

Ekbert Hering
Heinrich Steinhart (Hrsg.)

Taschenbuch der Mechatronik



2., überarbeitete Auflage



HANSER

1	Mathematik	19
2	Regelungstechnik	41
3	Analogtechnik	112
4	Digitaltechnik	132
5	Leistungselektronik	171
6	Modellbildung	189
7	Mechanische Systeme	224
8	Sensoren	272
9	Elektrische Aktoren	315
10	Hydraulische Aktoren	349
11	Pneumatische Aktoren	367
12	Informatik (Computer Science)	382
13	Mikrorechentechnik	404
14	Mechatronische Systeme	430
	Sachwortverzeichnis	459

Hering/Steinhart (Hrsg.)
Taschenbuch der Mechatronik

Herausgeber:

Prof. Dr. rer. nat. Dr. rer. pol. Dr. h. c. Ekbert Hering

Prof. Dr.-Ing. Heinrich Steinhart

Hochschule Aalen

Autoren:

Prof. Dr.-Ing. Heinz-Peter Bürkle (Kapitel 3)

Hochschule Aalen

Prof. Dr. Walter Götzmann (Kapitel 2)

Hochschule Mannheim

Prof. Dr. rer. nat. Dr. rer. pol. Dr. h. c. Ekbert Hering (Kapitel 1, 14)

Hochschule Aalen

Prof. Dr.-Ing. Gerald Kell (Kapitel 4)

Fachhochschule Brandenburg

Prof. Dr. sc. techn. Harald Loose (Kapitel 6, 12)

Fachhochschule Brandenburg

Prof. Dipl.-Ing. Wilfried Mrha (Kapitel 10, 11)

Hochschule Mannheim

Dipl. Ing. (FH) Kai-Uwe Mrkor (Kapitel 13)

Fachhochschule Brandenburg

Dipl.-Ing. Karl Müller (Kapitel 14)

Marquardt GmbH Rietheim-Weilheim

Prof. Dr.-Ing. Heinrich Steinhart (Kapitel 1, 5, 9, 14)

Hochschule Aalen

Dipl.-Phys. Thomas Vetter (Kapitel 14)

ARADEX AG Lorch

Prof. Dr.-Ing. Gerd Wöstenkühler (Kapitel 8)

Hochschule Harz Wernigerode

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Klaus Zimmermann (Kapitel 7)

Technische Universität Ilmenau

Taschenbuch der Mechatronik

herausgegeben von

Prof. Dr. mult. Dr. h. c. Ekbert Hering
Prof. Dr. Heinrich Steinhart

2., neu bearbeitete Auflage

Mit zahlreichen Bildern und Tabellen



Fachbuchverlag Leipzig
im Carl Hanser Verlag



Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

ISBN: 978-3-446-43857-6

E-Book-ISBN: 978-3-446-43817-0

Einbandbild: Rosetta und Philae © ESA–C.Carreau/ATG medialab

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Buches oder Teilen daraus, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – mit Ausnahme der in den §§ 53, 54 URG genannten Sonderfälle –, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag

© 2015 Carl Hanser Verlag München

<http://www.hanser-fachbuch.de>

Lektorat: Dipl.-Min. Ute Eckardt

Herstellung: Katrin Wulst

Satz: Kösel Media, Krugzell

Druck und Bindung: Friedrich Pustet, Regensburg

Printed in Germany

Vorwort zur 1. Auflage

Die Mechatronik beschreibt die **funktionale** und **räumliche Integration** von Komponenten aus den Bereichen **Mechanik**, **Elektronik** und **Informationsverarbeitung**. Sie ist zu einem wichtigen Innovationstreiber in Technik und Wirtschaft geworden. Im vorliegenden Taschenbuch sind die wichtigsten Themenbereiche der Mechatronik zusammengestellt.

Nach einer **Einführung** werden im ersten Kapitel die **mathematischen Grundlagen** vermittelt, die für das Verständnis der weiteren Kapitel notwendig sind. Die **Regelungstechnik** wird im zweiten Kapitel dargestellt. Sie ist eines der wichtigsten Teilgebiete der Mechatronik und beschäftigt sich mit der Analyse und Synthese von dynamischen Systemen. Das dritte Kapitel befasst sich mit der **Analogtechnik**, das vierte mit der **Digitaltechnik**. Die **Leistungselektronik** im fünften Kapitel beschreibt, wie mit Hilfe von elektronischen Ventilen das Steuern und Umformen von elektrischer Energie erfolgt. Für alle mechatronischen Systeme ist wichtig, das entscheidende Modell zu finden, das durch eine Computersimulation verifiziert werden kann. Die Schritte zur **Modellbildung** werden im sechsten Kapitel erläutert. Das siebte Kapitel behandelt die **mechanischen Teilsysteme**. Die Erfassung physikalischer und chemischer Größen durch elektrisch verarbeitbare Signale geschieht durch **Sensoren**. Sie werden im achten Kapitel vorgestellt. Den **Aktoren** sind drei Kapitel (9 bis 11) gewidmet, und zwar über **elektrische**, **hydraulische** und **pneumatische Aktoren**. Im Kapitel 12 sind die **Grundlagen der Informatik**, im Kapitel 13 die Arbeitsweise von **Mikrorechnern** behandelt. Kapitel 14 schließlich zeigt Anwendungsbeispiele für **mechatronische Systeme** aus vielen Bereichen.

Das vorliegende Taschenbuch ist als Nachschlagewerk für Studierende und Praktiker geschrieben. Für die sachkundige und konstruktive Mitarbeit möchten wir uns bei allen Autoren ganz herzlich bedanken. Unser Dank gilt aber auch Herrn Dipl.-Phys. Jochen Horn vom Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, der uns in allen Phasen der Entstehung des Werkes stets freundlich und erfolgreich mit Rat und Tat unterstützt hat.

Allen Lesern wünschen wir, dass sie mit dem Wissen und den Informationen dieses Taschenbuches ihre Aufgaben schnell, effizient und erfolgreich lösen können. Unsere Leser mögen aber auch beim Lesen des Werkes die Faszination spüren, welche das Gebiet der Mechatronik als Innovationsgeber ausübt. Gerne sind wir für Hinweise und Verbesserungen dankbar.

Aalen, im September 2004

Ekbert Hering
Heinrich Steinhart

Vorwort zur 2., verbesserten Auflage

Das Taschenbuch der Mechatronik hat sich seit vielen Jahren als ein erfolgreiches Lehrbuch und Nachschlagewerk für Studierende und Praktiker erwiesen. Nach nunmehr 10 Jahren war es notwendig geworden, den Innovationen auf dem Gebiet der Mechatronik Rechnung zu tragen und alle Kapitel des vorliegenden Buches grundlegend neu zu bearbeiten und unsere Leser auf die neueste Literatur aufmerksam zu machen. Viele Leser haben uns zu sinnvollen Korrekturen veranlasst und dafür möchten wir ihnen an dieser Stelle herzlich danken.

Für die sachkundige und konstruktive Mitarbeit möchten wir uns bei allen Autoren ganz herzlich bedanken. Unser Dank gilt aber in besonderer Weise Frau Dipl.-Min. Ute Eckardt vom Fachbuchverlag Leipzig im Hanser-Verlag, der uns in allen Phasen des Werkes mit Rat und Tat stets freundlich und erfolgreich unterstützt hat.

Allen unseren Lesern wünschen wir, dass sie mit dem Wissen und den Informationen dieses Taschenbuches ihre Aufgaben schnell, effizient und erfolgreich lösen können. Unsere Leser mögen aber auch beim Lesen des Werkes die Faszination spüren, welche das Gebiet der Mechatronik als Innovationsgeber ausübt. Gerne sind wir für Hinweise und Verbesserungen aus der Leserschaft dankbar.

Aalen, im März 2015

Ekbert Hering
Heinrich Steinhart

Inhaltsverzeichnis

Vorwort zur 1. Auflage	5
Vorwort zur 2., verbesserten Auflage	6
1 Mathematik	19
1.1 Komplexe Zahlen	19
1.1.1 Definition komplexer Zahlen	19
1.1.2 Darstellungsformen	19
1.1.2.1 Komplexe Zahlenebene	19
1.1.2.2 Polarformen	20
1.1.3 Rechenoperation mit komplexen Zahlen	21
1.1.3.1 Addition und Subtraktion	21
1.1.3.2 Multiplikation	21
1.1.3.3 Division	21
1.2 Matrizen	22
1.2.1 Quadratische Matrix	22
1.2.2 Symmetrische Matrix	22
1.2.3 Transponierte Matrix	23
1.2.4 Spaltenvektor	23
1.2.5 Zeilenvektor	23
1.2.6 Nullvektor 0	23
1.2.7 Einheitsmatrix I	23
1.3 Rechenregeln für Matrizen	24
1.3.1 Addition von Matrizen	24
1.3.2 Vektorrechnung	24
1.3.3 Skalares Produkt	25
1.3.4 Vektorprodukt	25
1.3.5 Multiplikation einer Matrix mit einem Skalar	26
1.3.6 Matrizenmultiplikation	26
1.3.7 Wichtige Gesetze für Matrizen	26
1.3.8 Determinante	26
1.3.9 Inverse Matrix	27
1.3.10 Darstellung von linearen Gleichungssystemen mithilfe von Matrizen	28
1.3.11 Eigenwerte und Eigenvektoren	29
1.4 Numerische Integration	30
1.4.1 Simpson'sche Formel	30
1.4.2 Summierende Simpson'sche Formel	31

1.5	Laplace-Transformation	31
1.5.1	Linearitätssatz	31
1.5.2	Verschiebungssatz	32
1.5.3	Dämpfungssatz	32
1.5.4	Integrationsatz	32
1.5.5	Differenziationsatz	32
1.5.6	Faltungssatz	32
1.5.7	Inverse Laplace-Transformation (Rücktransformation in den Zeitbereich)	33
1.6	Fourier-Transformation	37
1.7	Fourier-Reihen	38
2	Regelungstechnik	41
2.1	Regelsysteme	41
2.1.1	Gegenkopplung, ein universelles Prinzip	41
2.1.2	Struktur einer Regelung	43
2.1.3	Anforderungen an eine Regelung	46
2.2	Regelstrecke	49
2.2.1	Modellbildung	49
2.2.1.1	Experimentelle Modellbildung	49
2.2.1.2	Theoretische Modellbildung	50
2.2.2	Klassifikation des Übertragungsverhaltens	52
2.2.3	Linearisierung um den Arbeitspunkt	53
2.2.4	Darstellung von LZI-Systemen	57
2.2.4.1	Differenzialgleichung	57
2.2.4.2	Übertragungsfunktion	57
2.2.4.3	Zustandsraumdarstellung	59
2.2.4.4	Umformung des Wirkungsplans	62
2.3	Analyse der Regelstrecke	68
2.3.1	Dynamisches Grundverhalten	69
2.3.1.1	Beschreibung des Zeitverhaltens	69
2.3.1.2	P-T ₁ -Verhalten	70
2.3.1.3	P-T ₂ -Verhalten	71
2.3.1.4	P-T _n -Verhalten	73
2.3.1.5	Kurzzeichenzeichnungen	73
2.3.2	Analyse der Übertragungsfunktion	74
2.3.2.1	Stabilität	75
2.3.2.2	Anfangs- und Endwert	76
2.3.2.3	Übergangsverhalten	77
2.3.2.4	Einfluss der Zählernullstellen	79
2.3.2.5	Abschätzung des Streckenverhaltens	79
2.3.3	Analyse im Zustandsraum	81
2.3.3.1	Eigenwerte	81
2.3.3.2	Beobachtbarkeit und Steuerbarkeit	82
2.4	Regler	83

2.4.1	P-Regler	83
2.4.2	PI-Regler	85
2.4.3	PID-Regler	86
2.4.4	Schaltregler	88
	2.4.4.1 Zweipunktregler	88
	2.4.4.2 Dreipunktregler	90
2.5	Entwurf linearer Standardregler	91
	2.5.1 Übertragungsfunktionen des Regelkreises	91
	2.5.2 Wurzelortskurve	92
	2.5.3 Frequenzgangsentwurf	94
	2.5.4 Einstellregeln	97
	2.5.4.1 Einstellung nach Ziegler-Nichols	98
	2.5.4.2 Einstellung nach der Summenzeitkonstante	99
	2.5.4.3 Betragsoptimum und symmetrisches Optimum ..	100
	2.5.5 Erweiterte Regelkreisstrukturen	102
	2.5.5.1 Führungsfilter	102
	2.5.5.2 Kaskadenregelung	103
2.6	Digitalregler	104
	2.6.1 Struktur und Elemente des Abtastregelkreises	104
	2.6.2 Quasikontinuierlicher Entwurf	105
2.7	Entwurf von Zustandsreglern	106
	2.7.1 Struktur und Wirkung eines Zustandsreglers	107
	2.7.2 Entwurf eines allgemeinen Polvorgabereglers	108
	2.7.3 Zustandsbeobachter	110
	Literatur	111

3 Analogtechnik 112

3.1	Analoge Schaltungen in der Mechatronik	112
3.2	Verstärkergrundsaltungen	113
	3.2.1 Prinzip der Verstärkung mit Transistoren	113
	3.2.2 Differenzverstärker	115
3.3	Operationsverstärker (OPV)	117
	3.3.1 Reale OPV und nichtideale Eigenschaften	118
	3.3.1.1 Frequenzgang	119
	3.3.1.2 Offsetspannung	120
	3.3.1.3 Gleichtaktverstärkung	120
	3.3.1.4 Eingangs- und Ausgangswiderstände	121
	3.3.2 Typische Kennwerte realer OPV	121
3.4	Grundsaltungen des OPV	122
	3.4.1 Invertierender Verstärker	122
	3.4.2 Nichtinvertierender Verstärker	124
3.5	Analogrechenschaltungen	125
	3.5.1 Subtrahier- und Summationsverstärker	125
	3.5.2 Instrumentenverstärker	127
	3.5.3 Analoge Multiplizierer und Dividierer	129

3.5.4	Differenzier- und Integrierglieder	129
3.5.5	Exponential- und Logarithmierglieder	130
	Literatur	131

4 Digitaltechnik 132

4.1	Schalterlogik und binäre Signale	132
4.1.1	Gesteuerte Schalter und Logikpegel	132
4.1.2	Logikdefinitionen und -funktionen	133
4.2	Boole'sche Algebra	135
4.2.1	Variablendefinition und Verknüpfungen	135
4.2.2	Postulate der Boole'schen Algebra	136
4.2.3	Rechenregeln der Boole'schen Algebra	137
4.2.4	Boole'sche Gleichungen und Logikgatter	137
4.3	Das Transmissionsgatter	139
4.4	Kombinatorische Schaltungen	140
4.4.1	Allgemeines	140
4.4.2	Optimierung von Schaltfunktionen	141
4.4.2.1	Minimierung einer AND-OR-Schaltfunktion	141
4.4.2.2	Realisierung auf Gatterniveau	143
4.4.2.3	Aktuelle Aspekte	143
4.4.3	Codierschaltungen (Codierer und Decoder)	144
4.4.4	Multiplexer und Demultiplexer	146
4.4.5	Rechenschaltungen	147
4.4.5.1	Addierer	148
4.4.5.2	Subtrahierer	149
4.4.5.3	Komparatoren	149
4.4.5.4	Multiplizierer und Dividierer	150
4.4.6	Festwertspeicher	151
4.5	Flipflops	152
4.5.1	Allgemeines	152
4.5.2	Ungetaktete Flipflops	152
4.5.3	Taktzustandgesteuertes D-Flipflop	153
4.5.4	Flankengesteuertes D-Flipflop	154
4.5.5	Weitere Arten flankengesteuerter Flipflops	156
4.6	Praktische sequenzielle Schaltungen	158
4.6.1	Register	158
4.6.2	Zähler und Teiler	159
4.6.2.1	Asynchrone Zähler und Teiler	160
4.6.2.2	Synchrone Zähler	160
4.6.3	Synchrone sequenzielle Schaltungen als Zustandsmaschinen	161
4.6.3.1	Moore-Automat	161
4.6.3.2	Mealy-Automat	162
4.6.3.3	Methodisches Beispiel	163
4.7	Realisierungen digitaler Schaltungen	165

4.7.1	Standard-Logikbausteine	165
4.7.2	Programmierbare Logikbausteine (PLD)	166
4.7.3	Anwenderspezifische Schaltkreise	170
	Literatur	170

5 Leistungselektronik **171**

5.1	Elektronische Ventile	171
5.1.1	Leistungsdiode	172
5.1.2	Thyristor	173
5.1.3	Gate-Turn-Off-Thyristor (GTO)	174
5.1.4	Bipolartransistor	174
5.1.5	MOSFET	175
5.1.6	Insulated-Gate-Bipolartransistor (IGBT)	175
5.2	Selbstgeführte Stromrichter	176
5.2.1	Tiefsetzsteller	176
5.2.2	Vierquadrantensteller	179
	5.2.2.1 Gleichzeitige Taktung	180
	5.2.2.2 Alternierende Taktung	180
5.2.3	Selbstgeführte Drehstrombrückenschaltung	181
5.2.4	Pulsbreitenmodulation (PBM)	184
5.2.5	Modellbildung von dreiphasigen Stromrichtern	186
	Literatur	188

6 Modellbildung **189**

6.1	Grundbegriffe	189
6.2	Modellierungs- und Simulationsprozess	190
	6.2.1 Zyklen	190
	6.2.2 Modellerstellung und -verfeinerung	192
6.3	Modellansätze	193
6.4	Modellklassen	194
6.5	Beschreibungsmittel	195
	6.5.1 Beschreibung im Zeitbereich	195
	6.5.2 Beschreibung im Bildbereich	197
	6.5.3 Grafische Beschreibung	197
6.6	Modellelemente	199
	6.6.1 Steuerungs- und Regelungstechnik	199
	6.6.2 Mechanik	201
	6.6.3 Elektrotechnik	202
	6.6.4 Mechanische und elektrische Analogien	204
6.7	Methoden und Werkzeuge der Modellbildung	206
	6.7.1 Analytische Methoden	206
	6.7.1.1 Mechanik	208
	6.7.1.2 Elektrotechnik	210
	6.7.2 Synthetische Methoden	213

	6.7.2.1	Mechanik	213
	6.7.2.2	Elektrotechnik	215
	6.7.2.3	Bondgrafan	216
6.7.3		Experimentelle Modellbildung	216
	6.7.3.1	Datenerhebung	218
	6.7.3.2	Festlegung der Modellstruktur	219
	6.7.3.3	Parameteridentifikation	221
6.8		Werkzeuge der Modellbildung	222
		Literatur	223

7 Mechanische Systeme **224**

7.1		Modelle in der Mechanik	224
7.2		Kinematik	226
	7.2.1	Einführung	226
	7.2.2	Kinematik des Massenpunktes	226
		7.2.2.1 Darstellung der Bewegung in kartesischen Koordinaten	226
		7.2.2.2 Darstellung der Bewegung eines Massenpunktes in Zylinderkoordinaten	229
		7.2.2.3 Darstellung der Bewegung eines Massenpunktes in Kugelkoordinaten	230
	7.2.3	Kinematik des starren Körpers	231
		7.2.3.1 Notation	231
		7.2.3.2 Translation und Rotation	232
		7.2.3.3 Euler-Winkel	234
	7.2.4	Kinematik des Mehrkörpersystems	235
		7.2.4.1 Klassifikation	235
		7.2.4.2 Holonome Starrkörpersysteme mit kinematischer Baumstruktur	236
		7.2.4.3 Denavit-Hartenberg-Notation	237
7.3		Kinetik	240
	7.3.1	Einführung	240
	7.3.2	Kinetik des Massenpunktes	241
		7.3.2.1 Impulssatz	241
		7.3.2.2 Drehimpulssatz	244
		7.3.2.3 Arbeitssatz	244
		7.3.2.4 Energiesatz	245
	7.3.3	Kinetik des starren Körpers	246
		7.3.3.1 Schwerpunktsatz	246
		7.3.3.2 Drehimpulssatz	246
		7.3.3.3 Arbeitssatz	249
		7.3.3.4 Energiesatz	249
	7.3.4	Kinetik des Mehrkörpersystems	253
		7.3.4.1 Prinzip von d'Alembert	253
		7.3.4.2 Lagrange'sche Gleichungen 2. Art	254

7.3.5	Der Lagrange-Formalismus für elektromechanische Systeme	258
7.4	Schwingungstechnik	260
7.4.1	Freie gedämpfte Schwingungen	260
7.4.1.1	Starke Dämpfung, Kriechfall ($D > 1$)	261
7.4.1.2	Mittlere Dämpfung, Aperiodischer Grenzfall ($D = 1$)	262
7.4.1.3	Schwache Dämpfung, Schwingfall ($D < 1$)	262
7.4.2	Erzwungene gedämpfte Schwingungen	265
7.4.2.1	Klassifizierung der erzwungenen Schwingungen nach dem Ort der Erregung	265
7.4.2.2	Partikuläre Lösung der Schwingungsdifferenzialgleichung	267
7.4.2.3	Vergrößerungsfunktionen und Phasenwinkel ...	268
	Literatur	271

8 Sensoren **272**

8.1	Allgemeiner Aufbau	272
8.1.1	Beschreibungen	273
8.1.1.1	Messgrößen und Maßeinheiten	273
8.1.1.2	Kenngrößen	274
8.1.1.3	Statisches Verhalten	275
8.1.1.4	Dynamisches Verhalten	276
8.1.2	Anforderungen	278
8.2	Einteilung von Sensoren	279
8.3	Direkt umsetzende Sensoren	281
8.3.1	Aktive Sensoren	281
8.3.1.1	Piezoelektrischer Effekt	281
8.3.1.2	Elektrodynamischer Effekt	282
8.3.1.3	Fotoelektrischer Effekt	283
8.3.1.4	Seebeck-Effekt	284
8.3.1.5	Elektrochemischer-Effekt	285
8.3.2	Passive resistive Sensoren	286
8.3.2.1	Potenziometrische Sensoren	286
8.3.2.2	Dehnungsmessstreifen (DMS)	287
8.3.2.3	Fotowiderstand	288
8.3.2.4	Widerstandsthermometer	288
8.3.2.5	Feldplatte	290
8.3.2.6	Gasdetektor	291
8.3.3	Passive kapazitive Sensoren	291
8.3.3.1	Geometrische Effekte	291
8.3.3.2	Dielektrizitätseffekte	292
8.3.3.3	Näherungsschalter	293
8.3.3.4	Feuchtemessung	294
8.3.4	Passive induktive Sensoren	295

	8.3.4.1	Positionsmessung	295
	8.3.4.2	Näherungsschalter	295
8.4		Indirekt umsetzende Sensoren	296
	8.4.1	Weg, Strecke	296
	8.4.1.1	Triangulation	296
	8.4.1.2	Ultraschall	297
	8.4.1.3	Magnetostriktion	298
	8.4.1.4	Optisch	299
	8.4.2	Füllstand	301
	8.4.2.1	Radioaktiv	301
	8.4.2.2	Schwinggabelsensor	302
	8.4.3	Geschwindigkeit	303
	8.4.3.1	Impulszählung	303
	8.4.3.2	Korrelation	304
	8.4.4	Druck und Kraft	304
	8.4.4.1	Dehnungsmessstreifen (DMS)	304
	8.4.4.2	Magnetoelastisch	305
	8.4.5	Beschleunigung	306
	8.4.6	Durchfluss	307
	8.4.6.1	Druckdifferenz	307
	8.4.6.2	Hitzdraht	308
	8.4.6.3	Magnetisch-induktiv	309
	8.4.7	Magnetfeld	309
	8.4.7.1	Hall-Sonde	309
	8.4.7.2	Sättigungskernsonde	310
	8.4.8	Temperatur	311
	8.4.9	Konzentration	312
	8.4.9.1	λ -Sonde	312
	8.4.9.2	Ionensensitive Feldeffekttransistoren	313
		Literatur	314

9 Elektrische Aktoren **315**

9.1		Gleichstrommaschine (GM)	316
	9.1.1	Aufbau der Antriebsstruktur	316
	9.1.2	Analyse der Strecke	317
	9.1.3	Berechnung des Ankerstromreglers	319
	9.1.4	Berechnung des Drehzahlreglers	322
9.2		Feldorientierte Steuerung einer Synchronmaschine (SM)	323
	9.2.1	Beschreibung der Synchronmaschine im rotorfesten Bezugssystem	325
	9.2.2	Berechnung des inneren Drehmoments	326
	9.2.3	Struktur der läuferflussorientierten Regelung	328
	9.2.4	Berechnung der Stromregler	330
9.3		Hubmagnet	332
9.4		Schrittmotor	336

9.4.1	Vollschrittbetrieb	339
9.4.2	Halbschrittbetrieb	339
9.4.3	Start-Stopp-Rampe	340
9.4.4	Stromregelung	341
9.5	Asynchronmaschine (ASM)	343
	Literatur	348

10 **Hydraulische Aktoren** **349**

10.1	Vor- und Nachteile hydraulischer Antriebe	349
10.2	Zahnradpumpe mit Außenverzahnung	350
10.3	Flügelzellenpumpe	351
10.4	Axialkolbenpumpe	351
10.5	Ventil	352
10.5.1	Proportionalventil	352
10.5.2	Servoventil	353
10.6	Hydraulik-Zylinder und -Motor	355
10.6.1	Hydraulisches Teilmodell	356
10.6.2	Vereinfachtes Modell	361
10.7	Steuerung und Regelung	364
10.7.1	Istwerterfassung	364
10.7.2	Steuerung	364
10.7.3	Regelung	364
10.8	Auslegen eines hydraulischen Antriebes	365
	Literatur	366

11 **Pneumatische Aktoren** **367**

11.1	Erzeugung und Aufbereitung der Druckluft	367
11.2	Wegeventil	368
11.3	Zylinder und Greifer	369
11.3.1	Zylinder mit Kolbenstange	369
11.3.2	Kolbenstangenlose Zylinder	369
11.4	Greifer	370
11.5	Steuerung und Regelung	375
11.5.1	Analoge Wegerfassung	375
11.5.2	Digitale Wegerfassung	377
11.6	Steuerung	378
11.7	Regelung	378
11.8	Pneumatisches Handhabungsgerät	378
11.9	Auslegung eines pneumatischen Antriebes	380
	Literatur	381

12 **Informatik (Computer Science)** **382**

12.1	Gegenstand	382
------	------------------	-----

12.2	Grundlagen der Informationsverarbeitung	383
12.2.1	Daten, Zeichen, Maschinenwort	383
12.2.2	Zahlensysteme	385
12.2.3	Darstellung von Zeichen, Ziffern und Zahlen	386
12.2.3.1	Darstellung von alphanumerischen Zeichen	387
12.2.3.2	Darstellung von Ziffern	387
12.2.3.3	Darstellung von Zahlen	388
12.3	Programmierung und Softwareentwicklung	390
12.3.1	Algorithmen und Notationen	390
12.3.2	Variable, Ausdrücke und Zuweisungen	391
12.3.3	Zusammengesetzte Datentypen	392
12.3.4	Zeigervariablen	393
12.3.5	Datenstrukturen	393
12.3.6	Programmierung und Softwareentwicklung	394
12.3.7	Programmiersprachen	394
12.3.8	Programmierparadigmen	396
12.3.9	Entwicklungswerkzeuge	399
12.4	Struktur und Organisation von Rechnern	400
12.4.1	Von-Neumann-Rechnerkonzept	400
12.4.2	Komponenten	401
12.4.3	Schnittstellen	402
	Literatur	403

13 Mikrorechentchnik 404

13.1	Aufbau und Organisation von Mikrorechnern	406
13.2	Arbeitsweise eines Mikrorechners	407
13.2.1	Befehlssatzarchitektur	408
13.2.2	Adressierungsarten	409
13.2.3	Befehlsformat	410
13.2.4	Komplexität von Befehlssätzen	411
13.2.5	Optimierungstechniken	412
13.3	Peripheriebausteine	415
13.4	Eingebettete Systeme	417
13.4.1	Universalprozessoren	417
13.4.2	Mikrocontroller (μC)	418
13.4.3	Digitale Signalprozessoren (DSP)	420
13.5	Beispiele für Prozessoren	421
13.5.1	32-Bit-Mikrocontroller mit Cortex-M3-Kern	421
13.5.2	8086-kompatible Prozessoren	425
	Literatur	429

14 Mechatronische Systeme 430

14.1	Elektronischer Zündstartschalter	430
14.1.1	Funktionen	430

14.1.2	Mechanische Komponenten	432
14.1.3	Hardware-Komponente	435
14.1.4	Software-Komponente	436
14.2	Bedienfelder mit CAN-Elektronik	440
14.3	Einzelvernetzter Schalter „MAXIS“	441
14.3.1	Mechanischer Aufbau	441
14.3.2	Schaltsystem	442
14.3.3	Leiterplatte und Betätiger	443
14.3.4	Stecker	443
14.3.5	Elektronik	443
14.4	Piezo-Inline-Injektor	445
14.5	Getriebeautomatisierung am Beispiel Durashift EST	445
14.5.1	Systembeschreibung	445
14.5.2	Software	449
14.5.3	Vorteile des mechatronischen Konzepts	450
14.6	Antiblockiersystem (ABS)	451
14.7	Antriebsschlupfregelung (ASR)	452
14.8	Regelung der Fahrdynamik (ESP)	453
14.9	Kompensation mechanischer Fehler	456
14.10	Bewegen großer Lasten	458

Sachwortverzeichnis	459
----------------------------------	------------

In diesem Kapitel werden ausgewählte Teile der Mathematik behandelt, die für die Mechatronik besonders wichtig sind.

■ 1.1 Komplexe Zahlen

Komplexe Zahlen werden durch unterstrichenen Kleinbuchstaben dargestellt, zum Beispiel \underline{z} .

1.1.1 Definition komplexer Zahlen

Komplexe Zahlen stellen eine Erweiterung der reellen Zahlen \mathbb{R} dar. Durch diese Erweiterung lassen sich algebraische Gleichungen der Form $x^2 + 1 = 0$ lösen. Die Menge der komplexen Zahlen wird mit \mathbb{C} angegeben.

$$\mathbb{C} = \{\underline{z} \mid \underline{z} = a + i \cdot b \text{ mit } a, b \in \mathbb{R}\} \quad (1.1)$$

Zur Darstellung einer komplexen Zahl \underline{z} wird die **imaginäre Einheit** i eingeführt. Diese besitzt folgende Eigenschaft:

$$i = \sqrt{-1} \quad (1.2)$$

Für die Potenzen von i gilt:

$$i^{-1} = -i; \quad i^2 = -1; \quad i^3 = -i; \quad i^4 = 1; \quad i^5 = i \quad (1.3)$$

In der Elektrotechnik wird häufig \mathbf{j} als imaginäre Einheit verwendet, da der Buchstabe i für Ströme Verwendung findet.

1.1.2 Darstellungsformen

1.1.2.1 Komplexe Zahlenebene

Eine komplexe Zahl \underline{z} wird in der **komplexen Zahlenebene** (auch *Gauß'sche* Zahlenebene genannt) wie folgt dargestellt

$$\underline{z} = a + i \cdot b \quad (1.4)$$

Hierbei stellt \mathbf{a} den **Realteil**, \mathbf{b} den **Imaginärteil** und \mathbf{i} die **imaginäre Einheit** der komplexen Zahl dar.

Die grafische Darstellung erfolgt in der „Gauß’schen“ oder auch komplexen Zahlenebene (Bild 1.1). Dabei kann \underline{z} als Punkt P oder als Zeiger \underline{z} in der Ebene interpretiert werden.

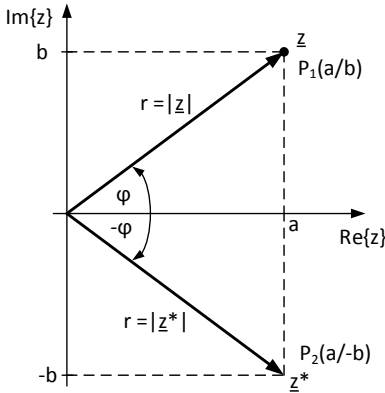


Bild 1.1
Komplexe Zahlenebene

Spiegelt man eine komplexe Zahl \underline{z} an der reellen Achse, dann erhält man die zu \underline{z} **konjugiert komplexe Zahl \underline{z}^*** .

$$\underline{z} = a + i \cdot b \xrightarrow{\text{konjugiert}} \underline{z}^* = a - i \cdot b \quad (1.5)$$

1.1.2.2 Polardarstellungen

Eine komplexe Zahl \underline{z} kann auch in **Polarkoordinaten** (Bild 1.1) dargestellt werden. Dabei wird der **Betrag** der komplexen Zahl \underline{z} mit r und der **Winkel** mit φ bezeichnet.

Der Betrag r der komplexen Zahl \underline{z} berechnet sich zu

$$|\underline{z}| = r = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (1.6)$$

Hierbei beschreibt φ den Winkel, den die komplexe Zahl \underline{z} mit der reellen Achse einschließt.

Im technischen Bereich wird der Winkel φ im Intervall $[-\pi, \pi]$ angegeben.

Berücksichtigt man die Vieldeutigkeit des Arkustangens, so gilt:

$$\varphi = \begin{cases} \arctan\left(\frac{b}{a}\right) & \text{für } x > 0 \\ \arctan\left(\frac{b}{a}\right) + \pi & \text{für } x < 0 \quad y \geq 0 \\ \arctan\left(\frac{b}{a}\right) - \pi & \text{für } x < 0 \quad y < 0 \end{cases} \quad (1.7)$$

Mit der *Euler'schen Formel*

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \cdot \sin \varphi \quad (1.8)$$

kann eine komplexe Zahl \underline{z} wie folgt in Polarkoordinaten dargestellt werden:

$$\underline{z} = r \cdot e^{i\varphi} \quad (1.9)$$

1.1.3 Rechenoperation mit komplexen Zahlen

Für den komplexen Zahlenkörper sind folgende Rechenoperationen definiert.

1.1.3.1 Addition und Subtraktion

$$\underline{z}_1 \pm \underline{z}_2 = (a_1 + i \cdot b_1) \pm (a_2 + i \cdot b_2) = (a_1 \pm a_2) + i \cdot (b_1 \pm b_2) \quad (1.10)$$

Beispiel:

$$\begin{aligned} \underline{z}_1 \pm \underline{z}_2 &= (2 - i \cdot 3) \pm (3 + i \cdot 4) = (2 \pm 3) + i \cdot ((-3) \pm 4) \\ &= 5 + i \cdot 1 \quad (\text{Addition}) \\ &= -1 - i \cdot 7 \quad (\text{Subtraktion}) \end{aligned}$$

1.1.3.2 Multiplikation

$$\begin{aligned} \underline{z}_1 \cdot \underline{z}_2 &= (a_1 + i \cdot b_1) \cdot (a_2 + i \cdot b_2) \\ &= (a_1 \cdot a_2 - b_1 \cdot b_2) + i \cdot (a_1 \cdot b_2 + a_2 \cdot b_1) \end{aligned} \quad (1.11)$$

Beispiel:

$$\begin{aligned} \underline{z}_1 \cdot \underline{z}_2 &= (2 - i \cdot 3) \cdot (3 + i \cdot 4) \\ &= (2 \cdot 3 - (-3) \cdot 4) + i \cdot (2 \cdot 4 + 3 \cdot (-3)) \\ &= 18 - i \cdot 1 \end{aligned}$$

1.1.3.3 Division

Die Division zweier komplexer Zahlen wird ausgeführt, indem man den Bruch mit dem konjugiert komplexen Nenner erweitert.

$$\begin{aligned} \frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2} &= \frac{\underline{z}_1 \cdot \underline{z}_2^*}{\underline{z}_2 \cdot \underline{z}_2^*} = \frac{(a_1 + i \cdot b_1)}{(a_2 + i \cdot b_2)} = \frac{(a_1 + i \cdot b_1) \cdot (a_2 - i \cdot b_2)}{(a_2 + i \cdot b_2) \cdot (a_2 - i \cdot b_2)} \\ &= \frac{(a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2)}{(a_2^2 + b_2^2)} + i \cdot \frac{(a_2 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_2)}{(a_2^2 + b_2^2)} \end{aligned} \quad (1.12)$$

Beispiel:

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{z_2} &= \frac{(2-i \cdot 3)}{(3+i \cdot 4)} = \frac{(2-i \cdot 3) \cdot (3-i \cdot 4)}{(3+i \cdot 4) \cdot (3-i \cdot 4)} \\ &= \frac{(2 \cdot 3 + (-3) \cdot 4)}{(3^2 + 4^2)} + i \cdot \frac{(3 \cdot (-3) - 2 \cdot 4)}{(3^2 + 4^2)} \\ &= -\frac{6}{25} - i \cdot \frac{17}{25} = -0,24 - i \cdot 0,68 \end{aligned}$$

■ 1.2 Matrizen

Matrizen werden durch fette kursive Großbuchstaben dargestellt, Vektoren mit fetten kursiven Kleinbuchstaben.

Definitionen von Matrizenarten

Eine (m, n) -Matrix \mathbf{A} , bestehend aus m **Zeilen** und n **Spalten**, hat die Form

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Nachfolgend ist exemplarisch eine $(2, 3)$ -Matrix dargestellt.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

1.2.1 Quadratische Matrix

Bei einer quadratischen Matrix ist die **Zeilenanzahl** m und die **Spaltenanzahl** n identisch ($n = m$). Die **Hauptdiagonale** einer **quadratischen Matrix** wird durch die **Matrizelemente** a_{nn} gebildet, für die gilt $n = m$.

1.2.2 Symmetrische Matrix

Eine **symmetrische Matrix** ist eine spezielle Form der quadratischen Matrix. Alle Matrizelemente, die **symmetrisch** zur **Hauptdiagonalen** stehen, sind **identisch**.

1.2.3 Transponierte Matrix

Vertauscht man in einer Matrix die **Zeilen** mit den **Spalten**, so erhält man die **transponierte Matrix** A^T . Die nachfolgende Matrix ist die Transponierte zu (1.14).

$$A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

Beachte : Eine symmetrische Matrix bleibt beim Transponieren stets unverändert.

1.2.4 Spaltenvektor

Die Elemente einer **Spalte** einer Matrix A stellen einen **Spaltenvektor** \mathbf{a} dar. Definitionsgemäß ist ein Spaltenvektor eine 1-spaltige Matrix.

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

1.2.5 Zeilenvektor

Die Elemente einer **Zeile** einer Matrix stellen einen **Zeilenvektor** \mathbf{a}^T dar.

$$\mathbf{a}^T = [a_{11} \quad a_{12} \quad a_{13}] \quad (1.17)$$

Unter \mathbf{a} (ohne hochgestelltes T) wird immer ein Spaltenvektor und unter \mathbf{a}^T (mit hochgestelltem T) immer ein Zeilenvektor verstanden.

1.2.6 Nullvektor $\mathbf{0}$

Sind alle Elemente eines Vektors null, so spricht man von einem **Nullvektor** $\mathbf{0}$.

1.2.7 Einheitsmatrix I

Eine **Einheitsmatrix** ist stets eine quadratische Matrix ($m = n$). In der Hauptdiagonalen stehen die Elemente 1; alle anderen Elemente sind null.

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

■ 1.3 Rechenregeln für Matrizen

Nachfolgend sind die **wichtigsten Rechenregeln** der Matrizenrechnung zusammengefasst.

1.3.1 Addition von Matrizen

Die **Addition** von Matrizen

$$C = A + B \quad (1.19)$$

erfolgt durch die **Addition** ihrer Elemente mit den gleichen Indizes. Es gilt:

$$c_{ik} = a_{ik} + b_{ik} \quad (1.20)$$

für $i = 1 \dots m$ und $k = 1 \dots n$.

Die beiden Matrizen müssen in ihrer **Zeilen- und Spaltenanzahl übereinstimmen**.

1.3.2 Vektorrechnung

In Bild 1.2 stellt \mathbf{r} einen Vektor dar. Die mathematische Beziehung des Vektors lautet $\mathbf{r} = x_1 \cdot \mathbf{e}_x + y_1 \cdot \mathbf{e}_y + z_1 \cdot \mathbf{e}_z$. Dabei bezeichnet \mathbf{e} den Einheitsvektor und x_1, y_1, z_1 die

Komponenten des Vektors \mathbf{r} .

Der Vektor \mathbf{r} kann als Zeilenvektor $\mathbf{r} = (x_1, y_1, z_1)$ oder als Spaltenvektor $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$

geschrieben werden. Der Betrag des Vektors \mathbf{r} ist durch $|\mathbf{r}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$ definiert.

Die Winkel des Vektors \mathbf{r} zwischen den Achsen x , y und z sind durch $\cos(\mathbf{r}, x) = \frac{x_1}{|\mathbf{r}|}$, $\cos(\mathbf{r}, y) = \frac{y_1}{|\mathbf{r}|}$ und $\cos(\mathbf{r}, z) = \frac{z_1}{|\mathbf{r}|}$ festgelegt.

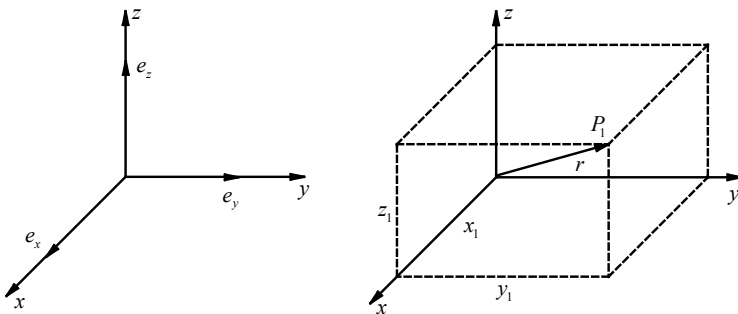


Bild 1.2 Vektordarstellung und Gerade

1.3.3 Skalares Produkt

Das skalare Produkt zweier Vektoren (Bild 1.3) ist wie folgt definiert:

$$\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 = |\mathbf{r}_1| |\mathbf{r}_2| \cdot \cos(\varphi) \quad (1.21)$$

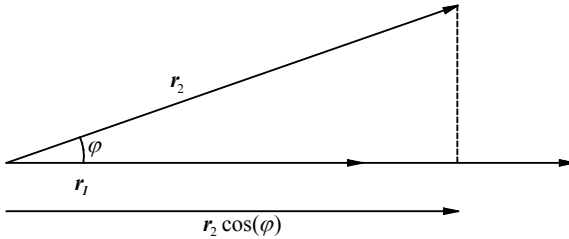


Bild 1.3 Skalarprodukt

Das Skalarprodukt ist null, wenn die Vektoren \mathbf{r}_1 und \mathbf{r}_2 orthogonal zueinander sind.

1.3.4 Vektorprodukt

Das Vektorprodukt ist nur im dreidimensionalen Raum definiert.

Das Vektorprodukt zweier Vektoren \mathbf{r}_1 und \mathbf{r}_2 lautet

$$(\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2) = \mathbf{c} \quad (1.22)$$

\mathbf{c} ist dabei ein Vektor, der senkrecht auf den Vektoren \mathbf{r}_1 und \mathbf{r}_2 steht. \mathbf{c} steht also senkrecht zur von \mathbf{r}_1 und \mathbf{r}_2 aufgespannten Ebene (Bild 1.4).

Der Betrag des Vektors \mathbf{c} ist gleich dem Zahlenwert der Fläche des aus \mathbf{r}_1 und \mathbf{r}_2 gebildeten Parallelogramms und berechnet sich zu

$$|\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2| = |\mathbf{r}_1| \cdot |\mathbf{r}_2| \cdot |\sin(\varphi)| \quad (1.23)$$

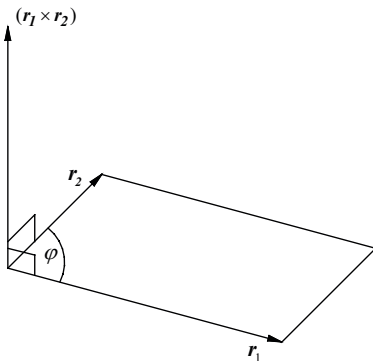


Bild 1.4
Vektorprodukt

1.3.5 Multiplikation einer Matrix mit einem Skalar

Die **Multiplikation** einer Matrix mit einem **Skalar** k

$$\mathbf{B} = k \cdot \mathbf{A} \quad (1.24)$$

erfolgt durch **Multiplikation** jedes a_{ij} Elementes mit dem Faktor k .

$$b_{ij} = k \cdot a_{ij} \quad (1.25)$$

1.3.6 Matrizenmultiplikation

Eine wichtige Voraussetzung für das **Matrizenprodukt** ist das Übereinstimmen der **Anzahl der Spalten** der 1. Matrix \mathbf{A} und der **Anzahl der Zeilen** der 2. Matrix \mathbf{B} .

Unter dem Produkt

$$\mathbf{P} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \quad (1.26)$$

einer (m, s) -Matrix \mathbf{A} und einer (s, n) -Matrix \mathbf{B} versteht man die (m, n) -Matrix \mathbf{P} mit den Elementen

$$p_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \cdot b_{kj} = a_{ik} b_{kj} \quad (1.27)$$

Dabei bezeichnet a_i den i -ten **Zeilenvektor** von \mathbf{A} und b_j den j -ten **Spaltenvektor** von \mathbf{B} . Das Element p_{ik} ist also das **skalare Produkt** des i -ten Zeilenvektors von \mathbf{A} mit dem k -ten Spaltenvektor von \mathbf{B} .

1.3.7 Wichtige Gesetze für Matrizen

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \neq \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \quad (\text{das heißt, das Kommutativgesetz gilt nicht}) \quad (1.28)$$

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C} \quad (1.29)$$

$$(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C} = \mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \cdot \mathbf{C}) \quad (1.30)$$

$$(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})^T = \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{A}^T \quad (1.31)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^T \quad (1.32)$$

1.3.8 Determinante

Determinanten von $(n \times n)$ -Matrizen lassen sich durch den **Entwicklungssatz** nach Laplace rekursiv berechnen.

Entwicklung nach der k -ten Spalte bzw. i -ten Zeile:

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^n a_{ik} \cdot (-1)^{i+k} |\mathbf{S}_{ik}| = \sum_{k=1}^n a_{ik} \cdot (-1)^{i+k} |\mathbf{S}_{ik}| \quad (1.33)$$

S_{ik} ist die $((n-1) \times (n-1))$ -Matrix, die man erhält, wenn die i -te Zeile und k -te Spalte gestrichen wird.

Es ist dabei völlig egal, nach welcher Zeile oder Spalte entwickelt wird. In der Regel wählt man eine Zeile oder eine Spalte, die möglichst viele Nullen enthält. Dadurch vereinfacht sich die Rechnung. Die Determinante wird durch senkrechte Striche gekennzeichnet.

$$\det(A) = |A| \quad (1.34)$$

Beispiel: Die Determinante einer (3×3) -Matrix.

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} &= 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} \\ &\quad + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} \\ &\quad + 3 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} \\ &= 1 \cdot (5 \cdot 9 - 8 \cdot 6) - 2 \cdot (4 \cdot 9 - 7 \cdot 6) + 3 \cdot (4 \cdot 8 - 7 \cdot 5) \\ &= 1 \cdot (-3) - 2 \cdot (-6) + 3 \cdot (-3) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Produktsatz für Determinanten:

$$\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B \quad (1.35)$$

Die Determinante einer Inversen Matrix ist wie folgt definiert:

$$\det A^{-1} = \frac{1}{\det A} \quad (1.36)$$

1.3.9 Inverse Matrix

Eine quadratische Matrix A ist regulär, wenn ihre **Determinante** $\det(A)$ **verschieden von Null** ist. Man spricht in diesem Falle auch von einer nicht singulären Matrix.

Für eine **quadratische, reguläre** Matrix A kann die **inverse Matrix** A^{-1} gebildet werden. Die Multiplikation einer Matrix A mit einer inversen Matrix A^{-1} ergibt die **Einheitsmatrix** I . Damit können lineare Gleichungssysteme gelöst werden (vgl. Abschnitt 1.3.10).

Damit ergeben sich weitere Rechenregeln für Matrizen:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I \quad (1.37)$$

$$(A^{-1})^T = (A^T)^{-1} \quad (1.38)$$

