helmut Neunzert
Fraunhofer Institut für Techno- und
Wirtschaftsmathematik (ITWM)
Kaiserslautern, Germany

Dieter Prätzel-Wolters
Fraunhofer Institut für Techno- und
Wirtschaftsmathematik (ITWM)
Kaiserslautern, Germany

ISBN 978-3-662-44876-2
DOI 10.1007/978-3-662-44877-9

ISBN 978-3-662-44877-9 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Mathematics Subject Classification (2010): 00-02, 00A07, 00A35, 00A69, 01A74, 00A71, 34-XX, 35-XX, 60Gxx, 62-07, 93-XX, 76-XX, 91Gxx, 97-XX

Springer Spectrum

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2015

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften. Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Einbandabbildung: G. Ermel, Fraunhofer ITWM

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Berlin Heidelberg ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
(www.springer.com)

Vorwort

Die Mitarbeiter eines mathematischen Fraunhofer-Instituts sind sehr damit beschäftigt, mit industriellen Auftraggebern Probleme zu diskutieren und diese Probleme dann mit Hilfe der Mathematik und des Computers zu lösen. Nachdenkphasen, die Projekte der öffentlichen Hand und aus Eigenmitteln finanzierte Vorlaufforschung hin und wieder ermöglichen, dienen meist der mathematischen Grundlegung dieser Problemlösungen. Da auch noch einen Schritt zurückzutreten, um das eigene Tun kritisch zu betrachten und es dann verständlich und präzise darzustellen, bedarf großen Einsatzes und großer Begeisterung.

Trotzdem haben es 18 Mitarbeiter und 5 andere, dem Institut eng verbundene Mathematiker unternommen, in diesem Buch über ihr Denken und Tun zu berichten. Da geht es zunächst um die vier Grundkonzepte, die unsere Arbeit bestimmen: Wir modellieren, berechnen, optimieren und analysieren Daten; was das in unseren Fall bedeutet, beschreiben vier kürzere Konzeptartikel.

Und dann werden exemplarisch fünf Projekte, vielleicht besser Projektgruppen vorgestellt – und dieses „Vorstellen“ meinen wir ernst:

Da wird erst das nicht-mathematische Problem beschrieben und erklärt, warum die üblichen Lösungsansätze nicht funktionieren; auch, warum die schon existierende Mathematik oft nicht genügt und wieviel Vorarbeiten im Umfeld der Fragestellungen, etwa in Form von Doktorarbeiten, schon im ITWM entstanden sind. Der Kern dieser fünf Forschungskapitel ist dann aber harte Mathematik – die Modelle und ihre numerische Auswertung. Und schließlich wird die „Lösung“ beschrieben, das, was der Kunde erhält, oft auch Software.

In einem abschließenden Kapitel beschreiben wir detailliert, wie man diese Problemgebiete, Modellbasierte und Lösungsorientierte Mathematik auch in die Schulmathematik einführen kann, um so dieser wieder mehr Bedeutung zu geben und die Freude der Schüler an der Mathematik zu verstärken.

Wir haben ganz verschiedene Lesergruppen im Auge: Da sind die Menschen in der Industrie und der Wirtschaft, denen deutlich gemacht werden soll, dass Mathematiker Probleme nicht nur diskutieren oder analysieren, sondern sie auch lösen. Da sind die Hochschulmathematiker, die überzeugt werden sollen, dass dieses Tun auch der Mathematik neue Impulse gibt. Wir denken an Studierende, die ja doch wissen wollen, was sie später

in ihrem Beruf wirklich tun; Hochschullehrer werden ja doch die wenigsten. Die, die Lehrer werden wollen oder schon sind, können nachlesen, wie sie der Schulmathematik neuen Schwung verleihen können.

Erhebt „das Fraunhofer-Institut“ zu Recht den Anspruch, all diese Versprechen einlösen zu können? „Das Fraunhofer-Institut“ des Titels persifliert die Sprechweise der Medien, die bei fast jeder von Fraunhofer gemachten Erfindung von einer Erfindung „des Fraunhofer-Instituts“ sprechen. Nun gibt es ja über 65 solcher Institute in der Fraunhofer-Gesellschaft; drei davon basieren auf mathematischen Methoden, das ITWM in Kaiserslautern, das SCAI in Sankt Augustin und das Mevis in Bremen. Das ITWM ist von diesen heute das Institut mit den höchsten Industrieerträgen und dem stärksten Wachstum. Dieses phantastische Wachstum des Instituts in den fast 20 Jahren seines Bestehens ist ein glänzender Beweis dafür, dass Mathematik wirklich eine Schlüsseltechnologie geworden ist. Und deshalb glauben wir, alle Leser von dieser Art von Mathematik überzeugen zu können!

Kaiserslautern, Germany
August 2014



Dieter Prätzel-Wolters



Helmut Neunzert

Inhaltsverzeichnis

Teil I Einleitung

Probleme dominieren Methoden: Eine etwas andere Mathematik aus einem etwas anderen Haus	3
Dieter Prätzel-Wolters und Helmut Neunzert	

Teil II Die Konzepte

Modellierung	33
Helmut Neunzert	
Berechnung	49
Oleg Iliev, Konrad Steiner und Oliver Wirjadi	
Datenanalyse	65
Patrick Lang und Jürgen Franke	
Optimierungsprozesse	85
Karl-Heinz Küfer	

Teil III Die Forschung

Virtuelle Produktion von Filamenten und Vliesstoffen	105
Raimund Wegener, Nicole Marheineke und Dietmar Hietel	
Modellierung und Simulation von Filtrationsprozessen	167
Oleg Iliev, Ralf Kirsch, Zahra Lakdawala, Stefan Rief und Konrad Steiner	
Maximale Materialausbeute bei der Edelsteinverwertung	239
Karl-Heinz Küfer, Volker Maag und Jan Schwientek	
Robuste Zustandsschätzung komplexer Systeme	303
Jan Hauth, Patrick Lang und Andreas Wirsén	

Optionsbewertung in der Praxis: Das stochastische Volatilitätsmodell nach Heston	367
Sascha Desmettre, Ralf Korn und Tilman Sayer	
Teil IV Die Ausbildung	
Angewandte Schulmathematik – Made in Kaiserslautern	421
Wolfgang Bock und Martin Bracke	

Teil I
Einleitung

Probleme dominieren Methoden: Eine etwas andere Mathematik aus einem etwas anderen Haus

Dieter Prätzel-Wolters und Helmut Neunzert

Das vorliegende Buch widmet sich Mathematik basierten Themenfelder, die getrieben sind durch Probleme aus der Praxis und deren Lösungen Innovation erzeugt. Die Problemstellungen sind entstanden im Kontext von Projekten des Fraunhofer ITWM und die überwiegende Zahl der Autoren¹ des vorliegenden Buches sind Mitarbeiter des Fraunhofer-Instituts für Techno- und Wirtschaftsmathematik ITWM oder dem Institut eng verbunden. Auf den Titel „Mathematik im Fraunhofer-Institut“, den wir für unser Buch gewählt haben, konnten sich letztendlich alle beteiligten Autoren einigen. Wir haben damit eine Sprechweise aufgenommen, die in den Medien weit verbreitet ist, wenn es um die Berichterstattung über Forschungsergebnisse der Fraunhofer-Gesellschaft und ihrer 67 Institute geht. Sehr häufig wird über die Forschung an „dem“ Fraunhofer-Institut berichtet, das es so natürlich nicht gibt. In diesem Sinne bezeichnet der Titel des Buches und insbesondere der Untertitel: „Problemgetrieben – Modellbezogen – Lösungsorientiert“ die Mathematik, wie sie im Fraunhofer ITWM, aber nicht nur hier, sondern auch an anderen Fraunhofer-Instituten betrieben wird, in deren Fokus mathematische Forschung und Mathematiktransfer steht.

Die Herausgeber des Buches hatten ursprünglich „Fraunhofer-Mathematik“ als Titel des Buches vorgeschlagen. Dieser Vorschlag wurde jedoch verworfen, weil er unter den Autoren nicht konsensfähig war. Ein Buch über „Fraunhofer-Mathematik“ hätte vielleicht auch polarisiert. Für viele Mathematiker wäre dies wohl auch ein provokanter Titel gewesen, der Verwirrung darüber erzeugt hätte, wofür denn „Fraunhofer-Mathematik“ stehen soll.

¹Zu Gunsten der einfacheren Lesbarkeit wird in diesem Buch für beide Geschlechter die männliche Form verwendet.

D. Prätzel-Wolters · H. Neunzert (✉)
Fraunhofer Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik (ITWM), Kaiserslautern, Deutschland
e-mail: helmut.neunzert@itwm.fraunhofer.de

Mathematik ist die Wissenschaft mit dem höchsten Abstraktionsgrad, es gibt einen nahezu hundertprozentigen Konsens darüber, was als Mathematik anerkannt wird, die erzielten mathematische Ergebnisse sind in höchstem Maße objektiv, immanent verifizierbar und in einer weitgehend genormten Sprache formuliert. Es gibt reine und angewandte Mathematik, obwohl auch hier schon die Abgrenzung schwierig ist. Zuweilen kommt es vor, dass das Werk bedeutender Mathematiker mit ihrem Namen verbunden wird und man spricht dann zum Beispiel von der Hilbertschen oder Riemannschen Mathematik. Auch gibt es Schulen, die einen bestimmten strukturellen Aufbau des mathematischen Gedankengebäudes entwickelt haben und deren Arbeiten dann z. B. als die Bourbaki- oder die Konstruktivistische Mathematik zitiert werden.

Aber wie hätte sich dort die Fraunhofer-Mathematik eingeordnet? Als die Mathematik des Joseph von Fraunhofer? Wohl kaum. Obwohl er auch einige mathematisch orientierte Arbeiten geschrieben hat, war Joseph von Fraunhofer (1787–1826) kein Mathematiker. Er war ein sehr erfolgreicher Wissenschaftler, der die nach ihm benannten „Fraunhofer-Linien“ im Sonnenspektrum entdeckt hat und der sich bestens mit der Physik und der Berechnung von Linsen und optischen Geräten auskannte. Gleichzeitig war er ein erfolgreicher Unternehmer, der bereits im Alter von 22 Jahren Leiter der Glashütte in Benediktbeuren wurde und sie erfolgreich betrieben hat (das unten abgebildete Teleskop, geliefert für die Universität Dorpat, war das größte und beste seiner Zeit) und Joseph von Fraunhofer ist der Namensgeber für die Fraunhofer-Gesellschaft, der nach dem MIT weltweit zweitgrößten Institution für angewandte Forschung (Abb. 1).

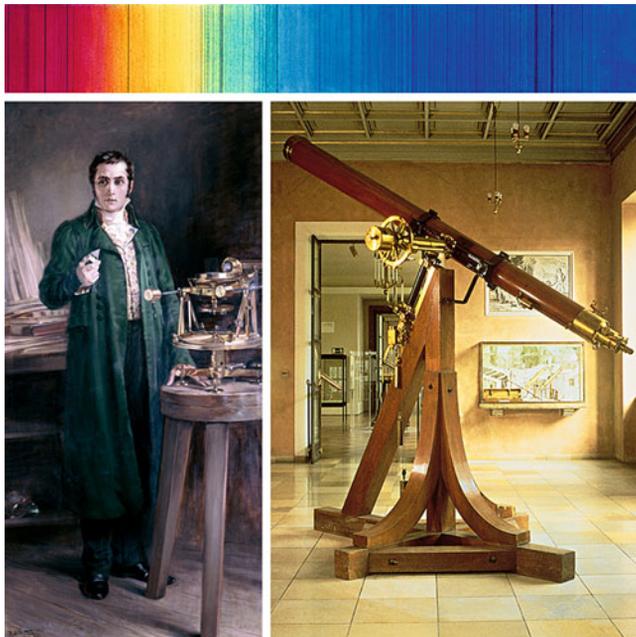


Abb. 1 Joseph von Fraunhofer: Forscher, Erfinder und Unternehmer (© Fraunhofer-Gesellschaft)

Das Selbstverständnis der Fraunhofer-Forschung ist durch Anwendungsnähe, Industrie-relevanz und Innovation gekennzeichnet. Die Fraunhofer-Gesellschaft hat erkannt, dass angewandte mathematische Forschung nicht nur Hilfsmittel für andere Wissenschaftsdisziplinen zur Lösung praktischer, insbesondere technischer und organisatorischer Probleme bereitstellt, sondern dass Mathematik eine für die Wettbewerbsfähigkeit der Wirtschaft und die Bewältigung gesellschaftlicher Aufgaben unverzichtbare Technologie darstellt, die sich von einer Schlüsseltechnologie für die Grundlagenforschung und Technik zu einer „enabling technology“ für nahezu alle wirtschaftlich relevanten Schlüsseltechnologien entwickelt hat.

Die Fraunhofer-Gesellschaft hat dieser Entwicklung Rechnung getragen und im letzten Jahrzehnt drei mathematikbasierte Institute neu in die Gesellschaft aufgenommen:

- das Fraunhofer-Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik ITWM in Kaiserslautern,
- das Fraunhofer-Institut für Algorithmen und Wissenschaftliches Rechnen SCAI in Sankt Augustin und
- das Fraunhofer-Institut für Bildgestützte Medizin MEVIS in Bremen.

Diese Institute widmen sich in ihrer Forschungsmission und ihren Forschungsschwerpunkten der anwendungsorientierten Mathematik und dem Mathematiktransfer in Gesellschaft und Industrie.

Unser Buch ist der Mathematik gewidmet, die im ITWM betrieben wird, deren Geist aber auch an den anderen Instituten vorherrscht. Der im Untertitel aufgeführte Dreiklang „Problemgetrieben – Modellbasiert – Lösungsorientiert“ beschreibt die aus unserer Sicht wesentlichen Merkmale dieser Mathematik. Wir gehen darauf an anderer Stelle näher ein. Wenn man ein identitätsstiftendes Alleinstellungsmerkmal akzentuieren möchte, dann ist es sicherlich die Attribuierung „problemgetrieben“ versus „methodengetrieben“. Der Stil und der Aufbau dieses Buches sind dadurch geprägt worden.

Darüber hinaus war natürlich auch ein Motiv, die „Erfolgsgeschichte“ des Fraunhofer ITWM zu erzählen. Wir wollen aufzeigen, wie Innovation in der Mathematik und Transfer ihrer Ergebnisse in Gesellschaft und Wirtschaft effektiv in einem großen Forschungsinstitut mit relativ wenig Grundfinanzierung betrieben werden kann. Der Erfolg des „ITWM-Modells“, der ja auch die überragende Rolle der Mathematik in der heutigen Industrie beweist, ist vielleicht auch ein Motivationsfaktor, an anderen Standorten und in anderen Ländern, adaptiert an regionale und nationale Besonderheiten, ähnliche Institutionen aufzubauen.

1 „Mathematik im Fraunhofer-Institut“ versus „Angewandter Mathematik“²

Viele Wissenschaftsdisziplinen profitieren bei der Lösung praktischer Probleme von angewandter mathematischer Forschung. In der traditionellen, akademisch geprägten Angewandten Mathematik werden in der Regel allerdings nur solche Probleme betrachtet und numerisch behandelt, die auch einer rigorosen mathematischen Analyse zugänglich sind, für die sich also z. B. Existenz- und Eindeutigkeitsaussagen für die Lösung und Konvergenzaussagen für die verwendeten numerischen Methoden beweisen lassen. Dadurch sind die in der mathematischen Literatur behandelten Probleme oft stark idealisiert und nicht wirklich realistisch.

Erst mit der Etablierung von Technomathematik, Wirtschaftsmathematik und Wissenschaftlichem Rechnen als neuen mathematischen Disziplinen wurde die effektive Lösung großer realer Probleme zum Gegenstand intensiver mathematischer Forschung.

Diese praxisorientierte Mathematik, die mathematische Methoden problemorientiert weiter entwickelt und deren Modelle und Algorithmen die Basis für die Simulation und Optimierung von komplexen Produkten und Prozessen bilden, steht im Fokus der mathematisch orientierten Fraunhofer-Institute. Dass diese Forschung weit entfernt davon ist, lediglich Mathematiktransfer zu sein, wird in der stärker akademisch geprägten, universitären Welt häufig verkannt. Hier findet man zuweilen die Position, dass eine solche praxisorientierte Mathematik keine „richtige“ Mathematik sei, oder dass die wirklich „neue“ Mathematik an den Universitäten – losgelöst von praktischen Anwendungen – entwickelt wird und nur mit Zeitverzögerungen in der Industrie Anwendung findet. Die Erfahrungen der mathematikorientierten Fraunhofer-Institute – gesammelt in langjähriger umfangreicher Zusammenarbeit mit der Industrie – widersprechen diesen Einschätzungen.

So resultieren z. B. aus der Modellierung und Simulation des Verhaltens komplexer Materialien mathematisch anspruchsvolle Problemstellungen für die Kopplung sehr verschiedener Differentialgleichungen, z. B. der Strömungsmechanik und der Maxwell-Gleichungen; diese Kopplung stellt nicht nur für die Numerik, sondern auch für die Theorie eine erhebliche Herausforderung dar. Die bei der Risikobewertung von Finanztiteln entstehenden hochdimensionalen partiellen Differentialgleichungen erfordern ganz neue numerische Lösungsmethoden. Der Übergang von kleineren zu großen Skalen funktioniert mit Homogenisierungsmethoden, aber nur dann, wenn die wesentlichen Skalen gut getrennt sind. Ist dies nicht der Fall – und das ist so in vielen praktischen Anwendungen, zum Beispiel in der Turbulenz und bei der Rissbildung in Materialien unter Belastung

²Einzelne Abschnitte dieser Einleitung sind aus den folgenden Publikationen übernommen worden: H. Neunzert, U. Trottenberg: Mathematik ist Technologie – Ein Beitrag zur Innovations-Initiative aus Fraunhofer-Sicht, Fraunhofer ITWM und Fraunhofer SCAI, Kaiserslautern und Sankt Augustin, 2007;

D. Prätzel-Wolters, U. Trottenberg: Rechnen für Fortschritt und Zukunft – Innovationen brauchen Mathematik, Jahresbericht der Fraunhofer-Gesellschaft 2007, S. 47ff., München, 2008.

und in Gesteinen – so gibt es zur Zeit noch wenige fruchtbare Ansätze zur Vereinfachung der Modelle bzw. der Numerik. Die digitale Vernetzung von Regelungssystemen erfordert neue Verfahren zur Analyse und Synthese von hybriden Systemen mit kontinuierlichen und diskreten Dynamiken und logikbasierten Schaltfunktionen.

Das sind nur einige wenige Beispiele dafür, dass wesentliche Impulse zur Entwicklung „neuer“ und „richtiger“ Mathematik direkt aus der Behandlung komplexer praktischer Probleme resultieren.

Der Mathematiktransfer ist dennoch für die mathematisch orientierten Fraunhofer-Institute eine zentrale Aufgabe. Sie beschränken sich dabei aber nicht auf die Bereitstellung allgemeiner mathematischer Hilfsmittel zur Lösung der praktischen Probleme und überlassen die Lösung dann dem Anwender oder technisch orientierten Softwarehäusern. Sie engagieren sich selbst – in enger Kooperation mit den Anwendern – für die komplette Lösung und entwickeln entsprechende Softwaremodule. Der Anspruch, einen direkten Nutzen für die Wirtschaft nachzuweisen, also die Forschungsergebnisse direkt mit den Wirtschaftspartnern in die Praxis umzusetzen, ist Teil ihres Selbstverständnisses und ihrer Mission. Dabei akzeptieren sie, dass sich die Relevanz ihrer Forschungsergebnisse auch darin spiegelt, dass sich die adressierten Wirtschaftsunternehmen direkt und in erheblichem Umfang an den Kosten für die Forschungsarbeiten beteiligen. Das Fraunhofer-Finanzierungsmodell geht davon aus, dass ein Institut mindestens ein Drittel seines Betriebshaushaltes durch Wirtschaftserträge finanziert.

Aber für einen nachhaltig erfolgreichen Mathematiktransfer ist es auch essenziell, Anschluss an die Frontlinien der Grundlagenforschung zu halten und selber aktiv neue Mathematik mit zu entwickeln. Die Probleme der Praxis sind dabei eine wunderbare Quelle für neue Fragestellungen und Methoden, aus der die Grundlagenforschung an den Instituten gespeist wird.

In diesem Kontext besitzt die Zusammenarbeit der Institute mit anderen Forschungseinrichtungen, Universitäten, aber auch Industrieunternehmen im Rahmen öffentlich z. B. durch das BMBF, die DFG oder die EU geförderter Projekte eine sehr große Bedeutung. Sie dient zum Aufbau neuer Forschungsgebiete und zur Herstellung einer vertrauensvollen Zusammenarbeit mit den beteiligten Institutionen. Die Ergebnisse dieser Forschung schaffen Innovationen in wirtschaftlich und gesellschaftlich relevanten Anwendungsdomänen und finanzieren den Instituten einen Teil ihrer erkenntnisorientierten Grundlagenforschung.

2 Problemgetrieben oder Methodengetrieben?

Die Mathematik ist aus Sicht vieler ihrer Vertreter als Wissenschaft wertfrei, ihr Forschungsgegenstand definiert sich aus sich selbst heraus und bedarf keiner gesellschaftlich, technologisch oder ethisch bedingten Reflexionen.

Das spiegelt sich in dem immer noch häufig in der Öffentlichkeit anzutreffenden Klischee von der Mathematik als einem schwierigen, trockenen, weltabgewandten Tätigkeitsfeld. Mittelmäßige oder schlechte Schulleistungen in Mathematik werden von der Gesellschaft augenzwinkernd akzeptiert und sympathisierend kommentiert.

Wahrgenommen werden dabei weder die Faszination der Mathematik als freies Spiel des Geistes noch die Bedeutung der Mathematik als ein entscheidendes Instrument zur Gestaltung des technologischen Fortschritts.

Der Mathematiker selbst wird gesehen als ein Mensch, der – isoliert von der realen Welt – in seinem eigenen Gedankensystem über von ihm selbst erzeugte Fragestellungen forscht. Seine Forschung wird von Mathematik immanenten Methoden und Strukturen getrieben, die Lösung praktischer Probleme interessiert ihn wenig. Der ideale Ort für diese Tätigkeit ist im übertragenen Sinne der Elfenbeinturm, ein geistiger Ort der Abgeschlossenheit und Unberührtheit von der Welt.

Der Elfenbeinturm steht für die Isolation des Wissenschaftlers, der sich vom Weltgeschehen zurückzieht, sich nur der reinen Forschung widmet und dabei weder auf praktischen Nutzen noch die Konsequenzen seiner Forschung achtet und mit Leidenschaft in ihr aufgeht.

Dieses Bild der Mathematik passt nicht mehr in die Forschungslandschaft des 21. Jahrhunderts. Die angewandte Mathematik hat längst die Elfenbeintürme verlassen, den Computer als Arbeitsmittel besetzt und sich praxisrelevanten Problemen zugewandt. Aber es ist eine verkürzte Sichtweise, davon auszugehen, dass die Mathematik erst durch den Computer in die Lage versetzt und darauf orientiert wurde, praktische Probleme zu lösen.

Mathematik war immer beides: Sie war problemgetrieben und sie war methodengetrieben. Sie half, praktische Probleme zu lösen und sie schuf Kultur, indem sie sich aus sich selbst heraus weiterentwickelte.

Für die handelnden Personen – also meist Mathematiker – stand in den letzten hundert Jahren überwiegend die Fortentwicklung der Methoden im Vordergrund. Dies geschah entweder, um innerhalb der Mathematik aufgetretene Fragen zu beantworten – wie etwa in der reinen Mathematik, z. B. der algebraischen Geometrie – oder auch, um die Lösung von Problemen, die in praktischen Fragestellungen typischerweise auftreten, voranzutreiben – wie in der angewandten Mathematik z. B. bei inversen Problemen. Mathematiker an Universitäten hatten und haben das Privileg, sich über längere Zeit vertieft der Untersuchung einer mathematischen Problemklasse widmen zu können.

Das war früher anders, als das Einkommen von der erfolgreichen Behandlung von außen gestellter Probleme abhing. Typische Beispiele sind die strömungsdynamischen Probleme, die Euler zu lösen hatte oder die geodätischen Probleme von Gauß. Und es ist heute auch wieder anders, weil die Mathematik mit Hilfe ihres Werkzeuges Computer eine eigene Technologie geworden ist und die praktischen Probleme sozusagen vor ihrer Türe Schlange stehen.

Die Türen der Fraunhofer-Institute sind für solche Probleme weit geöffnet. Ihre mathematische Forschung wird ganz wesentlich durch die Notwendigkeit, diese Probleme zu lösen, getrieben. Das bedeutet, dass nicht die Weiterentwicklung von vorhandenen mathe-

matischen Methoden im Fokus der Forschung steht, sondern neue Methoden zur Formulierung und Lösung des Problems entwickelt oder bekannte Methoden an das zu lösende Problem adaptiert werden. Der Anspruch, das Problem zu lösen, bestimmt die Richtung, in der die Methoden entwickelt und ausgebaut werden.

3 Modellbasiert und lösungsorientiert

Effiziente mathematische Behandlung praxisrelevanter Probleme erfordert die Aufstellung „ökonomischer“ mathematischer Modelle und sie erfordert die Entwicklung effizienter Algorithmen. „Ökonomisch“ ist ein Modell, wenn es so komplex wie nötig, so einfach wie möglich ist. Die Einfachheit wird oft auch dadurch erzwungen, dass Echtzeit-Simulationen gewünscht sind oder die Simulationen die Zielfunktion(en) einer Optimierungsaufgabe berechnen. Die Algorithmen sind effizient, wenn sie bei gegebenen Rechnern und beschränkter Rechenzeit maximale Genauigkeit erreichen.

Für die meisten Probleme der industriellen Praxis stellt die Physik Modelle zur Verfügung; es sind häufig kontinuumsmechanische, thermodynamische oder elektromagnetische Gleichungen, die den Herstellungsprozess von Industriewaren oder auch deren Verhalten mit großer Präzision beschreiben. So kann man natürlich das Verhalten von Tausenden von polymeren Fasern, die im Übergang von der flüssigen zur festen Phase sind, in turbulenten Luftströmungen beschreiben. Oder man kann das Strömen eines Gases und die Absorption von mitfliegenden Partikeln durch ein poröses Medium auf der Skala der Teilchen sehr genau modellieren.

Aber man kann die beschreibenden Gleichungen auch mit Hochleistungsrechnern und modernsten Algorithmen nicht einmal in grober Näherung lösen. Man wird das vermutlich auch nicht in Jahrzehnten können. Und man muss es auch nicht, denn man kann die Modelle vereinfachen, sie reduzieren, ohne die gestellten Genauigkeitsforderungen zu verletzen. Die Algorithmen müssen dann den Modellreduktionen angepasst werden – und umgekehrt: Erste Näherungen in iterativen Lösern kommen vielleicht mit einfacheren Modellen aus, mit zunehmender Genauigkeit werden dann auch die Modelle genauer. Solche Wechselwirkungen von Modellen und Algorithmen sind insbesondere auch bei Optimierungsaufgaben nötig. Modellreduktionen haben oft mit asymptotischer Analysis oder Multiskalenansätzen usw. zu tun, wenn etwa kleine Parameter durch den Grenzwert Null ersetzt werden; oder ihnen liegen Projektionsmethoden auf Unterräume mit geringerer Dimension zu Grunde. Es ist aber auch gut möglich, dass völlig neue Modelle, basierend auf einer anderen mathematischen Theorie zum Zuge kommen, z. B. stochastische Modelle bei sehr komplexem deterministischem Verhalten.

Da es bei „echten“ Problemen wichtig ist, nutzbare Lösungen zu finden, kommt, wie schon mehrfach erwähnt, noch die Entwicklung effizienter Algorithmen hinzu. So passen Multicore-Ansätze aus der modernen Rechnerarchitektur gut mit Multigrid-Ansätzen zusammen, die ihrerseits oft mit Multiskalen-Modellen gekoppelt sind. Einen wichtigen Bereich bilden heute die parallelen Algorithmen. All dies allerdings nicht, wie meist sonst, als methodischer Selbstzweck, sondern – wir wiederholen es – problemgetrieben.

4 **Mathematik als Motor für Innovation in Technik und Gesellschaft**

Das Anwendungspotenzial für Mathematik ist riesig. Der Umfang der in die industrielle Praxis eingehenden Mathematik ist in den letzten vierzig Jahren explosionsartig gewachsen. Dies begründet sich im Wesentlichen dadurch, dass Arbeit am Realmodell durch Simulationen, d. h. Arbeit mit mathematischen Modellen, ersetzt wurde. Ergänzt wurde diese Entwicklung durch die Automatisierung von Arbeitsprozessen, Sinneswahrnehmungen oder Erfahrungen in Form von Algorithmen, Computerprogrammen oder Expertensystemen. Die Mathematik ist zu einer Schlüsseltechnologie geworden, die auf der gleichen Stufe wie Nano- oder Biotechnologie genannt werden sollte.

Dies mag auf den ersten Blick als eine kühne Konstruktion erscheinen. Zumindest besitzt sie Erklärungsbedarf. Sicherlich benutzen die Naturwissenschaftler die Mathematik seit Jahrtausenden als Hilfsmittel, als Sprache, in der sie ihre Theorien formulieren und sie bildet die Basis für die Berechnungen der Ingenieure. So ist sie zumindest ein Rohstoff, der Rohstoff von Modellen, die dann in Technik umgesetzt werden. Aber ein Rohstoff ist zu wenig für eine Schlüsseltechnologie. In den Rang einer Technologie erhoben wurde die Mathematik durch den Computer. Der Computer ist in gewisser Weise die reinste Form von zu Technik gewordener Mathematik. Die Mathematik hat sich im Computer materialisiert und sie bildet den Geist jeder Computersimulation. Simulationen benötigen Modelle, Algorithmen zu ihrer Auswertung und Visualisierung der Ergebnisse. Wenn man genauer hinsieht, dann ist die Basis, sozusagen der „Quellcode“ dieser Arbeitsschritte immer Mathematik.

Computer haben unsere Welt verändert. Sie sind im Sinne des Kulturphilosophen Ivan Illich (1926–2002) zu einem universellen, einem konvivialen Werkzeug geworden. Computersimulationen – und damit eben auch die Mathematik – sind heute das wesentliche Werkzeug zur Gestaltung und Optimierung von Produkten und Arbeitsprozessen.

Reale Modelle werden durch virtuelle Modelle ersetzt. Mathematik bildet, als Rohstoff und Schlüsseltechnologie das Fundament für den Brückenschlag in diese zweite Welt – die virtuelle Simulationswelt – die in nahezu allen Bereichen der Gesellschaft und Wirtschaft Fuß gefasst hat (Abb. 2).

5 **Mathematik ist universell anwendbar, weil sie quer liegt**

Diese universelle Anwendbarkeit von Mathematik beruht darauf, dass ihre Methoden und Werkzeuge, die für einen Wirklichkeits- oder Wissenschaftsbereich entwickelt und bereitgestellt werden, auch für andere Anwendungsbereiche direkt oder in ähnlicher Ausprägung nutzbar gemacht werden können. Mathematische Modelle liegen horizontal in einer Landschaft von vertikal angeordneten Wissenschaftsdisziplinen und technologischen Anwendungen. Dieser Querschnittscharakter der Mathematik macht sie zu einer „generischen Technologie“.

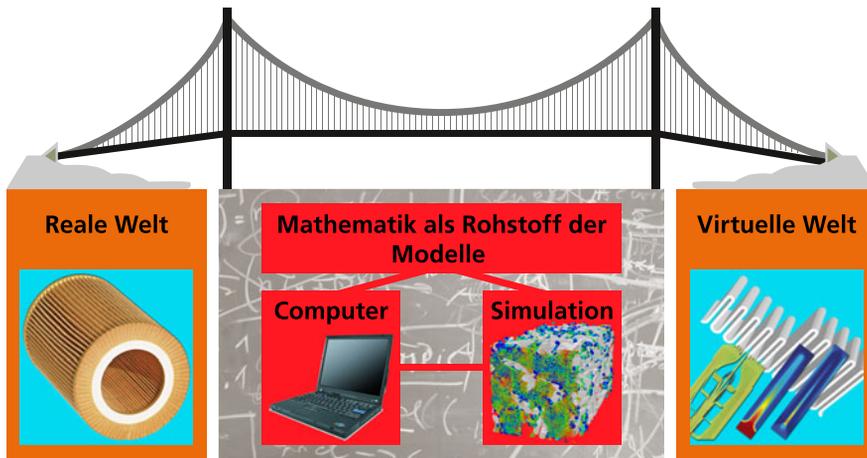


Abb. 2 Mathematik ist Schlüsseltechnologie (Grafik: S. Grützner, Fraunhofer ITWM)

Die Ideen, die in einem Bereich entwickelt worden sind, können in anderen Bereichen fruchtbar werden. In diesem Sinne schafft Mathematik Querverbindungen zwischen Disziplinen und ermöglicht übergreifende Erkenntnisse. „Querdenken“ als Charakteristikum mathematischer Vorgehens- und Arbeitsweise schafft – durch die Überlagerung verschiedener Bezugs Ebenen – Innovation.

Ihre Modelle sind gefragt, Lösungen benötigen Simulationen. In der Regel gibt es nicht nur eine Lösung und um die besten Lösungen zu finden, benötigt man mathematische Optimierung. Das Kürzel für diesen Dreiklang ist MSO. MSO ist heute in den Forschungs- und Entwicklungsabteilungen großer Technologiekonzerne als Kompetenzfeld – zum Teil sogar strukturbildend – verankert. MSO bildet in fast allen mathematikbasierten, praxisorientierten Forschungsprojekten einen integralen Bestandteil der Projektbearbeitung.

Insgesamt kann von einem Quantensprung in der Sichtbarkeit der Mathematik als Motor für Innovation in Technik und Gesellschaft in den letzten Jahrzehnten gesprochen werden.

Es gibt eine Vielzahl von Belegen für diese Veränderung, die inzwischen in Politik, Wissenschaft und der Industrie verankert ist.

5.1 **Komitee für mathematische Modellierung, Simulation und Optimierung (KoMSO)**

Dieses Komitee wurde im Rahmen des vom BMBF ausgerufenen „Strategiedialogs Mathematik“ eingerichtet. Das Zielvorhaben von KoMSO ist:

„die Triade mathematische Modellierung, Simulation und Optimierung als neues Technologiefeld in Forschung und Entwicklung zu verankern, um die Innovationskraft des Technologiestandortes Deutschland zu stärken. Auf Forschung und Innova-

tion fußt der gesamte gesellschaftliche Wohlstand. Daher müssen die bislang unentdeckten oder nur teilweise genutzten Potenziale von MSO erschlossen und sichtbar gemacht werden“

und weiter heißt es im Strategiepapier der BMBF-Strategiekommission:

„Verbesserte mathematische Methoden bei gleichzeitig stetig verbesserter Rechnerleistung erlauben es, zunehmend extrem komplexe physikalisch-technische, ökonomische oder medizinische Fragestellungen durch mathematische Modellierung zu beschreiben, im Rechner virtuell zu simulieren und bezüglich einer vorgegebenen technologischen Zielstellung zu optimieren. So haben sich verschiedenste Simulationstechniken als dritte Säule des Erkenntnisgewinns neben Theorie und Experiment genauso fest etabliert wie Verfahren der Optimierung zur Automatisierung und Entscheidungsunterstützung in einer zunehmend hochkomplexen und vernetzten Welt.“

5.2 „Mathematik – Motor der Wirtschaft“

Das im Jahr der Mathematik 2008 in enger Zusammenarbeit mit der Oberwolfach Stiftung und dem Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach entstandene Buch „Mathematik – Motor der Wirtschaft“³ enthält unter anderem eine Reihe von Beiträgen prominenter Vertreter der deutschen Industrie. Das Buch zeigt auf, dass Mathematik heute in nahezu allen Branchen, in allen Bereichen von Industrie, Wirtschaft und Finanzwesen von großer Bedeutung ist. So schreibt z. B. Peter Löscher, ehemaliger Vorsitzender des Vorstands der Siemens AG:

„Mathematik – das ist die Sprache der Wissenschaft und Technik. Damit ist sie eine treibende Kraft hinter allen Hochtechnologien und daher eine Schlüsseldisziplin für Industrienationen. Ohne Mathematik gibt es keinen Fortschritt und keine technischen Innovationen.“

oder Dr. Dieter Zetsche, Vorstandsvorsitzender der Daimler AG:

„Wie keine andere Wissenschaft hilft die Mathematik in unserer Branche, die unterschiedlichsten Probleme zu lösen – und genau diese universelle Anwendbarkeit macht sie zur Königsdisziplin.“

Nicht alle von der Oberwolfach-Stiftung angefragten Firmen haben geantwortet und der riesige Bereich der kleinen und mittelständigen Unternehmen, die ja einen Großteil der wirtschaftlichen Kraft Deutschlands ausmachen, ist nicht erfasst. Aber dies begründet nicht den leisesten Zweifel an der allgemeinen Gültigkeit dieser Aussagen.⁴

³G.-M. Greuel, R. Remmert, G. Rupprecht (Hrsg.): Mathematik – Motor der Wirtschaft, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2008.

⁴Vergl. H. Neunzert: Mathematik ist überall – Anmerkungen eines Mathematikers zu den Beiträgen der Wirtschaftsunternehmen in G.-M. Greuel, R. Remmert, G. Rupprecht (Hrsg.): Mathematik – Motor der Wirtschaft, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2008.

Es gibt andere Untersuchungen, die sie vollständig bestätigen, wie z. B. die von ECMI 2004 veröffentlichte „MACSI-net roadmap“, die im Jahre 2002 vom Smith Institute in Oxford herausgegebene Studie „Mathematics: Giving Industry at the Edge“ oder der von der European Science Foundation unter Mitarbeit der EMS 2010 erstellte Report „Forward Look: Mathematics in industry“. Die Erfahrungen der mathematischen Fraunhofer-Institute, deren Aufgabe ja die Forschungskooperation mit der Industrie ist, stützen sie ebenfalls.

5.3 ECMI

Seit 1986 bemüht sich das „European Consortium for Mathematics in Industry ECMI“, dem viele europäische Institutionen angehören – darunter auch Einrichtungen in Barcelona (E), Dresden (D), Eindhoven (NL), Glasgow (GB), Göteborg (S), Graz (A), Grenoble (F), Kaiserslautern (D), Lappeenranta (FIN), Limerick (IRL), Linz (A), Lund (S), Lyngby (DK), Madrid (E), Mailand (I), Oxford (GB), Sofia (BG), Trondheim (N) und Wroclaw (PL) – die Bedeutung der Mathematik für die europäische Industrie zu verdeutlichen und die Ausbildung und Kooperation der europäischen „Industriemathematiker“ zu organisieren.

Die angewandte Mathematik in Deutschland spielt international eine hervorragende Rolle; es ist einer der wenigen Bereiche, in denen Deutschland unter den Top 3 der Welt rangiert. In „Industrial Mathematics“ liegt Europa insgesamt und Deutschland insbesondere ebenfalls weltweit mit an der Spitze, die USA und Asien orientieren sich hier weitgehend an europäischen Vorbildern – auch dafür gibt es zahlreiche Belege.

Die DFG fördert eine Reihe von Graduiertenkollegs, Beteiligungen an Exzellenzclustern und Sonderforschungsbereiche, die einen starken Bezug zur angewandten Mathematik haben. Auch in den großen Leuchtturmprojekten des BMBF, wie den Spitzenclustern und dem Forschungscampus-Programm, ist die angewandte Mathematik gut vertreten.

5.4 Berlin

Berlin hat sich in den letzten Jahrzehnten zu einem national und international anerkannten Exzellenzstandort im Bereich der angewandten Mathematik entwickelt. Das Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin (ZIB) ist eines der erfolgreichsten, weltweit exzellent vernetzten Institute im Bereich des Scientific Computing. Am ZIB ist auch der einzige mathematisch orientierte Forschungscampus „MODAL – Mathematical Optimization and Data Analysis Laboratories“ angesiedelt. Neben dem Graduiertenkolleg 1845 „Stochastische Analysis mit Anwendungen in Biologie, Finanz und Physik“ und der Graduiertenschule „Berlin Mathematical School“ ist wohl das DFG-Forschungszentrum „Matheon – Mathematik für Schlüsseltechnologien: Modellierung, Simulation und Optimierung realer Prozesse“ das international bekannteste deutsche Zentrum für Angewandte Mathematik. Das Matheon wird von den Mathematikinstiuten der Technischen Universität Berlin (TU

Berlin), der Humboldt-Universität zu Berlin (HU Berlin) und der Freien Universität Berlin (FU Berlin) sowie dem ZIB und dem Weierstraß-Institut für Angewandte Analysis und Stochastik (WIAS) getragen (siehe auch⁵).

Seit 2010 ist Berlin mit dem WIAS auch der permanente Sitz der Internationalen Mathematischen Union (IMU), der Dachorganisation von 77 nationalen mathematischen Gesellschaften, die unter anderem Ausbildung und Forschung in Entwicklungsländern unterstützen und den Internationalen Mathematiker Kongress (International Congress of Mathematicians, ICM), den größten Kongress auf dem Gebiet der Mathematik organisiert, auf dem auch die Fields-Medaillen vergeben werden.

5.5 Kaiserslautern

Der Fachbereich Mathematik der TU Kaiserslautern hat sich mit seinen Forschungsaktivitäten in theoretischer und praktischer Mathematik und neuen Wegen in der Ausbildung weltweit einen hervorragenden Ruf erworben. In Kaiserslautern wurde der Studiengang Technomathematik „erfunden“ und konzipiert und der hiesige Fachbereich war nach Ulm einer der ersten in Deutschland, der den Studiengang Wirtschaftsmathematik einführte. Beide Bereiche haben sich zu erfolgreichen Studiengängen in Deutschland und zu besonders großen Schwerpunkten in Kaiserslautern entwickelt. Die DFG hat in der Vergangenheit zwei Graduiertenkollegs in der Mathematik in Kaiserslautern gefördert, das dritte über „Stochastic Models for Innovations in the Engineering Sciences“ ist gerade genehmigt worden.

Die TU Kaiserslautern gehört bezogen auf die Mathematik zur Elite der deutschen Universitäten. Das belegen die seit 2003 von den Zeitschriften Focus, Stern, Spiegel und Zeit sowie dem CHE durchgeführten Hochschulrankings, in denen die Mathematik in Kaiserslautern stets der Spitzengruppe zugeordnet wird.

Im Rahmen einer vom Land Rheinland-Pfalz, der TU Kaiserslautern und dem Fraunhofer ITWM getragenen Mathematikinitiative wurden während der letzten fünf Jahre dringend benötigte Spezialisten für differential-algebraische Gleichungen, für Bildverarbeitung, Biomathematik und für stochastische Algorithmen nach Kaiserslautern geholt.

Aus der Arbeitsgruppe Technomathematik ist das Fraunhofer ITWM entstanden, das als erstes Mathematikinstitut in die Fraunhofer-Gesellschaft aufgenommen wurde und das heute mit jährlich über 10 Millionen Euro Wirtschaftserträgen und ca. 260 Vollzeitmitarbeitern und Doktoranden eines der weltweit größten Institute in der angewandten Mathematik ist.

Das Institut erhält durch die Zusammenarbeit mit dem Fachbereich ständig Impulse für Innovationen. Andererseits ist der Fachbereich mit dem ITWM über Drittmittelprojekte und Doktorandenprogramme eng verzahnt und die Forschung am Fachbereich wird

⁵P. Deuffhard, M. Grötschel, D. Hömberg, U. Horst, J. Kramer, V. Mehrmann, K. Polthier, F. Schmidt, C. Schütte, M. Skutella, J. Sprekels (Hrsg.): MATHEON – Mathematics for Key Technologies; EMS Series in Industrial and Applied Mathematics 1, European Mathematical Society Publishing House, Zürich, 2014.

durch projektgetriebene Themen des ITWM stimuliert. Diese enge Verzahnung wird leider im Außenraum nicht immer wahrgenommen und wir begegnen dem Vorurteil: Es gibt einen in der Grundlagenforschung sehr gut aufgestellten Fachbereich Mathematik und ein Fraunhofer-Institut, das erfolgreich Mathematiktransfer in die Wirtschaft betreibt. Beides hat wenig miteinander zu tun. Die darin zum Ausdruck kommende Trennung von Grundlagenforschung am Fachbereich und Mathematiktransfer am ITWM entspricht nicht der Realität. Das ITWM betreibt in großem Umfang eigene Grundlagenforschung in der angewandten Mathematik. Seit dem Jahre 2000 sind z. B. 150 (Stand: 2013) Promotionen und Habilitationen, die natürlich an der TU Kaiserslautern vollzogen werden, im Institut und seinem direkten Umfeld erfolgreich abgeschlossen worden.

Um die Verbindung zwischen dem Fachbereich Mathematik und dem ITWM weiter zu stärken, wurde im Rahmen der „Mathematikinitiative“ des Landes Rheinland-Pfalz Ende 2008 das „Felix-Klein-Zentrum für Mathematik“ (FKZM) gegründet – benannt nach dem bedeutenden Mathematiker und Wissenschaftsorganisator Felix Klein (1849–1925). Der Name wurde gewählt, weil Felix Klein wie kein anderer historischer Mathematiker Deutschlands reine und angewandte Mathematik verband, die Mathematik in Deutschland vor 100 Jahren neu organisierte, eine starke Brücke zur Industrie baute, akademische und schulische Mathematik koppelte und auch die Wissenschaftsgeschichte pflegte – Aktivitäten, die für die Kaiserslauterer Mathematiker Vorbild waren und sind. Deshalb bietet das FKZM eine Plattform und Infrastruktur für gemeinsame Forschungsprojekte, Gäste- und Stipendienprogramme oder Schulaktivitäten. Last not least auch ein Forum für die Zusammenarbeit mit anderen Fachbereichen und der Industrie.

5.6 Weitere Aktivitäten in Deutschland

Es würde den Rahmen dieser Einleitung sprengen, auf alle Standorte in Deutschland näher einzugehen, an denen die angewandte Mathematik prominent vertreten ist.

Heidelberg ist sicherlich ein weiterer exponierter Standort der angewandten Mathematik, an dem die Kooperation mit der Industrie einen hohen Stellenwert einnimmt. Neben der „Heidelberger Graduiertenschule der mathematischen und computergestützten Methoden für die Wissenschaften (HGS MathComp)“ gehört das Interdisziplinäre Zentrum für Wissenschaftliches Rechnen (IWR) – ein Forschungsinstitut der Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg – weltweit zu den größten universitären Zentren für Wissenschaftliches Rechnen. Die schon weiter vorne erwähnten Fraunhofer-Institute für Algorithmen und Wissenschaftliches Rechnen SCAI in Sankt Augustin und für Bildgestützte Medizin MEVIS in Bremen sind genauso wie das Max-Planck-Institute für Mathematik in den Naturwissenschaften in Leipzig Zentren der angewandten Mathematik. Hinzu kommen zahlreiche Standorte mit größeren Lehrstühlen, Landesinstituten und Sonderforschungsbereichen, die die Landschaft der angewandten Mathematik in Deutschland mit prägen. Beispiele sind Bremen, Paderborn, München, Erlangen, Bonn, Stuttgart, Freiburg, Saarbrücken, Wuppertal und Dresden, wobei diese Liste weit entfernt davon ist, vollständig zu sein.

Zum Schluss der Einleitung möchten wir dem Leser einige Hinweise, dafür geben, wie das vorliegende Buch aufgebaut ist und welche Schwerpunkte in den einzelnen Kapiteln adressiert werden.

6 Wie ist das Buch aufgebaut?

Bei der Strukturierung unseres Buches haben wir verschiedene Gruppen potenzieller Leser im Auge gehabt:

- „Praktiker“ und interessierte Laien, die sich – ohne dass sie in technische Details einsteigen müssen – darüber informieren wollen, was Mathematik heute für die Lösung der Probleme aus der Praxis leisten kann.
- Professionelle Mathematiker und Mathematikstudenten, die die am ITWM entwickelte Mathematik verstehen wollen
- Lehrer, Schüler und Didaktiker, die verstehen wollen, wie man das neue Bild der Mathematik in die Schule tragen kann.

Der im Untertitel aufgeführte Dreiklang „problemgetrieben, modellbasiert, lösungsorientiert“ hat den Stil und den Aufbau dieses Buches bestimmt. Der Teil „Die Konzepte“ ist den übergeordneten Themen

- Mathematische Modellierung,
- Berechnung,
- Datenanalyse,
- Optimierungsprozesse

gewidmet. Sie haben den Charakter von Übersichtsartikeln, die die wesentlichen Fragestellungen, methodische Ansätze, Stärken und Potenziale, aber auch Schwächen und Grenzen in den einzelnen Themenbereichen aufzeigen. Sie adressieren sowohl Praktiker und interessierte Laien als auch professionelle Mathematiker und Mathematikstudenten. Es geht dabei nicht um eine mathematische Darstellung bestimmter Modelle oder Algorithmen, sondern um Beiträge, die die Arbeit des Instituts, auch wie sie sich in den später folgenden Forschungsbeiträgen niederschlägt, kommentieren und strukturieren und die deshalb eher im „Prosastil“ geschrieben sind.

Diese Vorgehensweise trägt der Tatsache Rechnung, dass die Mathematik im ITWM problembetrieben ist und dass die Realität, die von unseren Modellen beschrieben wird, sehr viel komplexer ist als die der akademischen Arbeit zu Grunde liegende. Es gibt kompliziertere Randbedingungen, die Materialien sind inhomogen, die Zielfunktionen nicht sofort klar, die Modelle müssen vereinfacht werden, um wirklich anwendbar zu sein. Solche Gesichtspunkte werden in den Übersichtsartikeln herausgearbeitet, aber auch wichtige Modelle oder Algorithmen, die in den „Forschungs“-Beiträgen nicht vorkommen werden hier kurz angesprochen.

Wesentliche Ergebnisse der am ITWM entstandenen Mathematik werden dann in den folgenden fünf Kapiteln unter dem Schwerpunkt „Die Forschung“ vorgestellt, die in

einzelnen Abteilungen des Instituts entstanden sind. Diese abteilungsbezogenen Kapitel des Buches adressieren prototypisch die modellbasierte, problemgetriebene und ergebnisorientierte mathematische Forschung am ITWM. Sie beinhalten keinen auch nur annähernd vollständigen Überblick über die Projekte und Ergebnisse, die in 18 Jahren ITWM-Forschung erzielt wurden, sondern thematisieren exemplarisch Arbeitsgebiete, die sich in besonderer Weise dafür eignen, das Spezifische der „Fraunhofer-Mathematik“ zu verdeutlichen. Alle fünf Kapitel sind strukturell gleich aufgebaut. Der Abschnitt 3 jedes Kapitels ist jeweils so geschrieben, dass er auch für den interessierten Laien ohne einschlägige Kenntnisse in der Mathematik verständlich ist.

Dagegen richtet sich der Abschnitt 4 vornehmlich an Mathematiker. Er enthält eine „in sich verständliche“ kompakte mathematische Darstellung zu ein oder zwei Problembereichen, nimmt die mathematischen Herausforderungen auf und beschreibt die wesentlichen erzielten Resultate einschließlich ihrer Relevanz für „die Problemlösung“. Simulationen illustrieren die Ergebnisse. Das jeweilige Forschungskapitel wird im Abschnitt 5 abgeschlossen durch Beschreibung von konkreten Beispielen, die aus der „Praxis“ stammen und die in Kooperationsprojekten bearbeitet wurden.

Die einzelnen Abschnitte der Kapitel orientieren sich an den folgenden Fragestellungen:

Aufbau der Forschungskapitel

1. Warum kommt die Industrie zu uns?
 - Was sind die Probleme und Herausforderungen der Industrie in einem ausgewählten Themenfokus der Abteilung?
2. Was sind die mathematischen Herausforderungen?
 - Welche mathematischen Methoden werden benötigt, und welche Resultate stehen zur Verfügung, um diese Probleme zu lösen?
 - Warum genügt die schon bekannte Mathematik sehr häufig nicht, d. h. warum handelt es sich nicht nur um Mathematiktransfer?
3. Was wurde in der Abteilung erreicht?
 - Was sind die Schwerpunktthemen der Abteilung und welche Ergebnisse wurden erzielt?
 - Was ist der Impact aus Promotionen und Graduirungsarbeiten und wer sind die exponierten Kooperationspartner und Kunden?
4. Welche problemorientierten mathematischen Ergebnisse wurden erzielt?
 - Was sind die erzielten Resultate und inwieweit sind sie relevant für die „Problemlösung“?
 - Was geht und was geht nicht?
5. Wie fließen die Ergebnisse in die Praxis?
 - Was wird den Kunden bei konkreten Problemen am Ende in die Hand gegeben?

Der letzte Teil „Die Ausbildung“ mit dem Kapitel „Angewandte Schulmathematik – Made in Kaiserslautern“ richtet sich vornehmlich an Lehrer, Didaktiker und Schüler. Wie schon ausführlich beschrieben, hat in den letzten Jahrzehnten ein Quantensprung in der Sichtbarkeit der Mathematik als Motor für Innovation in Technik und Gesellschaft stattgefunden. Leider ist diese neue Rolle der Mathematik als einer Schlüsseltechnologie bisher in der Schule noch nicht angekommen. Mathematisches Modellieren, Berechnen zur Lösung realer Probleme aus der Praxis und interdisziplinäres Arbeiten werden in den Schulen kaum eingeübt. Es gibt natürlich die sogenannten Textaufgaben, die aber ganz selten „authentische Probleme“ beschreiben, deren Relevanz für die Lernenden eingängig wäre und für deren Lösung sie sich begeistern könnten. In der Schule kommen Algorithmen vor, aber kaum solche, wie sie in den letzten Jahrzehnten zur Bewältigung großer Aufgaben entwickelt wurden.

Die Vernetzung der MINT-Fächer (Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften, Technik) ist weder im Lehrplan noch in der praktischen Unterrichtsgestaltung im nötigen Maße sichtbar. Die Schülerinnen und Schüler nehmen den Unterricht in den MINT-Fächern jeweils als eine Aneinanderreihung von Inhalten und Werkzeugen wahr, die – selbst innerhalb eines Faches – oft keinen größeren Zusammenhang erkennen lässt. Die Vernetzung der Fächer untereinander gelingt noch deutlich seltener.

Eine Ursache dafür ist die Struktur der Lehrerbildung: Die angewandte Mathematik nimmt in der Ausbildung der Lehrer bis heute einen bescheidenen Teil ein. Weder das Modellieren noch das Arbeiten mit Algorithmen, welche die Anwendung komplizierter Formeln in der Praxis weitgehend verdrängt haben, spielen in der Schule eine Rolle. Gleichermaßen wird innerhalb des Lehramtsstudiums das interdisziplinäre Zusammenspiel von Mathematik, Informatik, den Naturwissenschaften und Technik weder in ausreichender Form aufgezeigt noch trainiert.

Im abschließenden Kapitel unseres Buches wollen wir Ansätze und Wege für eine Reform des Unterrichts in den Schulen sowie der Lehreraus- und -fortbildung aufzeigen, wie sie in Kaiserslautern schon seit einer Reihe von Jahren praktiziert werden.

Nach einer kurzen und anwenderorientierten Einführung in die mathematische Modellierung wird aufgezeigt, welche Maßnahmen umgesetzt werden können, um Schülerinnen und Schülern angewandte Mathematik und interdisziplinäres Arbeiten näher zu bringen. Hierbei werden sowohl inner- als auch außerschulische Veranstaltungen vorgestellt:

Mit Aktivitäten wie „Modellierungswochen“, „Modellierungstagen“ und Wettbewerben kann Schülern die Möglichkeit geboten werden, innerhalb eines kompakten Projekts die Rolle der Mathematik näher kennen zu lernen, selbst Mathematik aktiv und kreativ zu betreiben und auch die interdisziplinären Zusammenhänge zu sehen. Die Beispielaufgaben laden interessierte Lehrerinnen und Lehrer dazu ein, Modellierung in ihren Unterricht einfließen zu lassen. In der „Junior-Ingenieur-Akademie“ oder dem bundesweiten „Fraunhofer MINT-EC Math Talents“-Programm bekommen die Teilnehmer die Gelegenheit, über einen längeren Zeitraum eine neue Philosophie der Verknüpfung von Ausbildung und Anwendung des Gelernten zu erfahren.

Es werden darüber hinaus Wege aufgezeigt, wie zukünftige Lehrer so ausgebildet bzw. fortgebildet werden könnten, dass sie ihren Unterricht und zusätzliche Angebote innerhalb der Schule entsprechend gestalten können. Dafür besitzt fertiges Unterrichtsmaterial einen weitaus geringeren Stellenwert als die notwendige fachliche Ausbildung und eine positive Grundeinstellung dafür, sich überhaupt mit neuen Methoden und Arbeitsformen an die Bearbeitung von Fragestellungen mit offenem Ausgang zu wagen. Die Hinweise zur didaktischen Einordnung neuer Unterrichtsformen sollen Erklärungen zur Wirksamkeit geben und Anknüpfungspunkte zum regulären Unterricht liefern.

7 Kurzportrait des Fraunhofer-Institutes für Techno- und Wirtschaftsmathematik ITWM

Das Fraunhofer ITWM wurde 1995 von der Arbeitsgruppe „Technomathematik“ der Universität Kaiserslautern gegründet. Als Forschungseinrichtung des Landes Rheinland-Pfalz stand es von Beginn an unter Fraunhofer-Verwaltung. Nach einer erfolgreichen Evaluierung im Jahre 1999 wurde es zu Beginn des Jahres 2001 als erstes mathematisches Forschungsinstitut Mitglied der Fraunhofer-Gesellschaft. Damit wurde es Teil einer der größten und erfolgreichsten Forschungsorganisationen der Welt (Abb. 3).

Das Institut ist einerseits als Mathematikinstitut einer der ältesten den Geisteswissenschaften zugerechneten Wissenschaften verpflichtet, hat sich andererseits seit seiner Gründung zu einem der, auf die Wirtschaftserträge bezogen, erfolgreichsten Institute in der Fraunhofer-Gesellschaft entwickelt. Die Basis für diesen Spagat bildet die schon erwähnte dramatische Veränderung der Relevanz von Mathematik für alle Produktions-, Dienstleistungs-, Informations- und Kommunikationsprozesse in der modernen Industriegesellschaft.



Abb. 3 Institutsgebäude des ITWM im Fraunhofer-Zentrum Kaiserslautern (Foto: G. Ermel, Fraunhofer ITWM)

Die Vision, mit der das ITWM angetreten ist – Mathematik aus den Elfenbeintürmen und den Kathedralen der reinen Wissenschaft abzuholen und zu einer Schlüsseltechnologie für Innovation in Technik und Wirtschaft zu machen – ist nach jetzt fast 20 Jahren Arbeit ein gutes Stück Realität geworden. Diese Vision traf nicht immer auf ungeteilte Zustimmung. Kaum jemand hat bei Gründung des Instituts daran geglaubt, dass sich aus den Keimzellen der Techno- und Wirtschaftsmathematik an der Universität Kaiserslautern in so kurzer Zeit ein großes und erfolgreiches Fraunhofer-Institut für Mathematik entwickeln würde.

Die Warnungen gingen oft in die Richtung, dass „moderne Technologie zwar Mathematik braucht, aber keine Mathematiker, dies bleibt Domäne der Ingenieure und Naturwissenschaftler“. Inzwischen hat hier ein Umdenken stattgefunden.

Der Umfang der in die industrielle Praxis eingehenden Mathematik ist in den letzten dreißig Jahren explosionsartig gewachsen. Dies begründet sich im Wesentlichen dadurch, dass Arbeit am Realmodell durch Simulationen, d. h. Arbeit mit mathematischen Modellen, ersetzt wurde. Ergänzt wurde diese Entwicklung durch die Automatisierung von Arbeitsprozessen, kognitiven Fähigkeiten, Sinneswahrnehmungen oder Erfahrungen in Form von Algorithmen, Computerprogrammen oder Expertensystemen. Hinzu kommt die Materialisierung von Mathematik im Computer und Softwareprogrammen. Die Mathematik bildet dabei als Rohstoff der Modelle und als Kern jedes Simulationsprogramms eine Schlüsseltechnologie und das Fundament für den Brückenschlag in diese Simulationswelt, die auf dem Computer als höchst effizientem Hilfsmittel basiert und die in nahezu allen Bereichen der Gesellschaft und Wirtschaft Fuß gefasst hat.

Integrale Bausteine dieser Umsetzung sind Forschungs- und Entwicklungsprojekte mit der Industrie, Bereitstellung maßgeschneiderter Softwarelösungen und Systeme sowie Unterstützung bei der Anwendung von Hochleistungsrechnertechnologie. Das ITWM spannt mit seinen Projekten einen weiten Bogen von Lowtech- zu Hightech-Firmen, von kleinen und mittelständischen Unternehmen zur Großindustrie, von regionalen Firmen zu Kunden in Europa und Übersee. Die Industrie schätzt und benötigt die Modellierungskompetenz, die Algorithmen und die Softwareprodukte des Instituts. Hohe Wirtschaftserträge gepaart mit einer starken Forschungsorientierung – allein 62 Doktoranden arbeiten 2014 an ihrer Dissertation im Institut – bilden die Basis für nachhaltigen Erfolg und kontinuierliches Wachstum.

Seit seiner Gründung Ende 1995 hat das ITWM für über 81 Millionen Euro Industrieprojekte und für fast 51 Millionen Euro öffentlich geförderte Projekte eingeworben. Allein in den letzten drei Jahren wurden über 700 Industrieprojekte erfolgreich bearbeitet.

Dies belegt, dass seitens der Industrie eine große Nachfrage nach innovativer Mathematik besteht und gleichzeitig Industrieprobleme als treibende Kraft zur Entwicklung von innovativen mathematischen Methoden und Werkzeugen dienen können.

Der ITWM-Haushalt ist seit der Gründung des Instituts kontinuierlich gewachsen und wird im Jahr 2014 ein Volumen von über 24 Millionen Euro ausweisen, knapp die Hälfte davon wird aus Industrieprojekten finanziert sein. Damit gehört das ITWM weltweit zu den größten Instituten im Bereich der angewandten und industrieorientierten Mathematik.

Ein Viertel der Wirtschaftserträge des ITWM entfallen auf Aufträge von kleinen und mittelständischen Unternehmen (KMU). Ein Drittel der Wirtschaftsprojekte des ITWM sind Aufträgen aus der regionalen Wirtschaft und ein weiteres Drittel Auslandsaufträgen zuzurechnen.

Aus der Analyse der Industrieprojekte des ITWM lassen sich einige Trends ableiten, die aus unserer Sicht nicht lokalen oder regionalen Besonderheiten geschuldet sind, sondern allgemeiner gültig sind:

- Mathematische Modellierung, Simulation und Optimierung werden branchenübergreifend von Großunternehmen nachgefragt.
- Auch für kleine und mittelständische Unternehmen ist der Einsatz mathematischer Methoden ein wesentlicher Innovationsfaktor.
- Mathematiktransfer in die Industrie unterliegt der Globalisierung.
- Firmen aus der Region bilden ein großes Kundenpotenzial.
- Kleine Losgrößen dominieren bei den Projekten.

Das Kundenspektrum des ITWM ist breit, die hauptsächlich adressierten Branchen sind: Anlagen- und Maschinenbau, Fahrzeugindustrie, kunststoffverarbeitende, metallverarbeitende und mineralverarbeitende Industrie, Informationstechnologie und Kommunikationstechnik, Holz-, Papier- und Druckindustrie, Mikroelektronik, Medizintechnik, Pharmaindustrie, chemische Industrie und technische Textilien sowie Banken und Versicherungen. Viele Projekte entfallen dabei auf große DAX-notierte Unternehmen. In der Fahrzeugindustrie arbeitet das ITWM z. B. mit allen deutschen und vielen ausländischen Firmen zusammen. Das problemorientierte Arbeiten in einer Projektlandschaft, die unterschiedlichste Branchen adressiert und wegen des Querschnittscharakters der Mathematik einen effizienten Methodentransfer erlaubt, schafft strukturelle Stabilität und macht das Institut robust gegen Konjunkturschwächen einzelner Branchen.

Viele kleine und mittelständische Unternehmen nutzen im enormen Wettbewerbsdruck, dem sie unterliegen, die Modellierungs- und Simulationskompetenz des ITWM. Die Vorreiter dieser Entwicklung haben am Markt durch den Einsatz von Simulationen als Ausweis von Innovation und Qualitätssicherung ihrer Produkte profitiert. Den KMU mit ihren beschränkteren finanziellen Ressourcen kommt entgegen, dass Rechenleistung immer günstiger gekauft werden kann. Nicht die Investitionen in neue Computer, sondern die vergleichsweise teure Software bildet hier einen Engpass. Hinzu kommt, dass qualifiziertes Personal eingestellt werden muss, das die immer leistungsfähigeren Softwareprogramme fachmännisch bedienen kann. Da KMU häufig über keine oder nur sehr kleine FuE-Abteilungen verfügen, bedeutet Einsatz von Simulation häufig Einstellung von zusätzlichem Personal, das dauerhaft Kosten erzeugt. Dieser Kostenfaktor und die psychologische Seite, bewährte und vertraute, in der Regel experimentbasierte Verfahren – bei denen man immer sieht und messen kann, was herauskommt – aufzugeben zugunsten von Simulationen, bei denen man dem Computer und dem Softwarewerkzeug vertrauen muss, behindern

zuweilen noch das Projektgeschäft. Die bei richtiger Handhabung unglaubliche Zuverlässigkeit und fast uneingeschränkte Flexibilität der Simulationen wird aber über kurz oder lang alle überzeugen – die Kooperationspotenziale sind riesig.

Firmen am Standort und aus der Region nutzen die Kompetenzen des ITWM. Fast ein Drittel der Projekte wurden im Jahr 2013 mit Kooperationspartnern aus Kaiserslautern und der umliegenden Region durchgeführt, wobei hier die KMU klar dominieren. Dies zeigt, dass auch ein mathematikbasiertes Forschungsinstitut einen signifikanten Beitrag zur Unterstützung der regionalen Wirtschaft im FuE-Bereich leisten und Innovationen befördern kann.

Die Globalisierung der Wirtschaft spiegelt sich in den Auftraggebern des ITWM. Mehr als ein Drittel der Industrieerträge entfällt inzwischen auf Aufträge aus dem Ausland. Viele Kunden kommen aus dem europäischen Ausland, aber die Zusammenarbeit mit Firmen aus den USA und Asien gewinnt zunehmend an Bedeutung.

Der für das ITWM hinsichtlich Akquisitionsaufwand, langfristiger Planung des Einsatzes von Personalressourcen und Kompetenzaufbau und Minimierung des Verwaltungsaufwandes ideale Kooperationspartner ist ein Auftraggeber, der mit uns einen mehrjährigen Kooperationsvertrag abschließt, in dessen Rahmen Einzelprojekte abgewickelt werden. Solche bereits existierenden Kunden sind für das Institut sehr wertvoll.

KMU beauftragen in der Regel kleinere Einzelprojekte. Viele Firmen, mit denen das Auftragsvolumen insgesamt durchaus groß ist, haben verschiedene FuE-Abteilungen, die jeweils für sich Einzelverträge mit dem ITWM abschließen. Neukunden neigen dazu, die Kompetenz und Leistungsfähigkeit des Instituts zunächst durch kleinere Machbarkeitsstudien und Berechnungsaufträge zu testen. Das führt insgesamt dazu, dass die Anzahl der jährlich abzuwickelnden Industrieprojekte am ITWM inzwischen die Zahl 250 überschritten hat und die durchschnittliche Losgröße der Projekte 2013 bei knapp 40 000 Euro lag. Sehr erfreulich und ein deutlicher Ausweis der Qualität der Projektarbeit ist dabei die hohe Anzahl von Folgeprojekten.

7.1 Welche Kompetenzen und welche Strukturen werden benötigt, um erfolgreich Mathematiktransfer zu betreiben?

Die Grundpfeiler für einen erfolgreichen Mathematiktransfer sind die klassischen Disziplinen der angewandten Mathematik wie Numerik, Optimierung, Stochastik und Statistik, Differentialgleichungen und die mathematische Modellierung. Ergänzt werden sie durch stark mathematisch orientierte Theoriefelder, wie z. B. 3D-Differentialgeometrie, Kontinuumsmechanik, Elektrodynamik, System- und Kontrolltheorie, Finanzmathematik, inverse Probleme oder Bild- und Signalverarbeitung, die sich im Verlauf der letzten Jahrzehnte als Grenzgebiete zwischen Mathematik und Technologie herausgebildet haben (Abb. 4). Sie sind unverzichtbare Bestandteile für eine erfolgreiche Bearbeitung von Anwendungsprojekten.

Das Hauptbetätigungsfeld des ITWM besteht darin, anwendbare Mathematik in wirklich angewendete Mathematik umzusetzen. Theoreme und Algorithmen an Modelle, die

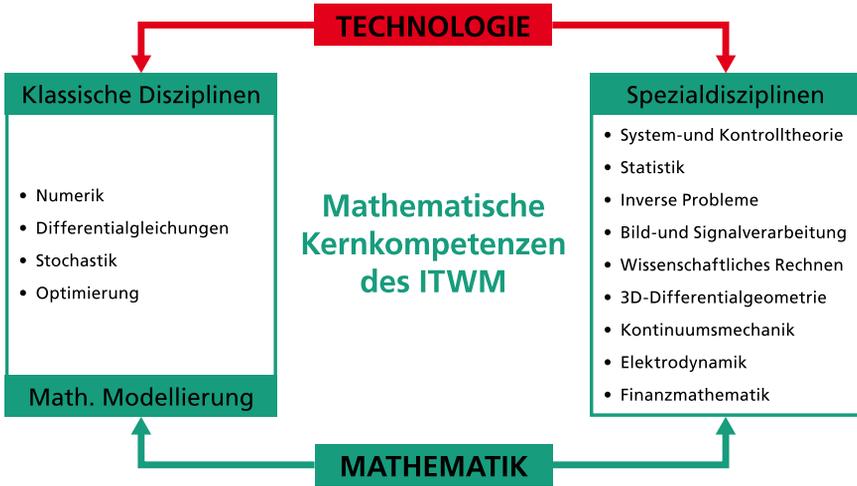


Abb. 4 Mathematische Kernkompetenzen des ITWM (Grafik: S. Grützner, Fraunhofer ITWM)

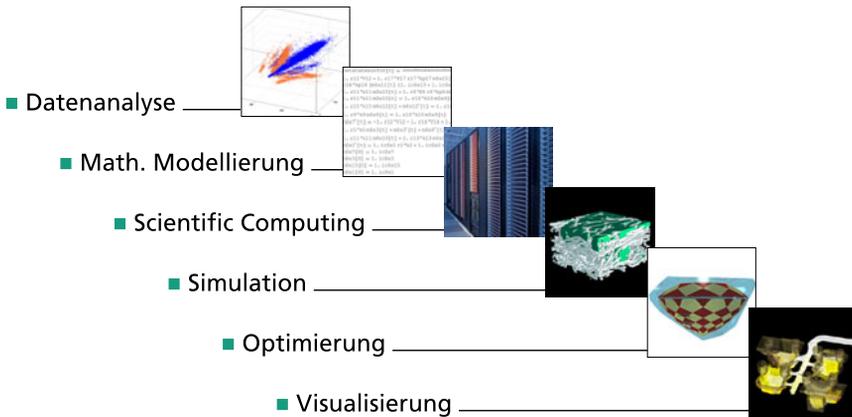


Abb. 5 Prozesskette am ITWM (Grafik: S. Grützner, Fraunhofer ITWM)

aus der Praxis kommen, anzupassen, theoretisch existierende optimale Lösungen in praktikable Lösungen zu verwandeln. Diese Umsetzung erfordert jedoch über die Grundpfeiler hinaus spezifische Kompetenzen, mit denen die eigentliche Brücke in die virtuelle Welt gebaut wird. Sie sind bezogen auf die Verarbeitung der aus Experimenten und Beobachtungen zur Verfügung stehenden Daten, die Aufsetzung der mathematischen Modelle, die Umsetzung der mathematischen Problemlösungen in numerische Algorithmen, die Zusammenfassung von Daten, Modellen und Algorithmen in Simulationsprogrammen, die Optimierung von Lösungen in Interaktion mit der Simulation und schließlich die Visualisierung der Simulationsläufe in Bildern und Grafiken. Die zur Gestaltung dieser Prozesskette benötigten Kompetenzen bilden die Kernkompetenzen des ITWM (Abb. 5).