

Christoph Mayer

## **Die Entwicklung der Zinsstrukturkurve**

# GABLER EDITION WISSENSCHAFT

Christoph Mayer

# **Die Entwicklung der Zinsstrukturkurve**

Eine Analyse homogener  
affiner Mehrfaktormodelle  
auf Basis des Kalman-Filters

Mit einem Geleitwort von Prof. Dr. Peter Albrecht

**GABLER EDITION WISSENSCHAFT**

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek  
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der  
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über  
<<http://dnb.d-nb.de>> abrufbar.

Dissertation Universität Mannheim, 2008

1. Auflage 2009

Alle Rechte vorbehalten

© Gabler | GVV Fachverlage GmbH, Wiesbaden 2009

Lektorat: Claudia Jeske / Stefanie Loyal

Gabler ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.

[www.gabler.de](http://www.gabler.de)



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: Regine Zimmer, Dipl.-Designerin, Frankfurt/Main

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Printed in Germany

ISBN 978-3-8349-1701-0

---

## Geleitwort

Festzinstitel sind für zahlreiche Unternehmen ein bedeutendes Element der Kapitalanlage. Sie unterliegen einer im Vergleich zu Aktien geringen Volatilität und ermöglichen hierdurch eine gewisse Kontinuität in der Wertentwicklung. Für Fragen der Kapitalanlageprojektion, die sowohl im Rahmen des Asset-Managements, des Asset/Liability-Managements wie auch im Rahmen der Gesamtunternehmenssteuerung von Relevanz sind, wird damit die Modellierung und Projektion der Wertentwicklung des Zinstitelbestands zur zentralen Problemstellung.

Traditionelle Verfahren zur Projektion des Kapitalmarktzins erweisen sich dabei ungenügend. Es ist notwendig, die gesamte Zinsstruktur und deren zeitliche Entwicklung modellmäßig zu erfassen, um – darauf aufbauend – eine Projektion der Wertentwicklung des Zinstitelbestands vornehmen zu können. Den Standardansatz hierfür bieten arbitragefreie Modelle der Zinsstrukturentwicklung. Traditionell finden hierfür insbesondere Einfaktormodelle Verwendung. Wie neuere Arbeiten zeigen, kann damit die Reichhaltigkeit empirischer Veränderungen der Zinsstruktur nur eingeschränkt erfasst werden. Dies überträgt sich entsprechend auf die empirische Validität der Zinstitelprojektion. Es entsteht damit die Notwendigkeit zur Analyse von Multifaktormodellen.

Die vorliegende Arbeit kalibriert traditionelle Einfaktormodelle ebenso wie ausgewählte Multifaktormodelle (Vasicek-k, Cox/Ingersoll/Ross-k) unter Verwendung geeigneter statistischer Verfahren (Maximum-Likelihood-Schätzung auf Basis des Kalman-Filters) auf der Grundlage von empirischen Daten des deutschen Kapitalmarkts. Darauf aufbauend erfolgt eine mittel- bis langfristige Projektion der Entwicklung der Zinsstrukturkurve sowie eine Evaluation der Reichhaltigkeit entstehender Zinsstrukturformen. Schließlich wird auch die Wertentwicklung eines Beispielportfolios aus Staatsanleihen des Bundes in den verschiedenen Modellen simuliert. Auf Basis der Analyse der durchgeführten Betrachtungen werden dann Schlüsse über die Adäquanz unterschiedlicher Zinsstrukturmodelle im Rahmen der Projektion der Wertentwicklung des Zinstitelbestandes eines Unternehmens gezogen.

Die Arbeit ist konsequent konzipiert. Sie besitzt eine klare Struktur, stellt die theoretischen Grundlagen verständlich dar und besticht durch eine hohe Detailtiefe im empirischen Teil. Die Arbeit erbringt eine große Zahl von hoch interessanten Resultaten, die

aus wissenschaftlicher, aber auch aus praktischer Sicht von Bedeutung sind. Ich wünsche der Arbeit deshalb breite Beachtung und weite Verbreitung.

Prof. Dr. Peter Albrecht

## Vorwort

Dieses Vorwort soll keine fachliche Einführung in die Themenstellung geben, hierfür sei der Leser auf die Einleitung oder auch das Geleitwort verwiesen. Stattdessen nutze ich diese Stelle für persönliche Anmerkungen und zur Danksagung.

Die vorliegende Dissertationsschrift entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Universität Mannheim. Mein großer Dank gilt zunächst meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr. Peter Albrecht, der einerseits meine Forschung in ausgezeichneter Weise betreute und mir andererseits genügend Freiraum zur Entwicklung und Verwirklichung eigener Ideen ließ. Zudem ermöglichte er mir den direkten und intensiven Kontakt mit Studierenden.

Die Vorlesungen und Übungen, welche ich leiten durfte, bereiteten mir stets eine außerordentliche Freude. Danke an die zahlreichen Hörer, die mir mit ihrem positiven Feedback zu meiner Veranstaltung ihr Interesse an der Qualität der Lehre signalisierten. Die Jahre an der Universität Mannheim brachten mir aber auch einen reichhaltigen Erfahrungsgewinn, gerade weil sich die Vielfalt von Charakteren verschiedener Menschen wohl nur selten so deutlich zeigt wie an einer Universität. Aus den zahlreichen Studierendenjahrgängen werde ich einige Hörer in besonderer Erinnerung behalten.

Weiter darf ich Frau Traudel Walther hervorheben, die als Sekretärin des Lehrstuhls fortwährend eine große Hilfe bot, insbesondere in organisatorischen Fragestellungen. Dank gilt auch all denjenigen, die mir mit Zuspruch und Motivation zur Seite standen. Herrn Timo Klett, Frau Tina Lochmann, Frau Kerstin Röhm und Herrn Dr. Carsten Weber gebührt eine namentliche Nennung für die kritische Durchsicht des Manuskripts und ihre hilfreichen Anmerkungen.

Mein größter Dank gilt meiner Familie. Meine Eltern, Helmut und Brigitte Mayer, standen mir jederzeit zur Seite, so dass ich mich in allen Belangen stets auf ihre Hilfe verlassen konnte. Ihre liebevolle Unterstützung in allen Lebenslagen war und wird immer von größter Bedeutung für mich sein.

Christoph Mayer

## Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis.....</b>	<b>XIII</b>
<b>Tabellenverzeichnis.....</b>	<b>XXI</b>
<b>1 Einleitung.....</b>	<b>1</b>
<b>2 Arbitragefreie Zinsstrukturkurvenmodelle .....</b>	<b>4</b>
2.1 Vorbemerkung.....	4
2.2 Homogene affine Modelle.....	5
2.3 Vasicek-Modell .....	11
2.3.1 Einfaktormodell .....	11
2.3.2 Mehrfaktormodell .....	13
2.4 Cox/Ingersoll/Ross-Modell .....	15
2.4.1 Einfaktormodell .....	15
2.4.2 Mehrfaktormodell .....	17
<b>3 Projektion der Zinsstruktur und Parameterschätzung.....</b>	<b>20</b>
3.1 Vorbemerkung.....	20
3.2 Kalman-Filter .....	20
3.2.1 Einführung .....	20
3.2.2 Systemgleichungen .....	21
3.2.3 Start der Rekursion .....	23
3.2.4 Projektion der Beobachtungsvariablen .....	25
3.2.5 Aktualisierung der Zustandsvariablen .....	25
3.2.6 Projektion der Zustandsvariablen .....	25
3.2.7 Zusammenfassung des Kalman-Filters.....	26
3.2.8 Maximum Likelihood-Schätzung der Systemmatrizen .....	26
3.2.9 Mehrstufige Projektion der Beobachtungsvariablen .....	29

3.3	Anwendung des Kalman-Filters auf das Vasicek-Modell.....	31
3.3.1	Vorüberlegungen zur Gewinnung der Zustandsgleichung .....	31
3.3.2	Einfaktormodell .....	33
3.3.3	Zweifaktormodell.....	37
3.3.4	Dreifaktormodell.....	41
3.3.5	Mehrfaktormodell .....	43
3.4	Anwendung des Kalman-Filters auf das CIR-Modell.....	44
3.4.1	Vorüberlegungen zur Gewinnung der Zustandsgleichung .....	44
3.4.2	Einfaktormodell .....	45
3.4.3	Zweifaktormodell mit unabhängigen Faktoren.....	48
3.4.4	Dreifaktormodell mit unabhängigen Faktoren.....	50
3.4.5	Mehrfaktormodell mit unabhängigen Faktoren .....	52
3.4.6	Mehrfaktormodell mit korrelierten Faktoren.....	53
<b>4</b>	<b>Empirische Auswertungen und Anwendungen.....</b>	<b>55</b>
4.1	Datengrundlage .....	55
4.2	Resultate der Modellidentifikation.....	59
4.2.1	Vorbemerkung .....	59
4.2.2	Vasicek-Modell.....	63
4.2.2.1	Einfaktormodell .....	63
4.2.2.2	Zweifaktormodell.....	69
4.2.2.3	Dreifaktormodell.....	74
4.2.3	Cox/Ingersoll/Ross-Modell.....	80
4.2.3.1	Einfaktormodell .....	80
4.2.3.2	Zweifaktormodell.....	85
4.2.3.3	Dreifaktormodell.....	90
4.3	Projektion und Simulation der Zinsstrukturkurve.....	99
4.3.1	Vorbemerkung .....	99
4.3.2	Vasicek-Modell.....	106
4.3.2.1	Einfaktormodell .....	106
4.3.2.2	Zweifaktormodell.....	111
4.3.2.3	Dreifaktormodell.....	117

---

4.3.3	Cox/Ingersoll/Ross-Modell.....	122
4.3.3.1	Einfaktormodell .....	122
4.3.3.2	Zweifaktormodell.....	128
4.3.3.3	Dreifaktormodell.....	133
4.4	Modellvergleich.....	138
<b>5</b>	<b>Bewertung eines Beispielportfolios.....</b>	<b>161</b>
5.1	Vorbemerkung.....	161
5.2	Vasicek-Modell .....	165
5.2.1	Einfaktormodell .....	165
5.2.2	Zweifaktormodell.....	166
5.2.3	Dreifaktormodell.....	168
5.3	Cox/Ingersoll/Ross-Modell .....	169
5.3.1	Einfaktormodell .....	169
5.3.2	Zweifaktormodell.....	171
5.3.3	Dreifaktormodell.....	172
5.4	Modellvergleich.....	174
<b>6</b>	<b>Schlussbetrachtung .....</b>	<b>179</b>
	<b>Anhang: Ergänzende Tabellen und Abbildungen .....</b>	<b>183</b>
	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>205</b>

---

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1:	Ablaufdiagramm des Kalman-Filters .....	27
Abbildung 2:	Ablaufdiagramm zur Maximum Likelihood-Schätzung der Parameter in den Systemmatrizen.....	30
Abbildung 3:	Verlauf der Zinsstrukturkurve von September 1972 bis Juni 2007....	55
Abbildung 4:	Deskriptive Statistiken der beobachteten Spotrates .....	57
Abbildung 5:	Ablaufdiagramm zur Findung des globalen Maximums der Likelihood-Funktion.....	62
Abbildung 6:	Nach Größe sortierte erhaltene Maxima der Likelihood-Optimierung im Vasicek-1 Modell .....	64
Abbildung 7:	Residuen der einjährigen und zehnjährigen Spotrates im Vasicek-1 Modell.....	67
Abbildung 8:	Alle Residuen der Spotrates im Vasicek-1 Modell .....	68
Abbildung 9:	Nach Größe sortierte erhaltene Maxima der Likelihood-Optimierung im Vasicek-2 Modell .....	69
Abbildung 10:	Korrelationen der Spotrates im Vasicek-2 Modell.....	71
Abbildung 11:	Residuen der einjährigen und zehnjährigen Spotrates im Vasicek-2 Modell.....	73
Abbildung 12:	Alle Residuen der Spotrates im Vasicek-2 Modell .....	73
Abbildung 13:	Nach Größe sortierte erhaltene Maxima der Likelihood-Optimierung im Vasicek-3 Modell .....	74
Abbildung 14:	Nach Größe sortierte erhaltene Maxima der Likelihood-Optimierung im Vasicek-3 Modell (beste 1000 Likelihood-Werte).....	75
Abbildung 15:	Korrelationen der Spotrates im Vasicek-3 Modell.....	77

---

Abbildung 16: Residuen der einjährigen und zehnjährigen Spotrates im Vasicek-3 Modell.....	79
Abbildung 17: Alle Residuen der Spotrates im Vasicek-3 Modell .....	79
Abbildung 18: Nach Größe sortierte erhaltene Maxima der Likelihood-Optimierung im CIR-1 Modell .....	80
Abbildung 19: Residuen der einjährigen und zehnjährigen Spotrates im CIR-1 Modell.....	83
Abbildung 20: Alle Residuen der Spotrates im CIR-1 Modell.....	84
Abbildung 21: Nach Größe sortierte erhaltene Maxima der Likelihood-Optimierung im CIR-2 Modell .....	85
Abbildung 22: Korrelationen der Spotrates im CIR-2 Modell .....	87
Abbildung 23: Residuen der einjährigen und zehnjährigen Spotrates im CIR-2 Modell.....	89
Abbildung 24: Alle Residuen der Spotrates im CIR-2 Modell.....	90
Abbildung 25: Nach Größe sortierte erhaltene Maxima der Likelihood-Optimierung im CIR-3 Modell (ohne Restringierung des Langfrist-Mittels der Zinsintensität) .....	91
Abbildung 26: Nach Größe sortierte erhaltene Maxima der Likelihood-Optimierung im CIR-3 Modell (ohne Restringierung des Langfrist-Mittels der Zinsintensität, beste 500 Likelihood-Werte) .....	92
Abbildung 27: Nach Größe sortierte erhaltene Maxima der Likelihood-Optimierung im CIR-3 Modell (mit Restringierung des Langfrist-Mittels der Zinsintensität) .....	93
Abbildung 28: Nach Größe sortierte erhaltene Maxima der Likelihood-Optimierung im CIR-3 Modell (mit Restringierung des Langfrist-Mittels der Zinsintensität, beste 500 Likelihood-Werte) .....	93
Abbildung 29: Korrelationen der Spotrates im CIR-3 Modell .....	96

---

Abbildung 30: Residuen der einjährigen und zehnjährigen Spotrates im CIR-3 Modell.....	97
Abbildung 31: Alle Residuen der Spotrates im CIR-3 Modell.....	98
Abbildung 32: Beispiele für historisch beobachtete Zinsstrukturformen.....	102
Abbildung 33: Verteilung der historisch beobachteten Zinsstrukturformen von September 1972 bis Juni 2007 (jeweils Monatsendbetrachtung).....	103
Abbildung 34: Quantile der für 120 Monate simulierten einjährigen und zehnjährigen Spotrates im Vasicek-3 Modell bei Ausschluss von negativen Zustandsvariablen .....	104
Abbildung 35: Mittelwerte der für 120 Monate simulierten einjährigen und zehnjährigen Spotrates im Vasicek-3 Modell bei Ausschluss von negativen Zustandsvariablen .....	105
Abbildung 36: Projizierte Spotrates über 120 Monate im Vasicek-1 Modell .....	106
Abbildung 37: Projizierte Spotrates über 1200 Monate im Vasicek-1 Modell .....	107
Abbildung 38: Beispiele für Zinsstrukturformen im 120ten Simulationsmonat im Vasicek-1 Modell.....	108
Abbildung 39: Verteilung der Zinsstrukturformen im 24ten bzw. 120ten Simulationsmonat im Vasicek-1 Modell .....	109
Abbildung 40: Quantile der für 120 Monate simulierten einjährigen und zehnjährigen Spotrates im Vasicek-1 Modell .....	110
Abbildung 41: Projizierte Spotrates über 120 Monate im Vasicek-2 Modell .....	112
Abbildung 42: Projizierte Spotrates über 1200 Monate im Vasicek-2 Modell .....	113
Abbildung 43: Beispiele für Zinsstrukturformen im 120ten Simulationsmonat im Vasicek-2 Modell.....	114
Abbildung 44: Verteilung der Zinsstrukturformen im 24ten bzw. 120ten Simulationsmonat im Vasicek-2 Modell .....	115

---

Abbildung 45: Quantile der für 120 Monate simulierten einjährigen und zehnjährigen Spotrates im Vasicek-2 Modell .....	116
Abbildung 46: Projizierte Spotrates über 120 Monate im Vasicek-3 Modell .....	117
Abbildung 47: Projizierte Spotrates über 1200 Monate im Vasicek-3 Modell .....	118
Abbildung 48: Beispiele für Zinsstrukturformen im 120ten Simulationsmonat im Vasicek-3 Modell.....	119
Abbildung 49: Verteilung der Zinsstrukturformen im 24ten bzw. 120ten Simulationsmonat im Vasicek-3 Modell .....	120
Abbildung 50: Quantile der für 120 Monate simulierten einjährigen und zehnjährigen Spotrates im Vasicek-3 Modell .....	121
Abbildung 51: Projizierte Spotrates über 120 Monate im CIR-1 Modell .....	122
Abbildung 52: Projizierte Spotrates über 1200 Monate im CIR-1 Modell .....	123
Abbildung 53: Beispiele für Zinsstrukturformen im 120ten Simulationsmonat im CIR-1 Modell.....	124
Abbildung 54: Verteilung der Zinsstrukturformen im 24ten bzw. 120ten Simulationsmonat im CIR-1 Modell .....	125
Abbildung 55: Quantile der für 120 Monate simulierten einjährigen und zehnjährigen Spotrates im CIR-1 Modell.....	126
Abbildung 56: Projizierte Spotrates über 120 Monate im CIR-2 Modell .....	128
Abbildung 57: Projizierte Spotrates über 1200 Monate im CIR-2 Modell .....	129
Abbildung 58: Beispiele für Zinsstrukturformen im 120ten Simulationsmonat im CIR-2 Modell.....	130
Abbildung 59: Verteilung der Zinsstrukturformen im 24ten bzw. 120ten Simulationsmonat im CIR-2 Modell .....	131
Abbildung 60: Quantile der für 120 Monate simulierten einjährigen und zehnjährigen Spotrates im CIR-2 Modell.....	132

---

Abbildung 61: Projizierte Spotrates über 120 Monate im CIR-3 Modell .....	133
Abbildung 62: Projizierte Spotrates über 1200 Monate im CIR-3 Modell .....	134
Abbildung 63: Beispiele für Zinsstrukturformen im 120ten Simulationsmonat im CIR-3 Modell.....	135
Abbildung 64: Verteilung der Zinsstrukturformen im 24ten bzw. 120ten Simulationsmonat im CIR-3 Modell .....	136
Abbildung 65: Quantile der für 120 Monate simulierten einjährigen und zehnjährigen Spotrates im CIR-3 Modell.....	137
Abbildung 66: Nach Größe sortierte erhaltene Maxima der Likelihood-Optimierung, die obere Beschriftung der Abszisse bezieht sich auf die Ein- und Zweifaktormodelle, die untere auf die Dreifaktormodelle .....	139
Abbildung 67: Unbedingte Erwartungswerte der $\tau$ -jährigen Spotrates.....	142
Abbildung 68: Unbedingte Standardabweichungen der $\tau$ -jährigen Spotrates.....	143
Abbildung 69: Korrelationen der $\tau$ -jährigen Spotrates mit den zugehörigen einjährigen Spotrates .....	144
Abbildung 70: Korrelationen der $\tau$ -jährigen Spotrates mit den zugehörigen fünfjährigen Spotrates .....	145
Abbildung 71: Korrelationen der $\tau$ -jährigen Spotrates mit den zugehörigen zehnjährigen Spotrates .....	146
Abbildung 72: Mittelwerte der Residuen der $\tau$ -jährigen Spotrates .....	147
Abbildung 73: Standardabweichungen der Residuen der $\tau$ -jährigen Spotrates.....	149
Abbildung 74: Korrelationen der Residuen der $\tau$ -jährigen Spotrates mit den Residuen der zugehörigen einjährigen Spotrates.....	150
Abbildung 75: Korrelationen der Residuen der $\tau$ -jährigen Spotrates mit den Residuen der zugehörigen fünfjährigen Spotrates.....	151

---

Abbildung 76: Korrelationen der Residuen der $\tau$ -jährigen Spotrates mit den Residuen der zugehörigen zehnjährigen Spotrates .....	152
Abbildung 77: Autokorrelationen der Residuen der $\tau$ -jährigen Spotrates.....	153
Abbildung 78: Projizierte einjährige Zinssätze über 1200 Monate .....	154
Abbildung 79: Projizierte zehnjährige Zinssätze über 1200 Monate .....	155
Abbildung 80: Verteilung der simulierten Zinsstrukturformen im 24ten Monat und Verteilung der von September 1972 bis Juni 2007 am Monatsende beobachteten Zinsstrukturformen.....	156
Abbildung 81: Verteilung der simulierten Zinsstrukturformen im 120ten Monat und Verteilung der von September 1972 bis Juni 2007 am Monatsende beobachteten Zinsstrukturformen.....	157
Abbildung 82: 90%-Quantile der simulierten Spotrates ausgehend vom unbedingten Erwartungswert, Einfaktormodelle.....	158
Abbildung 83: 90%-Quantile der simulierten Spotrates ausgehend vom unbedingten Erwartungswert, Zweifaktormodelle.....	159
Abbildung 84: 90%-Quantile der simulierten Spotrates ausgehend vom unbedingten Erwartungswert, Dreifaktormodelle .....	160
Abbildung 85: Identifizierte Zinsstrukturkurven zu Beginn der Bewertungssimulation .....	163
Abbildung 86: Durchschnittliche Wertentwicklung der Bestandteile des Beispielportfolios. Der Durchschnitt wurde sowohl über die Simulationen als auch über alle sechs Zinsmodelle gebildet .....	164
Abbildung 87: Quantile sowie Interquantilsabstand zwischen dem 99%- und dem 1%-Quantil der simulierten Portfoliowerte im Vasicek-1 Modell ...	166
Abbildung 88: Quantile sowie Interquantilsabstand zwischen dem 99%- und dem 1%-Quantil der simulierten Portfoliowerte im Vasicek-2 Modell ...	168

---

Abbildung 89: Quantile sowie Interquantilsabstand zwischen dem 99%- und dem 1%-Quantil der simulierten Portfoliowerte im Vasicek-3 Modell ...	169
Abbildung 90: Quantile sowie Interquantilsabstand zwischen dem 99%- und dem 1%-Quantil der simulierten Portfoliowerte im CIR-1 Modell .....	170
Abbildung 91: Quantile sowie Interquantilsabstand zwischen dem 99%- und dem 1%-Quantil der simulierten Portfoliowerte im CIR-2 Modell .....	172
Abbildung 92: Quantile sowie Interquantilsabstand zwischen dem 99%- und dem 1%-Quantil der simulierten Portfoliowerte im CIR-3 Modell .....	173
Abbildung 93: Durchschnittliche Portfoliowertentwicklung über den Simulationszeitraum .....	174
Abbildung 94: Zuwachs des durchschnittlichen Portfoliowertes im Vergleich zum Vormonat .....	175
Abbildung 95: Durchschnittliche Portfoliowertentwicklung für die ein-, zwei- und dreifaktorielle Variante im paarweisen Vergleich der Modelltypen CIR und Vasicek.....	176
Abbildung 96: Interquantilsabstand zwischen dem 99%- und dem 1%- Quantil der Portfoliowertentwicklung im Simulationszeitraum.....	177
Abbildung 97: 1%-Quantile der simulierten Spotrates ausgehend vom unbedingten Erwartungswert, Einfaktormodelle.....	197
Abbildung 98: 1%-Quantile der simulierten Spotrates ausgehend vom unbedingten Erwartungswert, Zweifaktormodelle .....	197
Abbildung 99: 1%-Quantile der simulierten Spotrates ausgehend vom unbedingten Erwartungswert, Dreifaktormodelle .....	198
Abbildung 100: 10%-Quantile der simulierten Spotrates ausgehend vom unbedingten Erwartungswert, Einfaktormodelle.....	198
Abbildung 101: 10%-Quantile der simulierten Spotrates ausgehend vom unbedingten Erwartungswert, Zweifaktormodelle.....	199

Abbildung 102: 10%-Quantile der simulierten Spotrates ausgehend vom unbedingten Erwartungswert, Dreifaktormodelle .....	199
Abbildung 103: 99%-Quantile der simulierten Spotrates ausgehend vom unbedingten Erwartungswert, Einfaktormodelle.....	200
Abbildung 104: 99%-Quantile der simulierten Spotrates ausgehend vom unbedingten Erwartungswert, Zweifaktormodelle .....	200
Abbildung 105: 99%-Quantile der simulierten Spotrates ausgehend vom unbedingten Erwartungswert, Dreifaktormodelle .....	201
Abbildung 106: Äquivalente annualisierte kontinuierliche Verzinsung der Quantile des simulierten Portfoliowertes im Vasicek-1 Modell .....	201
Abbildung 107: Äquivalente annualisierte kontinuierliche Verzinsung der Quantile des simulierten Portfoliowertes im Vasicek-2 Modell .....	202
Abbildung 108: Äquivalente annualisierte kontinuierliche Verzinsung der Quantile des simulierten Portfoliowertes im Vasicek-3 Modell .....	202
Abbildung 109: Äquivalente annualisierte kontinuierliche Verzinsung der Quantile des simulierten Portfoliowertes im CIR-1 Modell.....	203
Abbildung 110: Äquivalente annualisierte kontinuierliche Verzinsung der Quantile des simulierten Portfoliowertes im CIR-2 Modell.....	203
Abbildung 111: Äquivalente annualisierte kontinuierliche Verzinsung der Quantile des simulierten Portfoliowertes im CIR-3 Modell.....	204

---

**Tabellenverzeichnis**

Tabelle 1:	Deskriptive Statistiken der Datengrundlage (Spotrates von September 1972 bis Juni 2007).....	56
Tabelle 2:	Empirische Erwartungswerte der Spotrates (in Prozent) sowie Standardabweichungen (in Basispunkten) und ausgewählte Korrelationen der empirischen Residuen (Auszug).....	59
Tabelle 3:	Intervallgrenzen bei der zufälligen Auswahl der Startparameter .....	60
Tabelle 4:	Unbedingte Erwartungswerte der Zustandsvariablen.....	61
Tabelle 5:	Ermittelte Parameter des Vasicek-1 Modells .....	64
Tabelle 6:	Unbedingte Erwartungswerte sowie Standardabweichungen (in Prozent) und ausgewählte Korrelationen der Spotrates im Vasicek-1 Modell (Auszug).....	65
Tabelle 7:	Mittelwerte und Standardabweichungen (in Basispunkten) sowie Autokorrelationen erster Ordnung und ausgewählte Korrelationen der modellbedingten Residuen im Vasicek-1 Modell (Auszug) .....	66
Tabelle 8:	Ermittelte Parameter des Vasicek-2 Modells .....	70
Tabelle 9:	Unbedingte Erwartungswerte sowie Standardabweichungen (in Prozent) und ausgewählte Korrelationen der Spotrates im Vasicek-2 Modell (Auszug).....	70
Tabelle 10:	Mittelwerte und Standardabweichungen (in Basispunkten) sowie Autokorrelationen erster Ordnung und ausgewählte Korrelationen der modellbedingten Residuen im Vasicek-2 Modell (Auszug) .....	72
Tabelle 11:	Ermittelte Parameter des Vasicek-3 Modells .....	75
Tabelle 12:	Unbedingte Erwartungswerte sowie Standardabweichungen (in Prozent) und ausgewählte Korrelationen der Spotrates im Vasicek-3 Modell (Auszug).....	76

---

Tabelle 13:	Mittelwerte und Standardabweichungen (in Basispunkten) sowie Autokorrelationen erster Ordnung und ausgewählte Korrelationen der modellbedingten Residuen im Vasicek-3 Modell (Auszug) .....	78
Tabelle 14:	Ermittelte Parameter des CIR-1 Modells.....	81
Tabelle 15:	Unbedingte Erwartungswerte sowie Standardabweichungen (in Prozent) und ausgewählte Korrelationen der Spotrates im CIR-1 Modell (Auszug) .....	82
Tabelle 16:	Mittelwerte und Standardabweichungen (in Basispunkten) sowie Autokorrelationen erster Ordnung und ausgewählte Korrelationen der modellbedingten Residuen im CIR-1 Modell (Auszug).....	83
Tabelle 17:	Ermittelte Parameter des CIR-2 Modells.....	86
Tabelle 18:	Unbedingte Erwartungswerte sowie Standardabweichungen (in Prozent) und ausgewählte Korrelationen der Spotrates im CIR-2 Modell (Auszug) .....	86
Tabelle 19:	Mittelwerte und Standardabweichungen (in Basispunkten) sowie Autokorrelationen erster Ordnung und ausgewählte Korrelationen der modellbedingten Residuen im CIR-2 Modell (Auszug).....	88
Tabelle 20:	Ermittelte Parameter des CIR-3 Modells.....	94
Tabelle 21:	Unbedingte Erwartungswerte sowie Standardabweichungen (in Prozent) und ausgewählte Korrelationen der Spotrates im CIR-3 Modell (Auszug) .....	95
Tabelle 22:	Mittelwerte und Standardabweichungen (in Basispunkten) sowie Autokorrelationen erster Ordnung und ausgewählte Korrelationen der modellbedingten Residuen im CIR-3 Modell (Auszug).....	97
Tabelle 23:	Bedingungen für die Formerteilung der Zinsstrukturkurven.....	101
Tabelle 24:	Verteilung der historisch beobachteten Zinsstrukturformen von September 1972 bis Juni 2007 (jeweils Monatsendbetrachtung) .....	103

---

Tabelle 25:	Projizierte Spotrates nach einem, 120 und 1200 Monaten sowie unbedingte Erwartungswerte im Vasicek-1 Modell (in Prozent).....	108
Tabelle 26:	Verteilung der Zinsstrukturformen im 24ten bzw. 120ten Simulationsmonat im Vasicek-1 Modell .....	109
Tabelle 27:	Benötigte Simulationsmonate im Vasicek-1 Modell, bis das Quantil mehr als zwei Prozentpunkte vom unbedingten Erwartungswert der Spotrate entfernt ist.....	111
Tabelle 28:	Projizierte Spotrates nach einem, 120 und 1200 Monaten sowie unbedingte Erwartungswerte im Vasicek-2 Modell (in Prozent).....	113
Tabelle 29:	Verteilung der Zinsstrukturformen im 24ten bzw. 120ten Simulationsmonat im Vasicek-2 Modell .....	114
Tabelle 30:	Benötigte Simulationsmonate im Vasicek-2 Modell, bis das Quantil mehr als zwei Prozentpunkte vom unbedingten Erwartungswert der Spotrate entfernt ist.....	116
Tabelle 31:	Projizierte Spotrates nach einem, 120 und 1200 Monaten sowie unbedingte Erwartungswerte im Vasicek-3 Modell (in Prozent).....	118
Tabelle 32:	Verteilung der Zinsstrukturformen im 24ten bzw. 120ten Simulationsmonat im Vasicek-3 Modell .....	119
Tabelle 33:	Benötigte Simulationsmonate im Vasicek-3 Modell, bis das Quantil mehr als zwei Prozentpunkte vom unbedingten Erwartungswert der Spotrate entfernt ist.....	121
Tabelle 34:	Projizierte Spotrates nach einem, 120 und 1200 Monaten sowie unbedingte Erwartungswerte im CIR-1 Modell (in Prozent).....	124
Tabelle 35:	Verteilung der Zinsstrukturformen im 24ten bzw. 120ten Simulationsmonat im CIR-1 Modell .....	125
Tabelle 36:	Benötigte Simulationsmonate im CIR-1 Modell, bis das Quantil mehr als zwei Prozentpunkte vom unbedingten Erwartungswert der Spotrate entfernt ist .....	127

---

Tabelle 37:	Projizierte Spotrates nach einem, 120 und 1200 Monaten sowie unbedingte Erwartungswerte im CIR-2 Modell (in Prozent).....	129
Tabelle 38:	Verteilung der Zinsstrukturformen im 24ten bzw. 120ten Simulationsmonat im CIR-2 Modell .....	130
Tabelle 39:	Benötigte Simulationsmonate im CIR-2 Modell, bis das Quantil mehr als zwei Prozentpunkte vom unbedingten Erwartungswert der Spotrate entfernt ist .....	132
Tabelle 40:	Projizierte Spotrates nach einem, 120 und 1200 Monaten sowie unbedingte Erwartungswerte im CIR-3 Modell (in Prozent).....	135
Tabelle 41:	Verteilung der Zinsstrukturformen im 24ten bzw. 120ten Simulationsmonat im CIR-3 Modell .....	136
Tabelle 42:	Benötigte Simulationsmonate im CIR-3 Modell, bis das Quantil mehr als zwei Prozentpunkte vom unbedingten Erwartungswert der Spotrate entfernt ist .....	138
Tabelle 43:	Maxima der Likelihood-Optimierung und Standardabweichungen der Störterme.....	139
Tabelle 44:	Zur Optimierung notwendiger Rechenaufwand .....	140
Tabelle 45:	Im Beispielportfolio enthaltene Anleihen.....	161
Tabelle 46:	Nennwerte (in Euro) nach Zinsstrukturmodell der zu Beginn im Beispielportfolio enthaltenen Anleihen.....	164
Tabelle 47:	Quantile der simulierten Portfoliowerte (in Euro) nach 54 und 120 Monaten im Vasicek-1 Modell.....	165
Tabelle 48:	Quantile der simulierten Portfoliowerte (in Euro) nach 54 und 120 Monaten im Vasicek-2 Modell.....	167
Tabelle 49:	Quantile der simulierten Portfoliowerte (in Euro) nach 54 und 120 Monaten im Vasicek-3 Modell.....	168

---

Tabelle 50:	Quantile der simulierten Portfoliowerte (in Euro) nach 54 und 120 Monaten im CIR-1 Modell .....	170
Tabelle 51:	Quantile der simulierten Portfoliowerte (in Euro) nach 54 und 120 Monaten im CIR-2 Modell .....	171
Tabelle 52:	Quantile der simulierten Portfoliowerte (in Euro) nach 54 und 120 Monaten im CIR-3 Modell .....	173
Tabelle 53:	Empirische Erwartungswerte der Spotrates (in Prozent) sowie Standardabweichungen (in Basispunkten) und Korrelationen der empirischen Residuen .....	184
Tabelle 54:	Unbedingte Erwartungswerte sowie Standardabweichungen (in Prozent) und Korrelationen der Spotrates im Vasicek-1 Modell.....	185
Tabelle 55:	Mittelwerte und Standardabweichungen (in Basispunkten) sowie Autokorrelationen erster Ordnung und Korrelationen der modellbedingten Residuen im Vasicek-1 Modell .....	186
Tabelle 56:	Unbedingte Erwartungswerte sowie Standardabweichungen (in Prozent) und Korrelationen der Spotrates im Vasicek-2 Modell.....	187
Tabelle 57:	Mittelwerte und Standardabweichungen (in Basispunkten) sowie Autokorrelationen erster Ordnung und Korrelationen der modellbedingten Residuen im Vasicek-2 Modell .....	188
Tabelle 58:	Unbedingte Erwartungswerte sowie Standardabweichungen (in Prozent) und Korrelationen der Spotrates im Vasicek-3 Modell.....	189
Tabelle 59:	Mittelwerte und Standardabweichungen (in Basispunkten) sowie Autokorrelationen erster Ordnung und Korrelationen der modellbedingten Residuen im Vasicek-3 Modell .....	190
Tabelle 60:	Unbedingte Erwartungswerte sowie Standardabweichungen (in Prozent) und Korrelationen der Spotrates im CIR-1 Modell .....	191
Tabelle 61:	Mittelwerte und Standardabweichungen (in Basispunkten) sowie Autokorrelationen erster Ordnung und Korrelationen der modellbedingten Residuen im CIR-1 Modell.....	192

Tabelle 62:	Unbedingte Erwartungswerte sowie Standardabweichungen (in Prozent) und Korrelationen der Spotrates im CIR-2 Modell .....	193
Tabelle 63:	Mittelwerte und Standardabweichungen (in Basispunkten) sowie Autokorrelationen erster Ordnung und Korrelationen der modellbedingten Residuen im CIR-2 Modell.....	194
Tabelle 64:	Unbedingte Erwartungswerte sowie Standardabweichungen (in Prozent) und Korrelationen der Spotrates im CIR-3 Modell .....	195
Tabelle 65:	Mittelwerte und Standardabweichungen (in Basispunkten) sowie Autokorrelationen erster Ordnung und Korrelationen der modellbedingten Residuen im CIR-3 Modell.....	196