

Andreas Malcherek

Gezeiten und Wellen

Andreas Malcherek

Gezeiten und Wellen

Die Hydromechanik der Küstengewässer

PRAXIS



VIEWEG+
TEUBNER

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über
<<http://dnb.d-nb.de>> abrufbar.

1. Auflage 2010

Alle Rechte vorbehalten

© Vieweg+Teubner | GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden 2010

Lektorat: Dipl.-Ing. Ralf Harms | Sabine Koch

Vieweg+Teubner ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.

www.viewegteubner.de



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: KünkelLopka Medienentwicklung, Heidelberg

Druck und buchbinderische Verarbeitung: Ten Brink, Meppel

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Printed in the Netherlands

ISBN 978-3-8348-0787-8

Vorwort

Begonnen hat es mit einem Vorlesungsskript zum Thema Morphodynamik der Küstengewässer, die ich an der Technischen Universität Hamburg-Harburg gehalten habe. Dabei erwiesen sich die Themen Gezeitenkunde und Seegangswellen als so umfangreich, dass sie nun dieses Buch füllen.

Als damaliger Mitarbeiter der Bundesanstalt für Wasserbau (BAW) stellte ich dieses Skriptum auch auf den dortigen Internetseiten der allgemeinen Fachöffentlichkeit zur Verfügung. Die Zugriffe und Downloads erfolgten nicht nur, wie ursprünglich erwartet, aus dem akademischen, sondern aus vielen Bereichen der Wasser- und Schifffahrtsverwaltung, der Port Authorities und der an der Küste tätigen Landesbehörden.

Dieses große Interesse erstaunte mich zunächst, gibt es doch hinreichend Fachliteratur in Form von Monographien und Fachzeitschriften. Diese sind aber fast alle in englischer Sprache geschrieben. Zum Studium von Artikeln aus Fachzeitschriften benötigt man außerdem ein fundiertes Vorwissen und vor allem viel Zeit.

Im Laufe meiner Lehrtätigkeit an der Universität der Bundeswehr München sind sowohl die Hydromechanik als auch die Morphodynamik der Küstengewässer zu zwei eigenständigen Lehrveranstaltungen herangewachsen. Mit diesem Buch soll für die 'Hydromechanik der Küstengewässer' eine gemeinsame Wissensbasis angeboten werden, um

- um Studierenden der Fachrichtungen Bau- und Umweltingenieurwesen, Ozeanographie oder Geophysik die Besonderheiten der Küste nahezubringen,
- neuen Mitarbeitern in den Fachinstitutionen die Möglichkeit der Einarbeitung zu geben,
- die hinter den numerischen Simulationsmodellen stehende Hydromechanik zu erklären,
- die quantitativen Antworten der Computermodelle auch qualitativ nachvollziehbar zu machen,
- und ein einheitliches Fundament des Fachgebiets für die Diskussion im Rahmen des Integrierten Küstenzonenmanagements zu bieten.

Meiner Freundin Dipl.-Ing. Friederike Piechotta danke ich sowohl für die Abbildungen und Daten, die sie mir als Leiterin der Gewässerkunde des Wasser- und Schifffahrtsamts Bremen zur Verfügung gestellt hat, als auch für die vielen Anregungen und Diskussionen.

Ich möchte das Buch meinem Vater Horst Malcherek (1932–1998) in Liebe und Dankbarkeit widmen.

Inhaltsverzeichnis

Einführung	1
1 Gravitation, Coriolis- und Gezeitenkräfte	13
1.1 Die Gravitationskraft	13
1.2 Die Corioliskraft	19
1.3 Gezeitenerzeugende Kräfte	22
1.4 Zusammenfassung	31
2 Die Vorhersage des Tidewasserstands	33
2.1 Pegelmessungen des Wasserstands	33
2.2 Die Partialtidenanalyse	35
2.3 Der Partialtidenzoo	38
2.4 Partialtidenamplituden in der Deutschen Bucht	43
2.5 Die Partialtidensynthese	43
2.6 Zusammenfassung	53
3 Gezeitenwellen	55
3.1 Das tiefengemittelte Modell der Hydromechanik	56
3.2 Die Dichte von Meerwasser	65
3.3 Wellenfunktion und Wellengleichung	67
3.4 Die Flachwassertheorie der Tidewellen	68
3.5 Partialtidewellen in der Deutschen Bucht	74
3.6 Die Entstehung von Flachwassertiden	74
3.7 Die Entstehung von Tidewellen	78
3.8 Zusammenfassung	80
4 Tidedynamik in Ästuaren	81
4.1 Die Dämpfung von Tidewellen	82
4.2 Reflektion von Tidewellen	88
4.3 Sedimenttransport unter Tidewellen	95
4.4 Der Einfluss von Querschnittsänderungen	97
4.5 Tidekennwerte und ihre Analyse	98
4.6 Der Ausbau der Tideästuare	103
4.7 Zusammenfassung	109

5	Die Theorie idealer Wellen	111
5.1	Die ideale rotationsfreie Strömung	111
5.2	Lineare Theorie langer Wellen kleiner Amplitude	117
5.3	Wellenausbreitung in beliebige Richtungen	126
5.4	Advektion, Orbitalbahnen und Driftbewegungen	129
5.5	Stokeswellen	134
5.6	Hydromechanische Belastungen von Offshore-Anlagen	136
5.7	Die Tide als ideale Welle	143
5.8	Zusammenfassung	143
6	Die Transformation der Welleneigenschaften	145
6.1	Die Veränderung von Wellenzahl und Wellenlänge	145
6.2	Die Energie von Oberflächenwellen	147
6.3	Die Bilanzierung der Wellenenergie	150
6.4	Die Propagation der Tidewellenenergie	158
6.5	Das Brechen der Wellen	159
6.6	Zusammenfassung	163
7	Windinduzierte Strömungen in Küstengewässern	165
7.1	Die atmosphärischen Zirkulationen	165
7.2	Windschubspannungen	171
7.3	Der Windstau	178
7.4	Sturmfluten	183
7.5	Der Bemessungswasserstand	185
7.6	Zusammenfassung	187
8	Seegang	189
8.1	Die Erfassung des Seegangs	190
8.2	Die Stochastik des Seegangs	192
8.3	Die spektrale Verteilung der Seegangenergie	195
8.4	Modellfunktionen für Seegangsspektren	199
8.5	Numerische Seegangssimulation	211
8.6	Zusammenfassung	222
9	Turbulente Strömungen in Küstengewässern	225
9.1	Messung und Auswertung turbulenter Geschwindigkeitsfelder	225
9.2	Navier-Stokes- und Reynoldsgleichungen	228
9.3	Das logarithmische Grenzschichtprofil	233
9.4	Die Rauheit der Sohle	240
9.5	Das Querprofil der Tidegeschwindigkeit	245
9.6	Zusammenfassung	248

10 Die Grenzschicht unter Wellen	249
10.1 Die Grenzschichtgleichung für Wellen	249
10.2 Die oszillierende laminare Grenzschichtströmung	254
10.3 Die oszillierende turbulente Grenzschicht	255
10.4 Die Kombination von Strömung und Welle	264
10.5 Zusammenfassung	270
11 Strömungen, Turbulenz und Wellen	271
11.1 Die Zerlegung des Strömungsfeldes	272
11.2 Die Wellenwirkung auf die vertikale Strömungsstruktur	277
11.3 Das Wirbelviskositätsprinzip für die Wellengleichung	281
11.4 Welleninduzierte Strömungen am Strand	288
11.5 Zusammenfassung	292
Anhang	293
Literaturverzeichnis	295
Sachverzeichnis	299

Einführung

Sicherlich gehören die Küsten zu den attraktivsten und gleichzeitig aufregendsten Landschaften der Erde. Fast die Hälfte der Menschheit hat es daher hierher gezogen, wenn man einen Küstenstreifen von ca. 100 km Breite betrachtet [43]. Der Grund für diese Bevölkerungsdichte lag ursprünglich in der Möglichkeit, terrestrische und aquatische Ressourcen gleichzeitig nutzen zu können, also sowohl Fischfang als auch Jagd und Landwirtschaft zu betreiben. Sehr bald kam auch die Möglichkeit der Schifffahrt für den Handel und die Kriegsführung hinzu.

Diese Vorteile des Wirtschaftsraums Küste haben sich in verschiedenen Sektoren bis heute fortentwickelt: Zur Schifffahrt gehören auch die Hafenwirtschaft, der Schiffbau und die maritime Logistik. An der Küste haben sich Zweige der erzeugenden und verarbeitenden Industrie angesiedelt, deren Rohstoffe direkt durch die Seeschifffahrt angeliefert werden. So wird der Unrat aus den Straßen Neapels in der Müllverbrennungsanlage Bremerhaven verbrannt. Japanische und US-amerikanische Kraftfahrzeuge werden hier von spezialisierten Betrieben auf den deutschen TÜV vorbereitet.

Die maritime Ressourcennutzung geht heute weit über Fischerei und Marikultur hinaus: Neben Erdöl- und Erdgas werden aus den Meeren auch Sand und Kies und regenerative Energien gewonnen. In Deutschland hat sich in den Küstenregionen zudem eine intensive Landwirtschaft angesiedelt. Schließlich haben Küsten immer auch ein hohes touristisches Potential.

Die Küste ist aber nicht nur Wirtschafts-, sondern auch ein Naturraum, in dem drei Sphären aufeinandertreffen: Die Atmosphäre mit sehr kurzfristigen Wettererscheinungen und langfristigen Klimaschwankungen wirkt auf die ebenfalls sehr dynamische marine Hydrosphäre mit Seegang, Gezeitenbewegungen, Sturmfluten und langfristigen Meeresspiegel- und Meeresströmungsschwankungen. Diese stehen dem Festland gegenüber, welches im Vergleich zu seinen Kontrahenten sehr undynamisch ist.

Die Versicherungen fürchten die Küste als den am stärksten gefährdeten Lebensraum auf der Erde: Sie liegt oft an den Grenzen von tektonischen Platten, womit Erdbeben, Vulkanausbrüche und Tsunamis verbunden sind. Meteorologische Extremereignisse wie Sturmfluten und Hurrikane treffen die Küsten, wodurch diese direkt von den Folgen des Klimawandels durch den Meeresspiegelanstieg betroffen sind.

Für viele Bereiche der Erde wird gerade im Zusammenhang mit dem Klimawandel von entscheidender Bedeutung sein, zu beurteilen, ob eine Küste bei dem zu erwartenden Meeresspiegelanstieg noch zu halten ist oder ob und in welchem Umfang diese und das betroffene Hinterland aufgegeben werden muss. Für einige Inselstaaten, deren Land sich nur wenige Meter über dem derzeitigen Meeresspiegel erhebt, wird es aber keine andere Lösung geben, als ihr Land aufzugeben. So kaufen Bewohner der Malediven schon jetzt Grundstücke in anderen Staaten, und das pazifische Tuvalu möchte sogar als souveräner Staat Asyl in anderen Ländern beantragen.

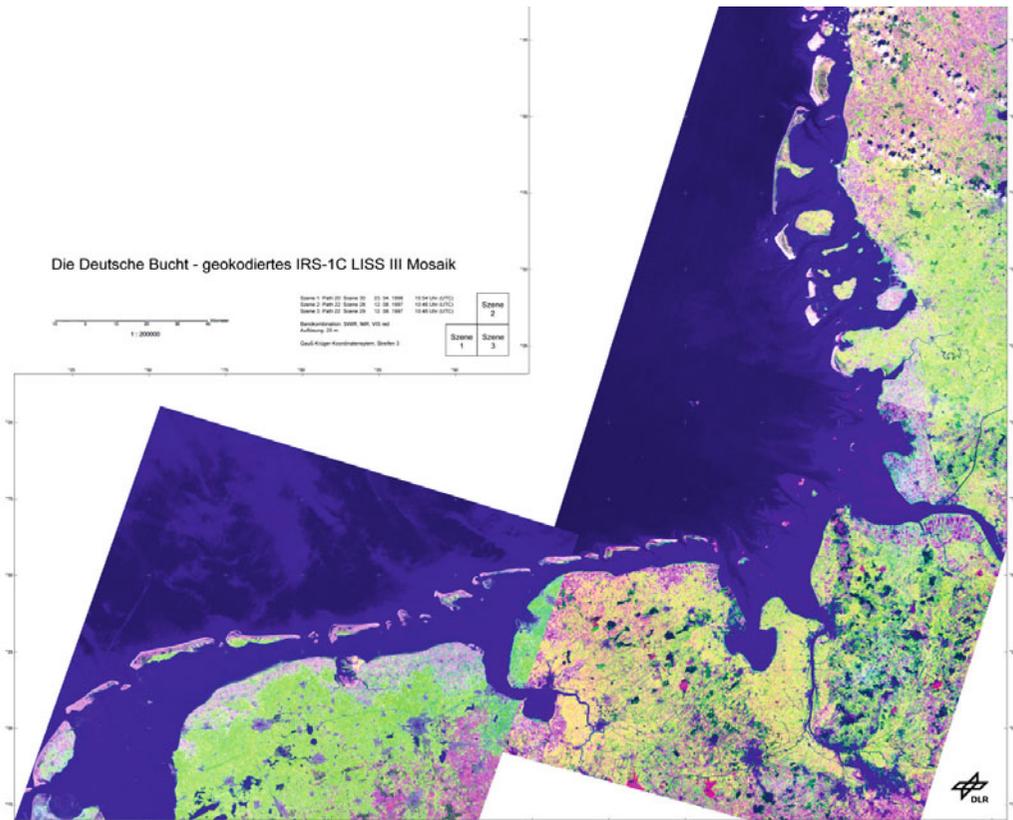


Abbildung 1: Die deutsche Bucht als Satellitenbild. Von Westen kommt beginnend bei den vor der niederländischen Küste liegenden westfriesischen Inseln und zeigt dann die ostfriesischen Inseln, deren Länge fortwährend abnimmt. Diese Inseln sind Düneninseln, die durch äolischen Transport über den davor gelagerten Wattflächen entstanden sind. Als Buchten sind der Dollart an der Ems und der Jadebusen zu erkennen. Als Ästuare münden Ems, Weser und Elbe in die Nordsee. Die nordfriesischen Inseln zeugen von Küstenverlusten an einer Küstenlinie, die einstmals über Sylt, Amrum und die Halbinsel Eiderstedt lief.

Küstengewässer

Das vorliegende Buch beschränkt sich nur auf das Küstengewässer, und so soll dieses zunächst einmal kategorisiert werden.

Alle Gewässer werden in Grund- und Oberflächengewässer eingeteilt. Als **Oberflächengewässer** bezeichnet man den von Wasser eingenommenen Raum zwischen einer Sohle und dem Wasserspiegel, der das Gewässer von der Atmosphäre trennt. Ausdehnung und Form eines Oberflächengewässers sind damit wesentlich durch die Gestalt der Sohle und das darüber befindliche Wasservolumen geprägt.

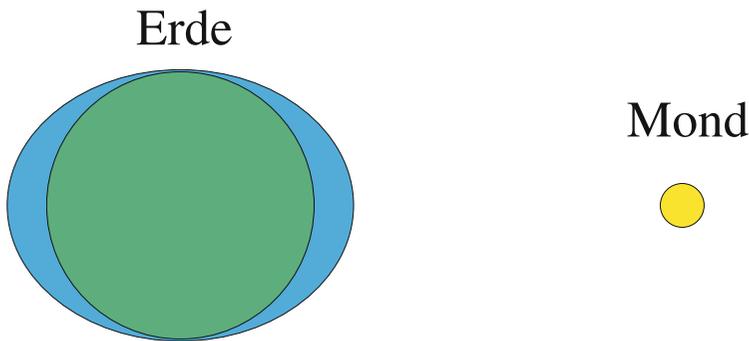


Abbildung 2: Das Volksmärchen von den zwei Flutbergen zur Entstehung von Ebbe und Flut.

Küstengewässer sind eine Klasse der Oberflächengewässer. Ihr entscheidendes und gemeinsames Merkmal ist das Vorhandensein einer landseitigen Berandung, der Küstenlinie. Die seeseitige Abgrenzung des Küstengewässers zum Meer oder Ozean ist nicht so eindeutig, da die Übergänge fließend sind. Aber auch hier kann das Vorhandensein der Küste als Abgrenzungsmerkmal des Küstengewässers gelten: Das Küstengewässer geht dort in die offene See über, wo das Vorhandensein der terrestrischen Berandung keinen wesentlichen Einfluss auf das Strömungsgeschehen hat. Durch die Nähe des Landes können Küstengewässer im Gegensatz zu Meeren und Ozeanen nicht allzu tief sein.

An der Nordsee ist die Küstenlinie nicht immer mit Wasser benetzt, vor ihr liegen großflächige Wattgebiete, die während jeder Tide periodisch trockenfallen bzw. mit Seewasser überspült werden. Form und Ausdehnung des reinen Gewässerkörpers können daher erheblich schwanken. An der Ostseeküste sind dagegen tideabhängige Wasserstandsschwankungen nicht zu verzeichnen.

Die EU-Wasserrahmenrichtlinie bezeichnet die Küstengewässer als **Übergangsgewässer**. Dieser Begriff suggeriert, dass auch die Prozesse und Phänomene in Küstengewässern irgendwie entweder schon im Fluss oder im Meer in Reinform auftreten. Denken wir aber nur an die Brandungszone mit den vielfältigen Formen des Wellenbrechens, so sieht man, dass das Küstengewässer ein eigenständiger Naturraum ist, der als solcher auch bezeichnet werden sollte.

Strömungen in Küstengewässern

In Küstengewässern muss man sich mit drei Arten von Strömungen beschäftigen. Im Bereich von Flussmündungen dringt Flusswasser in das Küstengewässer ein. **Flussströmungen** sind quasi-stationär, d. h. ihre mittlere Strömungsgeschwindigkeit ändert sich nur sehr langsam in Abhängigkeit von den kontinentalen hydrologischen Bedingungen. Die mittlere Strömung wird aber immer von turbulenten Fluktuationen überlagert. Da das Flusswasser nach einigen Transformationen dem Niederschlag entstammt, ist es im Gegensatz zum Meerwasser nicht salzhaltig.

Die beiden anderen Strömungsarten sind periodisch: **Tide- oder Gezeitenströmungen** entstehen durch die Gravitationswirkung von Sonne und Mond auf die Ozeane. An vielen Orten an der Küste erklären Schautafeln wie die in Abbildung 2 die Entstehung von Ebbe und Flut folgender-

maßen: Danach gibt es auf der Erde zwei Flutberge, deren einer durch die Anziehungskraft des Mondes und deren anderer durch die Zentrifugalwirkung der Rotation von Erde und Mond um einen gemeinsamen Schwerpunkt entstehen. Durch die tägliche Rotation der Erde um ihre Achse entstehen an jedem Punkt auf der Erdoberfläche zweimal am Tag Ebbe und Flut.

Nehmen wie einmal an, die Erde drehe sich tatsächlich unter zwei Flutbergen. Sie sei zudem – bis auf eine kleine Insel am Äquator – vollständig mit Wasser bedeckt. Auf dieser kleinen Insel leben wir. Könnten wir in dem uns umgebenden Ozean schwimmen gehen? Sicherlich nicht. Wenn die Erde unter diesen beiden Flutbergen rotiert, die ja zum Mond bzw. in die ihm entgegengesetzte Richtung ausgerichtet sind, dann haben diese Flutberge von unserer Insel aus beobachtet eine sehr hohe Bewegungs-, d. h. Strömungsgeschwindigkeit. Jeder Flutberg rauscht von einem festen Punkt der Erdoberfläche aus gesehen genau einmal am Tag um die Erde. Seine Bewegungsgeschwindigkeit u ist also $u = U_E/24h$, wobei $U_E \simeq 40000$ km der Erdumfang ist. Das Wasser des Flutberges strömt unsere kleine Insel also etwa mit 1600 km/h an. Baden ist also extrem gefährlich, ja sogar die Insel selbst ist in ihrem Bestand gefährdet.

Wir werden die tatsächliche Ursache von Ebbe und Flut und das Verhalten der Gezeitenwellen in den Kapiteln 1 bis 4 kennen lernen. Es sind viel mehr als zwei Flutberge, die sich gemächlich durch die Ozeane bewegen.

Als zweite periodische Bewegungsart werden **Wellen und Seegang** in den Kapiteln 5 bis 8 behandelt. Hierdurch sind die Strömungen der Küstengewässer und Ozeane direkt mit denen der Atmosphäre gekoppelt.

Schließlich können in Küstengewässern noch zwei Arten von Extremereignissen in jährlichem Rhythmus auftreten. Extreme Niederschlagsereignisse sowie das Abtauen des Schnees im Frühjahr führen zu **Hochwasserwellen** in den Flüssen, die große Feststoffmengen in die Küstengewässer transportieren. Von der Meeresseite sind **Sturmfluten** mit gravierenden Gefahren für Menschen und Kulturgüter verbunden und verursachen oftmals erhebliche morphologische Veränderungen.

Die drei Strömungsarten wirken an den verschiedenen Küsten der Erde in unterschiedlicher Stärke. So sind die hydrodynamischen Verhältnisse an der deutschen Ostseeküste durch die Seegangsverhältnisse und den Windstau dominiert, da keine wesentlichen Zuflüsse vorhanden sind und die Tide nicht nennenswert in die Ostsee eindringt. An der deutschen Nordseeküste wirken alle drei Strömungsarten, wobei die Gezeiten vielerorts dominierend sind.

Die Hydromechanik der Küstengewässer

Um diese verschiedenen Strömungen der Küstengewässer zu verstehen und auch beherrschbar zu machen, werden wir uns der Hydromechanik bedienen, die die großen Erfolgskonzepte der Mechanik auf inkompressible Fluide anwendet, zu denen auch das Meerwasser oder die Luft der Atmosphäre gehören.

Das erste und grundlegende dieser Erfolgskonzepte ist das der Kraft. **Kräfte** bewirken Beschleunigungen, d. h. Geschwindigkeitsänderungen, wodurch alle Bewegungen in den Küstengewässern angeregt werden. In Kapitel 1 beginnen wir daher mit den großskaligen, auf unserem Erdkörper wirkenden geophysikalischen Kräften und versuchen, ihre zeitlichen und räumlichen Variationen zu beschreiben.

Im darauf folgenden Kapitel werden wir für den **Wasserstand** als grundlegender Größe der Hydromechanik der Oberflächengewässer Methoden erarbeiten, um ihn in Küstengewässern aus der Kenntnis der Variationen der geophysikalischen Kräfte zu prognostizieren.

In Kapitel 3 wenden wir uns dann der kinematischen Grundgröße Geschwindigkeit zu, die in der Hydromechanik die **Strömungsgeschwindigkeit** ist. Hier werden wir das zweite Newtonsche Gesetz bzw. die Impulserhaltung dazu verwenden, eine Bewegungsgleichung für die Beschleunigung abzuleiten, deren Integration die Strömungsgeschwindigkeit berechenbar macht. Im anschließenden Kapitel wird das Erarbeitete dann auf die Ästuarie als eine wichtige Küstengewässerkategorie angewendet.

Das Kapitel 5 kann man, die mechanischen Grundkonzepte als Leitfaden nehmend, also dem **Druck** gewidmet denken. Der Druck ist eine Größe, die die makroskopische Welt mit der mikroskopischen verbindet, die Mechanik mit der Thermodynamik. Wir werden diesen Gedanken nicht direkt aufgreifen, wohl aber den Druck in unsere Bewegungsgleichungen einführen und damit die Gesetzmäßigkeiten reibungsfreier Wellen erforschen und im folgenden Kapitel anwenden, um Veränderungen der Welleneigenschaften an einem Strand zu verstehen.

Das Kapitel 7 ist zwar den atmosphärischen Einflüssen auf die Küstengewässer gewidmet, führt aber auch ein schon komplexeres Erfolgskonzept der Mechanik ein, das der **Spannungen**. Sie beschreiben Flächenkräfte, die überall und in jedem Kontinuum wirken, ja selbst auf beliebig gedachten Schnittflächen. Angewendet wird das Konzept der Spannungen zur Bestimmung des vertikalen Geschwindigkeitsprofils unter Gezeitenströmungen, der Sohlschubspannungen unter Wellen sowie der welleninduzierten Strömungen.

In Kapitel 9 werden wir die **Erhaltungssätze** von Masse und Impuls für jeden einzelnen Punkt im Gewässer aufstellen. Diese konzeptionelle Vorgehensweise sagt also etwas über die infinitesimalen Gleichgewichte, man bezeichnet die so entstehenden Erhaltungssätze auch als differentiell formuliert. Angewendet werden diese in **dreidimensionalen Simulationsmodellen**, mit denen man turbulente Strömungen simuliert.

In vielen Fällen ist es hinreichend, das Küstengewässer als eine Fläche zu begreifen, so wie es auf einer Karte dargestellt wird. Für jeden Punkt dieser Gewässerfläche werden dann wieder die Erhaltungsgleichungen differentiell formuliert. Ein solches konzeptionelles Modell kann keine Aussagen über die vertikalen Strukturen im Gewässer machen. Man bezeichnet diese in Kapitel 3 vorgestellten Modelle als **zweidimensional-tiefengemittelte Modelle**.

Ferner gibt es noch die Modelle, die sich ein Gewässer als Linie vorstellen, wie etwa Flüsse auf einer Landkarte dargestellt werden. Die Strömungseigenschaften werden nur noch als Mittelwerte über den gesamten Querschnitt erfasst. Diese Modelle bezeichnet man daher als **eindimensional-querschnittsgemittelt**. Sie lassen sich nicht auf die flächenhaften Küstengewässer anwenden, wohl aber auf flussähnliche Ästuarie und werden daher in diesem Zusammenhang in Kapitel 4 dargestellt.

Es soll nicht unerwähnt bleiben, dass die vorgestellte bunte Palette von hydromechanischen konzeptionellen Modellen und mechanischen Begriffen dem an der Küste tätigen Wissenschaftler und Ingenieur einen bunten Blumenstrauß an Möglichkeiten bietet, ein Problem adäquat und kreativ zu lösen.

Die Mathematik der Küstengewässer

Die Mathematik bietet als exakte Sprache durch ihr hierarchisches System von Axiomen, Definitionen und Regeln die Möglichkeit, komplexe Zusammenhänge nahezu beliebig kurz und prägnant zu beschreiben. Hierdurch bekommt die Mathematik ihre enorme Bedeutung in Naturwissenschaft und Technik, aber zunehmend auch in allen gesellschaftswissenschaftlichen Bereichen.

Die beliebig große Speicherfähigkeit von Symbolen macht aber auch die Schwierigkeit des Umgangs mit Mathematik aus, schließlich muss man immer noch in der Lage sein, diese formale Sprache zu entschlüsseln und sich etwas unter ihren Symbolen vorstellen zu können.

Die Gesetze der Hydromechanik der Küstengewässer werden durch partielle Differentialgleichungen beschrieben; Objekte aus dem Fundus der mathematischen Sprache, mit denen man sich erfahrungsgemäß nur sehr langsam anfreunden kann. Warum man solche komplexen Gebilde braucht, sei an einem Gang durch den Zoo der mathematischen Objekte demonstriert:

Ganz unten stehen dort die Zahlen. Egal ob es sich dabei um natürliche, ganze, reelle oder komplexe Zahlen handelt – mit einer einzelnen Zahl (auch als physikalische Größe mit einer Einheit ausgestattet) kann man recht wenig anfangen.

Interessanter werden da schon Funktionen, z. B. von der Zeit: Als Zeitreihen können sie den Wasserstand oder die Strömungsgeschwindigkeit an einem Messort beschreiben. Was hinter ihnen für Gesetzmäßigkeiten stecken, kann man z. B. durch die Methoden der Zeitreihenanalyse aufdecken. Da Küstengewässer sich aber über einen bestimmten Raum erstrecken, sind die zu betrachtenden Funktionen von den Raumkoordinaten und der Zeit abhängig. So werden physikalische Größen wie der Druck oder die Temperatur über einen Bereich eines Küstengewässers also durch Funktionen mehrerer Variablen beschrieben. Noch komplizierter wird es, wenn wir auch die Strömungsgeschwindigkeit mathematisch beschreiben wollen, sie hat als Vektor drei Komponenten. Ihre räumlichen und zeitlichen Variationen werden durch eine vektorwertige Funktion mehrerer Variablen beschrieben.

Stellen wir uns nun einmal vor, dass wir die vektorwertige Funktion der Strömungsgeschwindigkeit an jedem Ort und zu jeder Zeit in der Nordsee kennen. Diese sehr komplizierte Funktion würde natürlich nicht die Strömungsgeschwindigkeit in der Karibik beschreiben, da sie ja für die Nordsee gilt. Wir sind also an den allgemeinen Gesetzmäßigkeiten hinter der Geschwindigkeitsfunktion der Nordsee interessiert und das aus zweierlei Gründen: Zum einen wollen wir mit diesen allgemeinen Gesetzmäßigkeiten Lösungen auch für andere Küstengewässer gewinnen und zum anderen gibt es nicht einmal für die Nordsee eine solche Geschwindigkeitsfunktion.

Funktionen sind wiederum Lösungen von Differentialgleichungen, also werden die physikalischen Gesetze der Hydromechanik durch Differentialgleichungen mathematisch beschrieben. Vektorwertige Funktionen, d. h. eigentlich nur mehrere Funktionen, sind Lösungen von Differentialgleichungssystemen. Sind die Funktionen noch von mehreren Variablen abhängig, dann landen wir bei partiellen Differentialgleichungssystemen.

Durch eines passives Lesen wird man ihren Inhalt und ihre Funktionsweise nicht durchdringen, hier hilft nur beständiges Üben. Dabei seien in zunehmendem Schwierigkeitsgrad die folgenden Schritte empfohlen:

1. Vorgebene Lösungen in die Differentialgleichung einsetzen und bestätigen.
2. Verhalten von Lösungen studieren.
3. Vereinfachungen und Spezialfälle analysieren.
4. Herleiten der Differentialgleichung.
5. Eigene analytische bzw. numerische Lösungen konstruieren.

Der Aufwand lohnt sich, da Differentialgleichungen auch in anderen Disziplinen der Ingenieur- und Naturwissenschaften benötigt werden.

Neben dem Umgang mit harten Differentialgleichungen sollte man aber auch gute Abschätzungen mit Stift und Papier gewinnen können. Im Zeitalter der numerischen Simulation komplexer Natursysteme könnte man dazu verleitet werden, nur noch die physikalischen Grundgesetze und entsprechende numerische Lösungsverfahren zu lehren. Dies kann und darf nicht das alleinige Bildungsziel der Natur- und Ingenieurwissenschaften sein. Vielmehr muss man immer noch in der Lage sein, gute Abschätzungen mit Stift und Papier zu gewinnen, um sich die Kritikfähigkeit nicht nur gegenüber fehlerhaften Computersimulationen zu bewahren. Ferner fördert der spielerische schnelle Umgang mit Stift und Papier die Kreativität.

Aufgaben des Küsteningenieurwesens

Im Unterschied zu den nach Erkenntnissen strebenden Naturwissenschaften versuchen die Ingenieurwissenschaften, diese für die Zwecke des Menschen zu nutzen. Die Gestaltung der Küste zum Nutzen und zum Schutz des Menschen ist dabei die Aufgabe des Küsteningenieurwesens. Hierbei sind Kenntnisse in der Hydromechanik der Küstengewässer grundlegend, was an den folgenden Aufgabenstellungen verdeutlicht werden soll:

Seeschifffahrt und Verkehrswasserbau

Ein Schiff mit einem gewissen Tiefgang benötigt immer eine Handvoll Wasser unter dem Kiel. Für die Seeschifffahrt müssen bei der Revierfahrt in den flachen Küstenzonen die Wasserstände und auch die Strömungsgeschwindigkeiten vorhergesagt werden. Die Wasser- und Schifffahrtsbehörden sprechen hier von der Sicherheit und Leichtigkeit des Schiffsverkehrs.

Im Zuge der zunehmenden Globalisierung werden weltweit die Häfen ausgebaut, um den zunehmenden Tonnagen im Schiffsverkehr Herr zu werden. Eine hydromechanische Grundfunktion von Häfen ist der Schutz vor Seegang, um die Unruhe von Schiffen beim Entladen zu verringern. Bei der Anlage eines Hafenbeckens sind daher die Wellenverhältnisse abzuschätzen. Desweiteren gilt es, den Feststoffeintrag in Hafenbecken zu reduzieren, um die Unterhaltungskosten durch Baggerungen zu minimieren.

Fallbeispiel: Die Verlagerung der Medemrinne

Wie komplex die Aufgaben bei der Unterhaltung der Seewasserstraßen sein können, soll das Beispiel der Medemrinne im Mündungsgebiet der Elbe demonstrieren.

Die Medemrinne ist eine natürlich entstandene Abzweigung des Fahrwassers vor Cuxhaven (siehe Abbildung 3). An ihrem nördlichen Rand kann eine starke Erosion beobachtet werden,

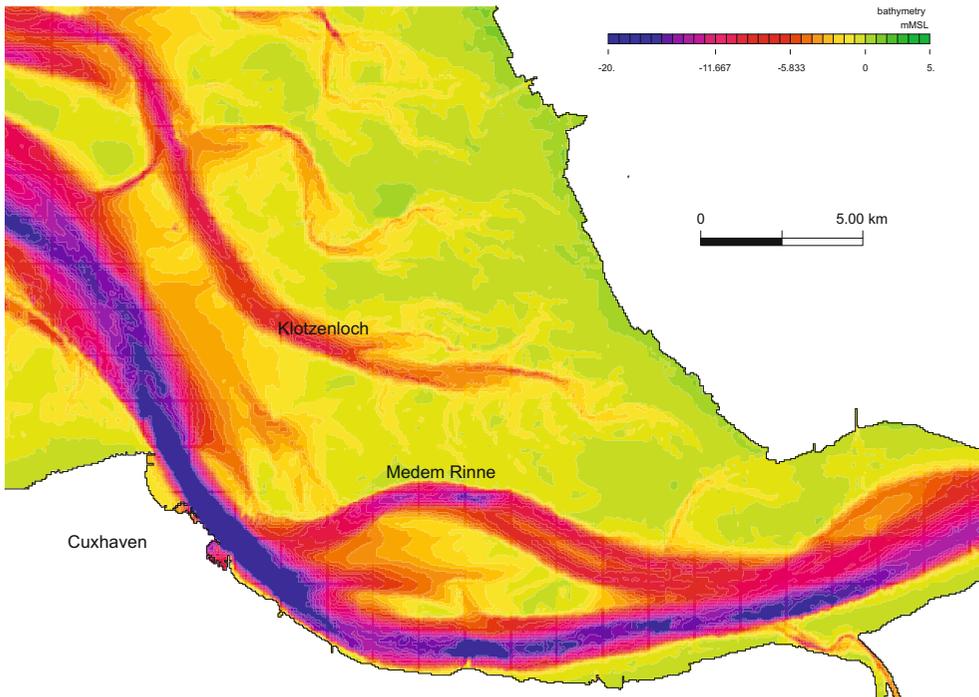


Abbildung 3: Die Topographie im Mündungsgebiet der Elbe (Quelle: BAW).

wobei das dabei erodierte Material in den südlichen Bereichen der Medemrinne deponiert wird (Abbildung 4). So kommt es zu einer Verlagerung der Rinne nach Norden, wobei es im schlimmsten Fall zu einer Vereinigung mit dem darübergelegenen Klotzenloch kommen könnte.

In diesem Fall würde eine durchgängige Tiderinne von seewärts kommend über das Klotzenloch durch die Medemrinne in die Elbe geformt, womit eine Verödung des an Cuxhaven vorbeigeführten Fahrwassers nicht auszuschließen wäre.

Um dieses Risiko und die Wirksamkeit von strombaulichen Gegenmaßnahmen zu untersuchen, muss man also die Sedimenttransporte berechnen und die Morphodynamik simulieren können. Dazu muss man von der hydromechanischen Seite insbesondere die Belastung der Sohle durch die Sohlschubspannung berechnen können.

Ressourcennutzung und Energiegewinnung

Für die konstruktive Gestaltung von Offshore-Anlagen zur Förderung fossiler Energieträger oder zur regenerativen Energiegewinnung müssen die äußeren Belastungen durch die Strömungskräfte von Tideströmungen und Seegang bekannt sein.

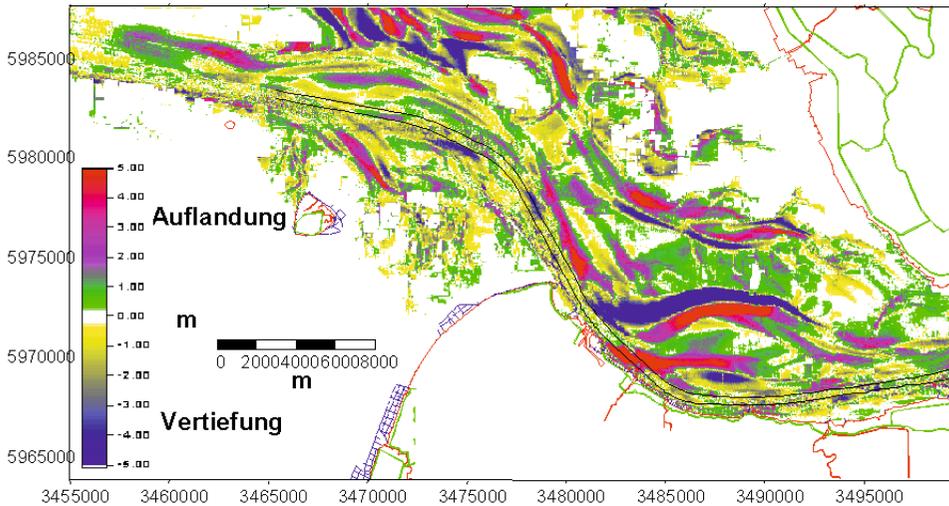


Abbildung 4: Morphologische Veränderungen des Mündungsgebietes der Elbe zwischen den Jahren 1992 und 1997 (Quelle: BAW).

Eine nahezu unerschöpfliche Ressource wird in Zukunft auch das Meerwasser selbst sein. Bei einer wachsenden Weltbevölkerung und einem steigendem Bedarf an Trinkwasser werden in ariden Zonen Meerwasserentsalzungsanlagen eine größere Rolle bei der Trinkwasserversorgung spielen. Hier steht man vor der Aufgabe, die Rückleitung des stark aufgesalzten Restwassers so zu gestalten, dass dieses sich schnellstmöglichst wieder verdünnt und nicht etwa zur Entnahmestelle transportiert wird.

Küstenschutz

Beim Küstenschutz durch Deichbau besteht die grundlegende Aufgabe darin, zunächst einmal die erforderliche Deichhöhe zu bestimmen. Diese setzt sich aus dem Tidehochwasserniveau, dem die Sturmflut erzeugenden Windstau und dem Seegang zusammen. Hier werden also Kenntnisse aus allen Bereichen der Küstenhydromechanik benötigt.

Ökologie und Umweltschutz

Hydromechanische Fragestellungen der Ökologie und des Umweltschutzes betreffen zumeist die Ausbreitung und den Transport von bestimmten Schad- oder Nährstoffen. Als Beispiele seien die Veränderung des Salzgehalts infolge Ausbaumaßnahmen der Schifffahrtswege und die damit verbundenen Veränderungen der Lebensräume von Halophyten oder halophoben Pflanzen genannt. Bei der Einleitung von Abwärme aus Kraftwerken in die Küstengewässer dürfen gewisse Grenz-

werte nicht überschritten werden. Im schlimmsten Fall können alternierende Tideströmungen das warme Wasser wieder an die Einleitungsstelle zurückbringen. Ferner will man oftmals die Ausbreitungswege von Schadstoffeinträgen durch die Industrie und die Landwirtschaft oder durch die Erdöl- und Erdgasförderung in Offshore-Anlagen bestimmen. Dies ist nur dann möglich, wenn die Strömungsverhältnisse in den Küstengewässern bekannt sind.

Tourismus

In touristisch genutzten Küstenregionen ist man oftmals auf die Unterhaltung von Sandstränden angewiesen. Eine fundierte Planung der Landschaftspflege und der u. U. erforderlichen Aufspülungen setzt detaillierte Kenntnisse der Prozesse in der Brandungszone voraus.

Das wohl beeindruckendste Projekt ist der Bau von drei künstlichen Inselgruppen in der Form von Palmen und einer Inselgruppe in Weltkartenform mit einer Luxuswelt für Superreiche im Emirat Dubai, welches hierdurch seine Küste von 64 auf über 180 km verlängert. Um die Stabilität der neu entstehenden Strände zu beurteilen, kann man also nicht von den alten Strömungs- und Seegangsverhältnissen ausgehen, da diese durch die Umgestaltung der Küste vollständig verändert werden.

Militärische Anwendungen

Hinreichende Kenntnisse der Küstenhydrodynamik sind auch bei der Planung und Durchführung von Landeunternehmen mit amphibischen Einheiten erforderlich. So muss die Beurteilung der Eignung eines Strandabschnitts zunächst erst einmal die morphologischen Gegebenheiten berücksichtigen:

- Der Gradient des Ufers: Die Landungsboote der Marine besitzen je nach Fahrzeugtyp einen Tiefgang von bis zu 2.30 m. Das Uferprofil muss so beschaffen sein, dass die Landungsboote nahe genug an das Land heranfahren können, damit die vorhandene Wassertiefe die maximale Wattiefe der landenden Fahrzeuge nicht überschreitet. Vorgelagerte Sandbänke schließen die Eignung eines Küstenstreifens aus.
- Bodenbeschaffenheit: Die Landungsboote sind sehr anfällig gegen einzelne Steinbrocken, die den Schiffsboden beschädigen. Um einen weitgehend materialschonenden Einsatz zu gewährleisten, sind Strände mit großen Steinen und Felsbrocken wenig geeignet. Im Verteidigungsfall ist dieses Kriterium natürlich nur bedingt aussagefähig.

Beim Landezeitpunkt kann es witterungsbedingte Einsatzbeschränkungen durch Seegang geben: Die Landungsboote sind nur bis zu einer gewissen Maximalhöhe gegen Seegangswellen geschützt. Ferner wird die Manövrierfähigkeit bei hohen Windgeschwindigkeiten und Seegang eingeschränkt.

Nicht selten widersprechen sich die Zielsetzungen der hier angesprochenen unterschiedlichen gesellschaftlichen Interessengruppen. Im Rahmen des integrierten Küstenzonenmanagements soll es hier zu einer Berücksichtigung aller Interessen bzw. einem Ausgleich kommen.

Alle damit verbundenen Tätigkeiten finden an der Küste in einem der dynamischsten geomorphologischen Systeme statt. Jede Bautätigkeit in Küstengewässern ist damit nicht als Umformung eines statischen Systems in ein anderes, sondern als Absetzen eines Ereignisses in einem

offenen Raum zu verstehen. Küsteningenieure verändern diese Systeme auch mittel- und langfristig. Diese Tatsache soll sie allerdings nicht zur Tatenlosigkeit erziehen, sie soll lediglich in die Planungen mit einbezogen werden. Damit ist letztlich auch ein Bildungsziel verbunden: die verantwortliche Ingenieurpraxis in einer dynamischen Umwelt.

Der Bildungsauftrag hinter der Hydromechanik der Küstengewässer

Die Herausgabe eines neuen Buches ist immer mit der kritischen Frage „Gibt es das nicht schon“ verbunden. Tatsächlich gibt es sowohl zur Hydromechanik der Küstengewässer als auch zum Küsteningenieurwesen schon eine Unmenge von zumeist englischsprachigen Werken.

Jede wissenschaftliche Disziplin muss aber auch auf die Veränderungen in ihrer Umgebung reagieren, wodurch gewisse Lehrinhalte plötzlich unwichtig werden und andere an Bedeutung gewinnen. Die vielleicht wichtigste immer noch stattfindende gesellschaftliche Veränderung ist die Demokratisierung von Computerleistung und dazugehöriger Software.

So haben sich z. B. Officeanwendungen heute zu Kulturtechniken gemausert, die fast überall zugänglich sind. Tabellenkalkulationsprogramme wie Microsoft Excel bieten so die Möglichkeit, Parameter in (fast) jeder analytischen Lösung zu variieren, wodurch das Problemverständnis erheblich verbessert wird. Ebenfalls lassen sich gewöhnliche Differentialgleichungen sehr einfach mit einem Eulerverfahren mit Hilfe von Tabellenkalkulationsprogrammen lösen, zumindest sollte man den Versuch nicht scheuen. Bei partiellen Differentialgleichungen bietet es sich an, eine Raumrichtung zu studieren und in den anderen homogene Verhältnisse anzunehmen. Und last but not least liefern Tabellenkalkulationsprogramme so gute Graphiken, dass man hiermit schon schöne Ergebnisdarstellungen erhält.

Die Abbildungen 2.5 – 2.8, 3.6, 3.8, 3.9, 3.12, 4.3, 4.9, 4.12 – 4.14, 5.4, 5.6, 5.7, 5.10, 6.1 – 6.4, 6.6, 7.1, 7.4, 7.7, 7.12, 7.13, 8.2, 8.7, 8.8, 8.11, 8.15, 9.6, 9.8, 10.3, 10.4, 10.8, 10.9, 10.11 – 10.13, 11.3 und 11.7 sollen als Übungen verstanden werden und dazu ermutigen, sie selbst in einem Tabellenkalkulationsprogramm zu reproduzieren. Sie zeigen zudem, wieviel Küstenhydromechanik mit dem einfachen Personal Computer heute machbar ist.

Die Möglichkeiten von mathematischen Softwaresystemen auf symbolischer (z. B. Mathematica, Derive) oder numerischer Basis (z. B. MATLAB[®]) gehen darüber weit hinaus. Numerische Lösungsverfahren für gewöhnliche und Grundtypen von partiellen Differentialgleichungen sind vorimplementiert. Damit kann der Anwender ohne tiefgreifende numerische Kenntnisse für viele technische und naturwissenschaftliche Problemstellungen Lösungen auf dem PC generieren.

Wesentlich spezieller auf die Fachaufgabe zugeschnitten sind dann die Hydrodynamisch-Numerischen (HN) Simulationsmodelle (z. B. das Telemac-System [23]). Sie benötigen große Mengen an Eingangsdaten und produzieren noch größere Mengen an Ergebnissen.

Abgerundet wird die Palette an Software durch die Anwendung von Geographischen Informationssystemen (GIS) bei der Aufbereitung, Analyse und Darstellung von flächenhaften Naturdaten.

Vieles von dem Genannten war früher nur auf Supercomputern lauffähig oder konnte nur von Experten bedient werden. Die Rechenleistung eines modernen Laptops übersteigt die eines Su-

percomputers der neunziger Jahre des vergangenen Jahrhunderts mittlerweile bei weitem. Die notwendigen Kenntnisse aus der Hydromechanik der Küstengewässer zur Anwendung auf allgemein verfügbaren Computern will dieses Buch vermitteln.

1 Gravitation, Coriolis- und Gezeitenkräfte

Nach dem Sternenhimmel berichtet wohl kaum ein anderes Naturphänomen wie das mächtige Kommen und Gehen des Wassers an den Küsten so augenfällig darüber, dass die Eigenrotation der Erde unter dem Einfluss von Sonne und Mond steht. Wir wollen dieses Kapitel diesem geophysikalischen Kräftesystem widmen, welches das Strömungsgeschehen in den Küstengewässern antreibt.

Zunächst müssen wir uns mit der betragsmäßig wichtigsten Kraft, der Gravitationskraft der Erde beschäftigen, die die Ursache für den Lauf der Flüsse von höher gelegenen Bereichen des Festlandes in die Meere ist.

Die Corioliskraft ist eine Scheinkraft und eine interessante Folge eines physikalisch nicht perfekt, aber aus pragmatischen Gründen sinnvoll gewählten Bezugssystems. Entdeckt wurde sie von Euler, und Laplace berücksichtigte sie darauf in seinen Tidetheorien. Mit ihrer Benennung schmückt sich nun aber ein relativ unbedeutender Mathematiker (Gaspard Coriolis, 1792–1843), der 1835 eben auch einen Aufsatz zu diesem Thema veröffentlichte. Den zwei Giganten Euler und Laplace wird dadurch aber nur ein Bruchteil von ihrem Ruhm genommen; schließlich werden wir schon genügend durch das Viele verwirrt, was nach ihnen benannt ist.

Die von Newton entschlüsselten gezeitenerzeugenden Kräfte sind ebenfalls in das Reich der Gravitationskräfte einzuordnen. Sie sind aber betragsmäßig so gering, dass sie in Fließgewässern vernachlässigt werden können. Auch an der Küste haben diese Kräfte selbst keinen erheblichen Einfluss, wir treffen hier jedoch auf Strömungen, die aus den Ozeanen kommend sich im Takt der Gezeitenkräfte bewegen.

1.1 Die Gravitationskraft

Die Legende besagt, dass sich das Gravitationsgesetz Isaac Newton beim Beobachten eines fallenden Apfels eingab. Dass die Dinge zur Erde hin fallen, war ja schon seit menschengedenk bekannt. Wirklich neu ist nun der Gedanke, dass auch der kleine Apfel die Erde anzieht. Das Gravitationsgesetz beinhaltet also eine qualitative Gleichberechtigung der Massen; sie ziehen sich alle gegenseitig an. Quantitativ wird die Anziehungskraft zwischen zwei Punktmassen m_1 und m_2 durch das Newtonsche Gravitationsgesetz

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

mit der universellen Gravitationskonstante

$$\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{ kg}^2$$

beschrieben. Die Anziehungskraft wird durch drei verschiedene physikalische Entitäten bestimmt, die jede für sich etwas über die Philosophie der Natur erzählen:

- Die Anziehungskraft wird qualitativ gleichberechtigt durch die beteiligten **Massen** m_1 und m_2 bestimmt. Diese Gleichberechtigung ist allerdings nur qualitativ: Die Kombination von Newtonschen Bewegungs- und Gravitationsgesetz bestätigt, dass der kleine Apfel den wesentlichen Teil des Weges zur Erde zurücklegt, während sich die träge Erde kaum von der Stelle bewegt. Politisch gesehen manifestiert das Gravitationsgesetz eine Plutokratie: Der, der viel hat, herrscht über den, der etwas weniger hat.
- Die zweite Entität ist der **Abstand** r zwischen den Massen. Die Art und Weise, wie er in das Gravitationsgesetz eingeht, gibt einen Hinweis darauf, wie sich zwei Massen mitteilen, dass sie vorhanden sind und ihre gegenseitige Bewegungen nun nach den zwischen ihnen wirkenden Gravitationskräften ausrichten: Der reziprok-quadratisch eingehende Abstand weist nämlich auf ein Abstrahlungsgesetz hin. So nimmt die Intensität der von einer Punktquelle ausgehenden Lichtstrahlung, aber auch der Teilchenstrahlung oder der akustischen Lautstärke, mit dem Abstand quadratisch ab, weil die die Quelle umhüllende Kugeloberfläche πr^2 mit dem Abstand quadratisch wächst. Immer weniger Intensität verteilt sich also auf immer mehr Fläche.
Sind es also Elementarteilchen, sogenannte Gravitonen, die die Massen abstrahlen, um mit den anderen Körpern über die zwischen ihnen wirkenden Gravitationskräfte zu kommunizieren? Es gibt einige Beobachtungen, die der Gravitonenhypothese widersprechen. So ist die Übertragung von Elementarteilchen mit einer gewissen Dauer verbunden, auch wenn diese sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegen. Dies führt zu einem gewissen Zeitversatz in der Kommunikation der Gravitationskraft, der in der Astronomie nicht bestätigt werden kann.
Mit seiner allgemeinen Relativitätstheorie konnte Albert Einstein zeigen, dass es eine besondere Geometrie des Raumes gibt, die die Gravitationskraft zwischen den Massen kommuniziert. In ihr krümmt jede Masse den Raum so, dass sich die anderen Massen in ihm entsprechend dem Gravitationsgesetz bewegen.
- Die **universelle Gravitationskonstante** γ ist eine von etwa zwanzig Naturkonstanten, die nicht weiter ableitbar sind. Zu ihnen gehören die Masse des Elektrons oder die Feinstrukturkonstante. Das Besondere dieses Satzes von Naturkonstanten ist die Einstellung ihrer Werte: Nur diese Kombination ermöglicht eine Welt, so wie wir sie kennen. Hätte auch nur eine dieser Naturkonstanten einen anderen Wert, so würden sich vielleicht keine stabilen Atome oder Sterne bilden, der Kosmos hätte eine vollkommen andere Struktur, die Welt wäre nicht so, wie sie ist. Die Fragen, warum diese Naturkonstanten so sinnvoll aufeinander eingestellt sind, ob man hier überhaupt von sinnvoll sprechen kann und ob es Parallelwelten mit anderen Einstellungen gibt, gehören in das Reich der Kosmologie und Naturphilosophie.

Versuchen wir nun, nach diesen ausschweifenden Reflexionen zum eigentlichen Thema zurückzukehren.

Vektorielle Darstellung des Gravitationsgesetzes

In seiner bisherigen Form drückt das Gravitationsgesetz noch nicht den Sachverhalt aus, dass die Kraft ein Vektor mit Betrag und Richtung ist. Es lautet in vektorieller Form:

$$\vec{F} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r}.$$

Die Vektorschreibweise enthält im Nenner nun ein Potenzgesetz dritter Ordnung, welches mit dem darauf folgenden Abstandsvektor \vec{r} wieder zum quadratischen Abstandsgesetz wird.

Weist der Ortsvektor \vec{r} vom Körper der Masse m_1 zu dem der Masse m_2 , dann ist \vec{F} die Anziehungskraft der Masse m_1 auf die Masse m_2 .

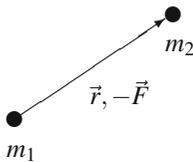


Abbildung 1.1: Ortsvektor \vec{r} und Anziehungskraft \vec{F} zwischen zwei Massen m_1 und m_2 .

Die Gravitationsbeschleunigung

Das von einem Körper der Masse m_1 induzierte Gravitationsfeld \vec{g} lässt sich durch seine Kraftwirkung auf einen Testkörper der Masse m_2 ausmessen. Man definiert also das vom Testkörper unabhängige Gravitationsfeld \vec{g} als:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m_2} = -\gamma \frac{m_1}{r^3} \vec{r},$$

wobei \vec{r} nun vom Ort der Masse m_1 auf einen beliebigen Testort weist. Spezifizieren wir dies für einen Körper, der sich auf der Erdoberfläche befindet. Es lässt sich zeigen, dass eine Kugel mit homogener Massenverteilung außen so wirkt, als wäre die gesamte Masse $M_E = 5.977 \cdot 10^{24}$ kg, in ihrem Mittelpunkt vereinigt. Damit wird der Abstand des Massenschwerpunkts zu einem Körper auf der Erdoberfläche gleich dem mittleren Erdradius $R_E = 6371.04$ km. Die Gravitationsbeschleunigung ist dann

$$g = \gamma \frac{M_E}{R_E^2},$$

sie bekommt den rechnerischen Wert $g = 9.82 \text{ m/s}^2$.

Tatsächlich ist aber der Erdradius nicht konstant, sondern nimmt von den Polen zum Äquator hin zu. Ferner treten im Untergrund der Erde große Dichteunregelmäßigkeiten auf, wodurch man von Ort zu Ort sehr unterschiedliche Gravitationsbeschleunigungen erhält, die man als Schwereanomalien bezeichnet. So kann etwa ein Tiefseeberg eine lokale Erhöhung der Gravitationskonstante zur Folge haben, so dass sich über ihm der Meeresspiegel bis zu fünf Metern über den

mittleren Meeresspiegel anhäuft. In ähnlicher Weise macht sich die Abnahme der Gravitationskonstante über einer Tiefseerinne als Einsenkung des Meeresspiegels um bis zu 60 m bemerkbar [64]. In seinem Roman „Der Schwarm“ beschreibt F. Schätzing [68] das Phänomen:

„In den achziger Jahren hatte die amerikanische Marine mit der Untersuchung eines erstaunlichen Phänomens begonnen. Geosat, ein Radarsatellit, war in eine polnahe Umlaufbahn geschossen worden. Den Meeresboden sollte und konnte er nicht kartieren. Radar durchdrang kein Wasser. Die Aufgabe von Geosat bestand vielmehr darin, die Meeresoberfläche als Ganzes zu vermessen, und zwar auf wenige Zentimeter genau. Eine Abtastung großer Flächen, so hoffte man, würde aufzeigen, ob der Meeresspiegel – abgesehen von Ebbe- und Flutschwankungen – überall gleich hoch lag oder nicht.

Was Geosat enthüllte, übertraf alle Erwartungen.

Man hatte gehant, dass die Ozeane selbst im Zustand absoluter Ruhe nicht völlig glatt seien. Jetzt aber offenbarte sich eine Struktur, die der Erde das Aussehen einer riesigen knolligen Kartoffel verlieh. Sie waren voller Dellen und Buckel, Aufragungen und Einmuldungen. Hatte man lange Zeit angenommen, dass die Wassermassen der Weltmeere gleichmäßig über den Erdball verteilt seien, vermittelte die Kartierung ein ganz anderes Bild. Südlich von Indien etwa lag der Meeresspiegel rund 170 Meter tiefer als vor Island. Nördlich von Australien wölbte sich das Meer zu einem Berg, der 85 Meter über dem Durchschnitt lag. Die Meere waren regelrechte Gebirgslandschaften, deren Ausprägungen der Topographie zu folgen schienen. Große unterseeische Gebirgszüge und Tiefseeegräben pausten sich mit einigen Metern Höhenunterschied auf der Wasseroberfläche durch.

Schuld waren die Unregelmäßigkeiten in der Gravitation. Ein unterseeischer Berg fügte dem Meeresboden Masse hinzu, also wirkte die Schwerkraft dort höher als in einem Tiefseeegraben. Sie zog das umliegende Wasser seitlich zu dem Tiefseeberg hin und schichtete einen Buckel auf. Über den Gebirgen wölbte sich die Meeresoberfläche, über den Gräben fiel sie ab. Eine Weile sorgten Ausnahmen für Verwirrung, etwa wenn sich Wasser über einer Tiefseeebene hochwölbte, bis man dahinter kam, dass manche der dortigen Bodengesteine von extremer Dichte und Schwere waren, und somit stimmte die Gravitationstopographie wieder.

Die Neigungen all dieser Deckel und Buckel waren so flach, dass man sie an Bord eines Schiffes nicht registrierte. Tatsächlich wäre man dem Phänomen ohne die Satellitenkartierung nie auf die Spur gekommen.“

Übung 1: Wie groß ist die Gravitationsbeschleunigung g in 10 km Höhe über der Erdoberfläche?

Integrale Form des Gravitationsgesetzes

Für einen solchen heterogenen Körper wie die Erde reicht das Modell der Punktmassen nicht mehr aus. Dieses besitzt nur dann Gültigkeit, wenn die Ausdehnung der Massen klein gegenüber ihrem Abstand $\|\vec{r}\|$ ist. In diesem Fall müssen wir die Erde in infinitesimal kleine Massenpakete zerlegen und die Anziehungswirkung auf den Körper an der Erdoberfläche bestimmen. Die Masse m_E der Erde wird dann zu dem Integral der Erddichte über den von der Erde ausgefüllten Raum Ω' :

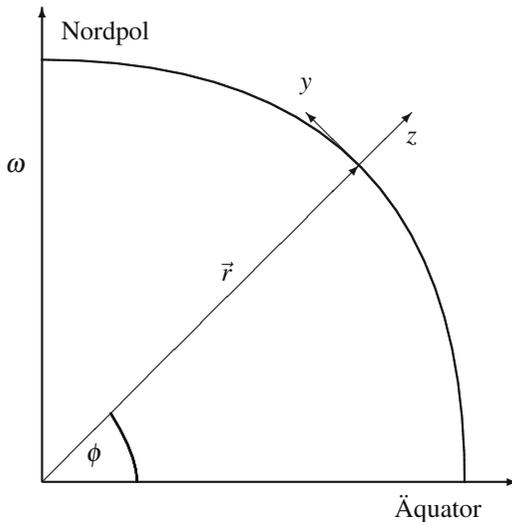


Abbildung 1.3: Lage des lokalen kartesischen Koordinatensystems auf dem Geoid.

Ein Koordinatensystem für Küstengewässer

In unserer mathematischen Ausbildung haben wir fast immer nur trainiert, in kartesischen xyz -Koordinaten zu denken. Somit wollen wir bei diesen bleiben und heften ihren Ursprung an irgendeinen passenden Punkt auf der Erdoberfläche (Abbildung 1.3). In diesem liege die

- x -Achse in West-Ost-Richtung,
- y -Achse in Süd-Nord-Richtung und die
- z -Achse in vertikaler Richtung in den Himmelweisend.

Die Gravitationsbeschleunigung nimmt dann die Form

$$f_z = -g \quad \text{bzw.} \quad \vec{f} = -\vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

an. Die Gravitationsbeschleunigung g setzen wir in unseren Breiten mit $g = 9.81 \text{ m}^2/\text{s}^2$ an.

Wird das Untersuchungsküstengewässer allerdings zu groß, so lässt sich die spärliche Gestalt der Erdoberfläche nicht mehr ohne große Verzerrungen auf eine horizontale Grundfläche projizieren. Dann sollte man auf $r\theta\phi$ -Kugelkoordinaten umsteigen und u. U. auch Schwankungen der Gravitationsbeschleunigung durch Schwereanomalien berücksichtigen.

Das Gravitationspotential

Kräfte und Geschwindigkeiten sind bekanntermaßen dreidimensionale Vektoren. Das erhöht im Vergleich zu skalaren Größen auch die Rechenarbeit um einen Faktor drei. Man war in der Ver-

gangenheit daher sehr glücklich, wenn man Vektoren auf einen Skalar abbilden konnte. Dann würde man die aufwendigen Rechnungen skalar machen können und das Ergebnis schließlich wieder auf Vektoren umrechnen. Dies ist die Grundidee des Potentials, welches eine Vektorgröße ersetzt.

Die Gravitationskraft ist eine konservative Kraft, d. h. ihre Rotation verschwindet. Daher existiert für sie ein skalares Potential ϕ der Form:

$$\vec{g} = -\text{grad } \phi$$

Es lässt sich zeigen, dass das allgemeine Gravitationsfeld durch das Potential

$$\phi(\vec{r}) = -\gamma \int_{\Omega'} \frac{\rho(\vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|} d\Omega'$$

erzeugt wird. Die Tatsache, dass eine Kugel mit homogener Massenverteilung außen so wirkt, als wäre die gesamte Masse in ihrem Mittelpunkt vereinigt, führt dann zu dem Gravitationspotential

$$\phi(R) = -\gamma \frac{M}{R},$$

wobei R der Abstand vom Kugelmittelpunkt ist.

1.2 Die Corioliskraft

Das kartesische Koordinatensystem mit seinem Ursprungspunkt auf der Erdoberfläche ist kein Inertialsystem, da sich die Koordinatenachsen mit der Erde drehen und somit eine beschleunigte Bewegung vollziehen. Die hierdurch entstehende Scheinkraft wird als Corioliskraft bezeichnet. Sie lässt sich intuitiv durch folgendes Gedankenexperiment erfassen:

Würde man vom Nordpol aus auf die Erde herabblicken, so könnte man feststellen, dass sie sich entgegen dem Uhrzeigersinn dreht. Schleudern wir mit übermenschlicher Kraft einen Stein vom Nordpol aus, so bewegt er sich nach dem ersten Newtonschen Gesetz in der Polebene geradlinig, wohingegen sich die Erde unter ihm wegdreht. Hätten wir ein festes Ziel im Auge, so wäre der Stein rechts am Ziel vorbeigegangen. In einem erdfesten Koordinatensystem müssen wir diesen Corioliseffekt als Scheinkraft berücksichtigen, ansonsten würde der Stein in einem mathematischen Modell entgegen aller Erfahrung sein Ziel treffen.

Der siderische Tag

Werfen wir zunächst einen Blick auf die Rotationsgeschwindigkeit der Erde.

Die auf der Erde wahrgenommene Länge des Tages, man sollte besser des Sonnentages sagen, wird durch zwei Bewegungen bestimmt: die Rotation der Erde um ihre Achse und die Rotation um die Sonne. Wenn es überhaupt eine nicht-zusammengesetzte Rotationsbewegung des Erdsystems gibt, dann nur die, die auf den Fixsternhimmel bezogen ist.

Man bezeichnet als siderischen Tag die zwischen zwei Meridiandurchgängen eines Fixsternes verstreichende Zeit. Der siderische Tag beschreibt also die Rotation der Erde nicht in einem geoder heliozentrischen, sondern in einem absoluten Bezugssystem.

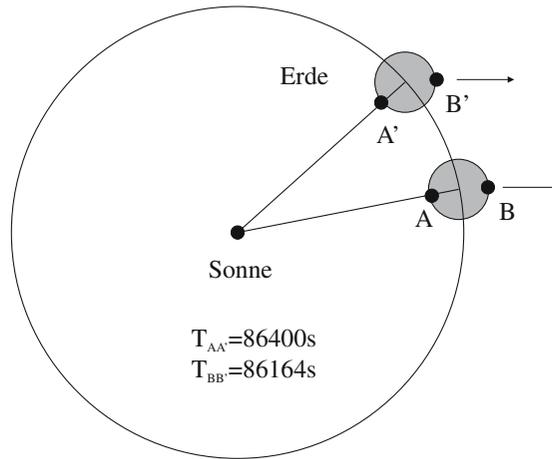


Abbildung 1.4: Zum Unterschied zwischen siderischem und Sonnentag

Der Sternentag ist 3 min 56.56 s kürzer als der Sonnentag, da im Laufe eines Jahres die Erde relativ zum Fixsternhimmel eine volle Umdrehung mehr als relativ zur Sonne macht. Die Winkelgeschwindigkeit des siderischen Tags ist somit $7.29 \cdot 10^{-5}$ rad/s, wir bezeichnen sie im folgenden mit ω :

$$|\omega| = \frac{2\pi}{86164\text{s}} = 7.29 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

Zur quantitativen Berücksichtigung der Corioliskraft betrachtet man einen Geschwindigkeitsvektor \vec{u}_r in einem mit der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ rotierenden System (Index r). Der Betrag der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ beschreibt die Rotation der Erde um ihre eigene Achse.

Im Inertialsystem sei die Geschwindigkeit mit \vec{u}_a (Index a wie absolut) bezeichnet, die Umrechnung ist

$$\vec{u}_a = \vec{u}_r + \vec{\omega} \times \vec{r},$$

wobei \vec{r} der Ortsvektor von Erdmittelpunkt aus gesehen ist. Um die durch die Erdrotation hervorgerufene Scheinkraft zu bestimmen, muss die Beschleunigung des rotierenden Geschwindigkeitsvektors im Absolutsystem berechnet werden.

Dazu betrachten wir zunächst einen beliebigen sich im Raum bewegendem Vektor \vec{A} . Seine auf den absoluten Raum bezogene zeitliche Änderung sei mit $d_a\vec{A}/dt$ bezeichnet. Im rotierenden Bezugssystem misst man für denselben Vektor \vec{A} eine andere Änderung, diese sei mit $d_r\vec{A}/dt$ bezeichnet. Zwischen diesen beiden Änderungsgeschwindigkeiten besteht die Beziehung

$$\frac{d_a\vec{A}}{dt} = \frac{d_r\vec{A}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{A},$$

die man sich an zwei Sonderfällen plausibilisieren kann: Ruht \vec{A} im rotierenden Bezugssystem, dann ist seine absolute Bewegung offenbar eine Rotation mit der Geschwindigkeit $\vec{\omega} \times \vec{A}$, ruht \vec{A} im absoluten Bezugssystem, dann muss man im rotierenden eine der Eigenrotation entgegengesetzte Bewegung $-\vec{\omega} \times \vec{A}$ feststellen.

Setzen wir nun für den Beliebigkeitsvektor \vec{A} die Absolutgeschwindigkeit \vec{u}_a ein. Da wir im Relativsystem leben, ist es das Ziel der folgenden kleinen Umformung, die absolute Beschleunigung $d_a \vec{u}_a / dt$ vollständig durch Größen des Relativsystems auszudrücken, den Index a also durch den Index r zu ersetzen:

$$\begin{aligned}
 \frac{d_a \vec{u}_a}{dt} &= \frac{d_a \vec{u}_r}{dt} + \frac{d_a}{dt} (\vec{\omega} \times \vec{r}) \\
 &= \frac{d_r \vec{u}_r}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{u}_r + \underbrace{\frac{d_a \vec{\omega}}{dt}}_{=0} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d_a \vec{r}}{dt} \\
 &= \frac{d_r \vec{u}_r}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{u}_r + \vec{\omega} \times \left(\underbrace{\frac{d_r \vec{r}}{dt}}_{=\vec{u}_r} + \vec{\omega} \times \vec{r} \right) \\
 &= \frac{d_r \vec{u}_r}{dt} + 2\vec{\omega} \times \vec{u}_r + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})
 \end{aligned}$$

In der zweiten Zeile wurde die Änderung im Absolutsystem auf das mitrotierende System transformiert und die Produktregel auf das Vektorprodukt angewendet. Da die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation konstant ist, ist der dritte Term in der zweiten Zeile Null. Hier wird ferner die zeitliche Änderung des Ortsvektors im Absolutsystem in das rotierende System transformiert, womit die dritte Zeile der Herleitung entsteht. In der Ergebniszeile stellt der zweite Term die Coriolisbeschleunigung und der dritte Term die Zentrifugalbeschleunigung dar. Letzterer wirkt schwerkraftmindernd und wird mit der Gravitationsbeschleunigung g_0 der Erde zu einer effektiven Schwerebeschleunigung g zusammengezogen. Am Nordpol wirkt keine Zentrifugalbeschleunigung, da der Winkel zwischen Rotationsgeschwindigkeit und Ortsvektor Null ist. Die Erdbeschleunigung resultiert hier allein aus der wirkenden Massenanziehung und ist $g_0 = 9.8321 \text{ m}^2/\text{s}$. Am Äquator schmeichelt der Blick auf die Waage dem Übergewichtigen, denn hier wird die Gravitation durch die Zentrifugalbeschleunigung $g = g_0 - \omega^2 r$ vermindert. Geologische Effekte ergeben hier dann den Wert $g = 9.7799 \text{ m}^2/\text{s}$. Die Pariserinnen müssen mit $g = 9.8094 \text{ m}^2/\text{s}$ leben.

Für den Coriolis term ergibt sich so unter Vernachlässigung vertikaler Geschwindigkeiten sowie der Vertikalkomponente gegenüber der Gravitationsbeschleunigung g

$$2\vec{\omega} \times \vec{u}_r = 2 \begin{pmatrix} \omega_y w - \omega_z v \\ \omega_z u - \omega_x w \\ \omega_x v - \omega_y u \end{pmatrix} \simeq 2 \begin{pmatrix} -\omega_z v \\ \omega_z u \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} -\omega v \sin \phi \\ \omega u \sin \phi \\ 0 \end{pmatrix},$$

wobei ϕ die geographische Breite ist. Daher berücksichtigt man den Einfluss der Coriolisbeschleunigung meistens nur in den horizontalen Kräften. Bei den Vertikalkräften kann man die Corioliskraft gegenüber der Gravitationskraft vernachlässigen.

Um schließlich die rotierende Erde wie ein Inertialsystem zu behandeln, müssen wir die Scheinkräfte mit umgekehrten Vorzeichen berücksichtigen.

Als Ergebnis halten wir fest: In einem erdfesten Nichtinertialsystem mit x-Achse in West-Ost-Richtung, y-Achse in Süd-Nord-Richtung und z-Achse in vertikaler Richtung lautet der Vektor der Kraftdichte \vec{f} :

$$\vec{f} = -\vec{g} - 2\vec{\omega} \times \vec{u} \simeq \begin{pmatrix} 2\omega v \sin \phi \\ -2\omega u \sin \phi \\ -g \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

Wegen ihres geringen Betrages braucht die Corioliskraft einen gewissen Raum, um sich zu entfalten. Sie ist verantwortlich für die großräumigen Rotationen der Wassermassen in den Ozeanen bzw. der Luft in der Atmosphäre. Um Phänomene wie die geostrophischen Strömungen, die Ekmanspirale oder kreisförmige Trägheitsströmungen zu analysieren, muss man die Corioliskraft als äußere Kraft \vec{f} in den entsprechenden Bewegungsgleichungen berücksichtigen.

Übung 2: Eine Billardkugel bewegt sich auf einem in Süd-Nord-Richtung orientierten Tisch mit der Geschwindigkeit $u = 20$ cm/s nach Norden. Berechnen Sie die Ablenkung der Kugel durch doppelte zeitliche Integration der Beschleunigungsgleichung:

$$\ddot{y} = f_y$$

Um wieviel Zentimeter wird die Billardkugel nach einem Meter abgelenkt? Der Billardtisch befindet sich auf 54° nördlicher Breite.

1.3 Gezeitenerzeugende Kräfte

Die Geschichte der Erforschung der gezeitenerzeugenden Kräfte lässt die wissenschaftliche Gemeinschaft nach D.E. Cartwright in einem sprunghaften und erfolgsorientierten Lichte erscheinen: „*The fact is, that when a scientific problem does not yield to currently available tools, scientists tend to turn to other subjects which, if not easier, at least have the attraction of novelty. The tides have been an old subject for a long time.*” [10]

Die Gezeitenphänomene waren also auf der einen Seite zu alltäglich, und kein Wissenschaftler konnte hier die Lorbeeren einer Neuentdeckung gewinnen. Auf der anderen Seite gab und gibt es auch kein wissenschaftliches Werkzeug, welches ihren Entstehungsmechanismus einfach erklären kann.

Das Grundproblem besteht darin, die in halbtägigem Rhythmus wiederkehrenden Gezeiten mit der ganztägigen Rotation der Erde unter dem Einfluss von Sonne und Mond in Einklang zu

bringen. Dennoch wurde das Phänomen Tide schon immer dem Mond zugeordnet. Dies liegt vor allem an dem sogenannten Spring-Nipp-Zyklus, der sich über einen halben Monat erstreckt. In frühen arabischen Dokumenten wurden dies auf die Erwärmung und Ausdehnung des Wassers in den Meeren durch die Zu- und Abnahme des Mondlichtes zurückgeführt. Aber auch hier bestand das Grundproblem, einen halbmonatlichen mit einem monatlichen Effekt zu erklären.

Der Babylonier Seleucus machte die tägliche Bewegung des Mondes durch die Erdatmosphäre und die damit verbundenen Druckschwankungen für die Gezeitenvariation des Wasserstandes verantwortlich.

Galileo Galilei (1564–1642) führte allerdings die tägliche Rotation der Erde auf ihrer Bahn um die Sonne als Gezeitenursache an: Wie in einem Karussell (z.B. die „Krake“) ist die Schleuderbewegung des Wassers auf der sonnenabgewandten Seite wesentlich größer als auf der sonnenzugewandten. Hierdurch entstünden die Tidewellen. René Descartes (1596–1650) versuchte das zweimalige Auftreten der Tidephasen pro Tag durch die Theorie des Äthers zu erklären, der den Weltenraum ausfüllt und unterhalb des Mondes, aber auch auf der gegenüberliegenden Seite, zusammengedrückt und dichter ist.

Die richtige Erklärung gab Isaac Newton in seinem 1687 veröffentlichten Hauptwerk „Philosophiae Naturalis Principia Mathematica“. Hiernach sind es die Gravitationskräfte von Mond und Sonne, die auf die Hydrosphäre wirken. Diese werden nahezu durch die Zentrifugalkräfte der gemeinsamen Rotationsbewegung ausgeglichen. Aber nur nahezu. Die nicht ausgeglichenen Kraftanteile bezeichnet man als gezeitenerzeugende Kräfte. Wie diese entstehen, wird in der Unterschrift zu Abbildung 1.5 erklärt, der man sich zunächst zuwenden sollte.

Versuchen wir nun, die Gezeitenkraft auch quantitativ zu erfassen. Der sehr ferne Himmelskörper der Masse M sei dazu punktförmig in einem Abstand R angenommen. Er wirkt auf alle Geschehnisse an einem Ort im Abstand d auf der Erde durch sein Gravitationspotential ϕ_G :

$$\phi_G(d) = -\gamma \frac{M}{d}$$

Der gezeitenerzeugende Himmelskörper und die Erde bewegen sich um einen gemeinsamen Schwerpunkt, in dem die Gravitationsbeschleunigung per definitionem genau durch die Zentrifugalbeschleunigung der gemeinsamen Bewegung kompensiert wird. Hier gilt also für das Potential der Zentrifugalbeschleunigung:

$$\phi_Z(R) = -\phi_G(R) = \gamma \frac{M}{R}$$

Die gezeitenerzeugende Beschleunigung an einem Ort d ist nun einfach die Summe aus Zentrifugal- und Gravitationsbeschleunigung:

$$\phi_{tide}(d) = \phi_Z(d) + \phi_G(d)$$

Schaut man sich die Abmessungen der Größen in Abbildung 1.5 in der Realität an, so ist vor allem der Himmelskörper M , d. h. der Mond oder die Sonne, sehr, sehr weit entfernt. Dadurch werden verschiedene Größen wie z. B. die Abstände d und R sehr ähnlich oder andere Verhältnisse wie z. B. $\Delta R/R$ sehr klein. Daher folgen nun einige Reihenentwicklungen, die schon nach dem ersten oder zweiten Term aufgrund dieser Kleinheiten abgebrochen werden können.