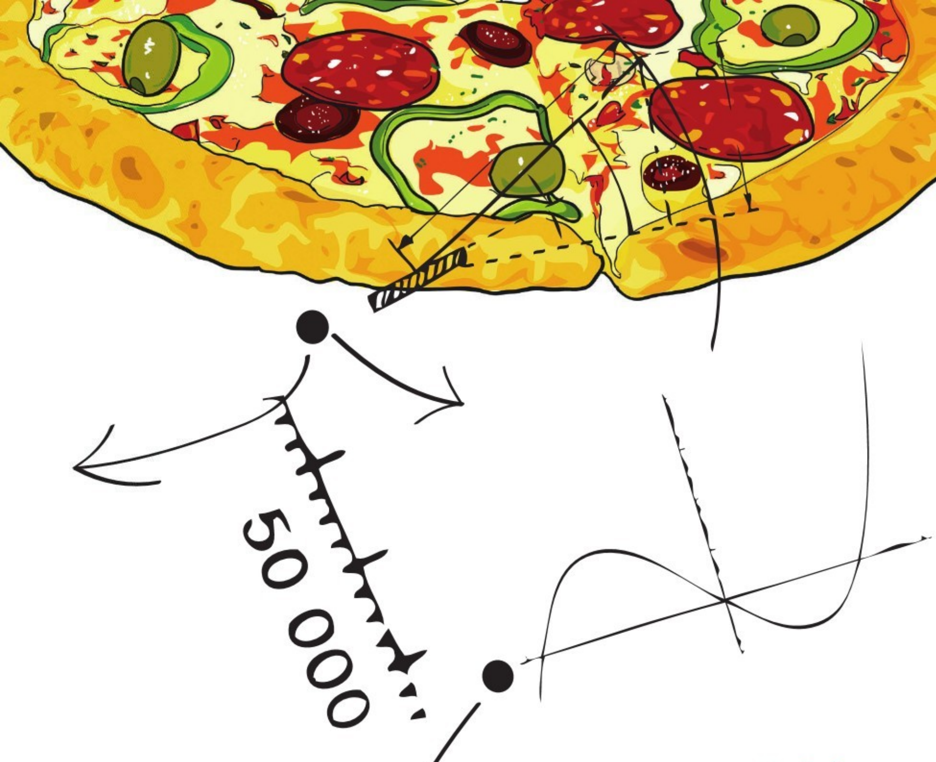

Peter Winkler

Spektrum
AKADEMISCHER VERLAG
Sachbuch

Mehr mathematische Rätsel für Liebhaber

Mehr Mathematische Rätsel für Liebhaber

Peter Winkler

Mehr Mathematische Rätsel für Liebhaber

Aus dem Amerikanischen übersetzt von

Thomas Filk

Spektrum
AKADEMISCHER VERLAG

Titel der Originalausgabe: Mathematical Mind-Benders
Aus dem Amerikanischen übersetzt von Thomas Filk

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Springer ist ein Unternehmen von Springer Science+Business Media
springer.de

Spektrum Akademischer Verlag ist ein Imprint von Springer

10 11 12 13 14   5 4 3 2 1

Planung und Lektorat: Dr. Andreas Rüdinger, Bianca Alton
Satz: le-tex publishing services GmbH, Leipzig
Umschlaggestaltung: wsp design Werbeagentur GmbH, Heidelberg

ISBN 978-3-8274-2349-8

Dieses Buch hat unzählige Autoren. Sie leben in der ganzen Welt und von ihnen habe ich diese wunderbaren Knobeleien. Einige von ihnen haben mein früheres Buch gelesen, andere gehören zu meinen neuen Freunden und Kollegen in Neu England. Besonders danken möchte ich auch den Stiftern der Albert Bradley Third Century Professur in den Naturwissenschaften in Dartmouth.

Alle eigenen Beiträge widme ich meinen Eltern, Drs. Bernard und Miriam Winkler. Irgendwann hatten sie vermutlich gehofft, ihr erstgeborener Sohn würde einmal ein nützliches Mitglied der Gesellschaft, und dann mussten sie mit ansehen, wie er zu einem Mathematiker heranwuchs.

Vorwort

Die Mathematik ist kein Spaziergang entlang einer breiten Allee, sondern eine Reise in eine fremde Wildnis, in der man leicht verloren gehen kann.

W. S. Anglin

Dieses Buch richtet sich an Liebhaber der Mathematik, Liebhaber von Rätseln und Liebhaber von anspruchsvollen intellektuellen Knobeleien. In erster Linie möchte ich all jene ansprechen, für die die Welt der Mathematik wohlgeordnet, logisch und anschaulich ist, und die gleichzeitig offen dafür sind, sich eines Besseren belehren zu lassen.

Wer die Rätsel verstehen und lösen möchte, sollte einen gewissen Spaß an der Mathematik mitbringen, auch wenn das alleine oft nicht ausreichen wird. Man sollte wissen, was ein Punkt und eine Linie sind, was eine Primzahl ist, und was die Wahrscheinlichkeit dafür ist, einen Sechser-Pasch zu würfeln. Insbesondere sollte man eine Vorstellung davon haben, was ein *Beweis* ist.

Sie brauchen *keinen* professionellen mathematischen Hintergrund, und Sie benötigen auch keinen Computer, Taschenrechner oder irgendein Mathematikbuch. Allerdings sollten Sie – wie Paul Erdős es ausgedrückt hätte – Kopf und Verstand weit öffnen. In manchen Fällen dürfte es von Vorteil sein, keine Vorlesungen zur Mathematik besucht zu haben, und in anderen Fällen werden Sie die Antwort lesen und verstehen, und sie trotzdem nicht glauben wollen.

Von überall her stammen diese Rätsel und von Leuten mit den unterschiedlichsten Interessen. Seit der Veröffentlichung meines letzten Rätselbuchs[1] erhielt ich viele neue und alte Rätsel. Irgendwann musste ich überrascht feststellen, dass ich seither mehr unveröffentlichte Puzzles hinzugewonnen habe, sowohl hinsichtlich ihrer Menge als auch ihrer Qualität, als in den ganzen zwanzig Jahren zuvor.

Aufmerksame Leser meines früheren Buchs werden einige Unterschiede bemerken. Die Rätsel haben oft ein Überraschungsmoment; einige stammen aus meinem Artikel für das Siebte Gardner-Treffen: „Seven Mathematical Puzzles You Think You Must Not Have Heard Correctly“ (Sieben mathematische Rätsel, bei denen Sie glauben, sich verhört zu haben). Ich habe mich auch bemüht, die Quellen der Rätsel etwas sorgfältiger zu recherchieren als früher, sodass zumindest *einige* Informationen diesbezüglich stimmen dürften. Abgesehen von meinen eigenen Rätseln kann ich jedoch kaum mehr als ein „redliches Bemühen“ versprechen. Angeregt durch Kommentare meiner Leser habe ich bei der Darstellung der Lösungen auch versucht zu erläutern, wie man auf die jeweilige Lösung hätte kommen können. Leider dürfte mir das in vielen Fällen nicht geglückt sein, und manchmal weiß ich es selbst nicht.

---

[1] *Mathematische Rätsel für Liebhaber*, Spektrum Akademischer Verlag

Die Formulierungen der Rätsel und ihrer Lösungen stammen von mir, und daher bin ausschließlich ich für alle Fehler oder Mehrdeutigkeiten verantwortlich, und davon wird es einige geben, da bin ich mir sicher.

Ich wollte für dieses Buch elegante und unterhaltsame Rätsel zusammentragen. Die Lösungen selbst sind nicht schwer, aber es ist oft nicht leicht, sie zu finden; häufig vermitteln sie eine gewisse Vorstellung von einem bestimmten mathematischen Konzept, aber sie erfordern keine anspruchsvolle Mathematik. Insbesondere war es meine Absicht, Sie mit diesen Rätseln zu verblüffen, Ihre Intuition und Anschauung herauszufordern und Denkanstöße zu geben. Nicht alle Rätsel erfüllen diese Kriterien, aber es gibt unter ihnen einige Prachtexemplare. Der Spaß und die Freude an der Erkenntnis werden hoffentlich den bescheidenen Preis dieses Buches weit übertreffen. Einige Beispiele sind „Kurven auf Kartoffeloberflächen“ S. 3, „Roulette für Unvorsichtige“ S. 4, „Liebe in Kleptopia“ S. 13, „Wasserscheue Würmer“ S. 14, „Fehlerhaftes Zahlenschloss“ S. 15, „Namensuche in Schachteln“ S. 17, „Chamäleons“ S. 32, „Gleichschwere Brötchen“ S. 34, „Zwei Blinker (fast) im Takt“ S. 34, „Rote und blaue Würfel“ S. 35, „Alice auf dem Meterstab“ S. 58, „Alice auf dem Kreis“ S. 58, „Münzen auf dem Tisch“ S. 73, „Paket im Paket“ S. 76, „Leicht beeinflussbare Denker“ S. 98, „Lemming auf einem Schachbrett“ S. 99, „Hüte und Unendlichkeit“ S. 136, „Ziegelturm“ S. 139, „Eiscremetorte“ S. 165, „Drei Schatten einer Kurve“ S. 166, „Minimalfläche eines Polygons“ S. 169, …

Ein paar Anmerkungen zum Aufbau des Buches. Ich habe die Rätsel in Kapiteln zusammengefasst, die mehr oder weniger unterschiedlichen mathematischen Gebieten entsprechen. Die Lösungen stehen jeweils am Ende der jeweiligen Kapitel; Einzelheiten zum Hintergrund und zur Quelle finden Sie bei den Lösungen. Die ursprüngliche Frage wird bei den Lösungen nicht nochmals wiederholt, denn ich wollte das Rätsel und die Lösungen nicht auf dieselbe Seite schreiben. Damit hoffe ich den Leser dazu anregen zu können, zumindest *etwas* über das Rätsel nachzudenken.

Viele der Rätsel haben es in sich, und Sie können zurecht auf jede Lösung stolz sein, die Sie eigenständig finden. In manchen Fällen dürfte sogar das Verstehen der Lösung mit einigem Aufwand verbunden sein.

Viel Glück, und frohes Rätseln!

Peter Winkler

Anmerkungen zur deutschen Ausgabe

In den Text sind viele Anregungen und Verbesserungsvorschläge von argusäugigen Lesern eingeflossen, allen voran von meinem genialen Freund Svante Janson (von der Uppsala Universität in Schweden). Offenbar hat er sämtliche Aufgaben zunächst selbst gelöst, bevor er seine Lösungen mit meinen verglichen hat.

Im Vergleich zur amerikanischen Ausgabe (A K Peters Ltd., 2007) wurde für die deutsche Ausgabe ein Kapitel über Wortspielereien herausgenommen, da sich diese oft schlecht übersetzen lassen. Stattdessen wurde ein neues Kapitel angehängt, das einige besonders unterhaltsame und „unwiderstehliche" neue Rätsel enthält, über die ich seit der Veröffentlichung des Buches gestolpert bin.

Peter Winkler

Inhaltsverzeichnis

1 Zum Aufwärmen

Gehirn (n.) Ein Organ, mit dem wir denken, dass wir denken.

Ambrose Bierce (1842–1914),
„Des Teufels Wörterbuch“

Wir beginnen mit einigen (relativ) einfachen Aufgaben als Dehnübungen für Ihren Kopf. Die Mathematik ist nicht schwierig, aber etwas logisches Denken ist angesagt.

Halb erwachsen

In welchem Alter hat ein Durchschnittskind die Hälfte der Körpergröße erreicht, die es einmal als Erwachsener haben wird?

Murmelsäcke

Sie haben 15 Murmelsäcke. Wie viele Murmeln müssen Sie mindestens haben, sodass es möglich ist, dass keine zwei Säcke dieselbe Anzahl von Murmeln enthalten?

Potenzen von Zwei

Aus wie vielen Personen bestehen „zweimal zwei Paare von Zwillingen“?

Der rollende Bleistift

Ein Bleistift mit einem fünfeckigen Querschnitt hat auf einer seiner fünf Seiten das Logo des Herstellers. Mit welcher Wahrscheinlichkeit bleibt der Bleistift, wenn er über den Tisch gerollt wird, so liegen, dass das Logo nach oben zeigt?

Das Portrait

Ein Besucher zeigt auf ein Portrait an der Wand und fragt, um wen es sich handelt. „Brüder oder Schwestern habe ich keine“, sagt der Gastgeber, „doch der Vater dieses Mannes ist meines Vaters Sohn.“ Wer ist abgebildet?

Seltsame Folge

Welches Symbol sollte in der unten dargestellten Folge als Nächstes kommen?

NYXM

Ein Sprachparameter

Für Spanisch, Russisch oder Hebräisch ist der Parameter 1; für Deutsch 7; für Französisch 14. Wie lautet der Wert für Englisch?

Paraskavedekatriaphoben aufgepasst!

Fällt der 13. eines Monats häufiger auf einen Freitag als auf einen anderen Wochentag, oder *scheint* es nur so?

Nun wird es *etwas* ernster.

Fairplay

Wie können Sie mit einer verbogenen Münze trotzdem noch eine gerechte Entscheidung (50% Wahrscheinlichkeit für jedes Ereignis) herbeiführen?

Kurven auf Kartoffeloberflächen

Beweisen Sie, dass Sie bei zwei verschiedenen (beliebig geformten) Kartoffeln jeweils auf die Oberfläche eine geschlossene Kurve zeichnen können, sodass die beiden Kurven als Kurven im dreidimensionalen Raum identisch sind.

Sie können Ihre Aufwärmübungen mit drei Problemen aus dem Bereich der Wahrscheinlichkeit abschließen; dafür ist eine *winzige* Rechnung notwendig.

Sieger in Wimbledon

Aufgrund magischer Kräfte sind Sie ins Einzel-Endspiel in Wimbledon gelangt und spielen nun gegen Serena Williams oder Roger Federer um Alles oder Nichts. Allerdings können Sie Ihre magischen Kräfte nicht bis zum Ende des Spiels behalten. Wenn es schon sein muss – bei welchem Spielstand sollte die Magie verschwinden, sodass Ihre Chancen auf einen glücklichen Gesamtsieg möglichst groß sind?

Spaghettiringe

Die 100 Enden von 50 gekochten Spaghettistangen werden zufällig paarweise miteinander verknotet. Wie viele geschlossene Spaghettiringe würden Sie im Mittel dabei erwarten?

Roulette für Unvorsichtige

Elwyn besucht eine Mathematikertagung in Las Vergas, und da er noch 105 Dollar in der Tasche hat und bis zum nächsten Vortrag noch etwas Zeit ist, schlendert er zu einem der Roulettetische. Dort bemerkt er, dass das Rouletterad 38 Felder enthält (0, 00 sowie die Zahlen 1 bis 36). Wenn er 1 Dollar auf eine einzelne Zahl setzt, gewinnt er mit einer Wahrscheinlichkeit von 1/38 und er erhält 36 Dollar von der Bank (die seinen Einsatz von 1 Dollar behält). Andernfalls verliert er natürlich seinen Einsatz.

Die Zeit reicht Elwyn gerade, um 105 solcher 1-Dollar-Wetten abzuschließen. Wie groß ist (ungefähr) die Wahrscheinlichkeit, dass Elwyn die Bank insgesamt mit einem Gewinn verlässt? Ist sie größer als beispielsweise 10%?

Lösungen und Kommentare

Halb erwachsen

Eltern von kleinen Kindern wissen es: zwei Jahre (zwischen dem zweiten und dritten Geburtstag)! Der menschliche Körper wächst außerordentlich nicht-linear. Das Rätsel stammt von Jeff Steif von der Chalmers Universität in Schweden.

Murmelsäcke

14 Murmeln machen es möglich. Stecken Sie einen leeren Sack in einen zweiten, der eine Murmel enthält, anschließend stecken Sie diesen zweiten Sack in einen dritten mit einer weiteren Murmel, dann den dritten Sack in einen vierten mit einer weiteren Murmel und so weiter. Der i-te Sack enthält also insgesamt $i-1$ Murmeln (sowie $i-1$ Murmelsäcke).

Wenn Sie keinen Sack in andere Säcke stecken wollen – oder diese Lösung als Betrug ansehen – benötigen Sie $0 + 1 + \cdots + 14 = 15 \times 7 = 105$ Murmeln.

Dieses Rätsel erhielt ich von Dick Plotz aus Providence, Rhode Island.

Potenzen von Zwei

Acht. Es hat zunächst den Anschein, als ob insgesamt viermal verdoppelt wird: „zweimal", „zwei", „Paare" und „Zwillingen", was oft zu der Antwort $2^4 = 16$ führt. Doch ein Zwilling ist nur eine Person. Das Rätsel ist ein Klassiker.

Der rollende Bleistift

Mein Kollege Laurie Snell hat mich damit reingelegt. Wie erging es Ihnen? Man hat zunächst den Eindruck, die richtige Antwort sei $\frac{1}{5}$, doch da 5 ungerade ist und der Bleistift auf einer seiner Seiten liegen bleibt, zeigt keine Seite nach oben sondern eine *Kante*. Damit lautet die Antwort null. Bestenfalls könnte man noch $\frac{2}{5}$ durchgehen lassen, je nach Ihrer Vorstellung von „oben", aber auf keinen Fall $\frac{1}{5}$.

Dieses Rätsel findet sich in dem provokanten Buch *Sense and Nonsense of Statistical Interference* von Chamont Wang [55].

Das Portrait

Hierbei handelt es sich um einen Klassiker aus wirklich *antiken* Zeiten, der sich unter anderem in dem Buch *Wie heißt dieses Buch* von Raymond Smullyan findet [52]. Da der Gastgeber keine Geschwister hat, kann „meines Vaters Sohn“ sich nur auf ihn selbst beziehen, und damit stellt das Portrait den Sohn des Gastgebers dar.

Seltsame Folge

Dieses Problem erhielt ich von Keith Cohon, einem Rechtsanwalt der Environmental Protection Agency. Die Symbolfolge soll den Anfang des von hinten nach vorne gelesenen Alphabets darstellen, d. h., ZYXW, wobei allerdings das Z um 90° gedreht wurde (entweder im oder entgegen dem Uhrzeigersinn) und jeder weitere Buchstabe um weitere 90°. Das nächste Symbol wäre somit < oder >, also ein liegendes V.

Ein Sprachparameter

Sieben. Dieses seltsam anmutende Rätsel stammt von Teena Carroll, einer Studentin an der Georgia Tech, und es hat nur indirekt etwas mit Mathematik zu tun. Der betreffende Parameter bezieht sich auf die erste positive ganze Zahl, die in der jeweiligen Sprache einem mehrsilbigen Wort entspricht.

Paraskavedekatriaphoben aufgepasst!

Erstaunlicherweise ist es wahr, und nach meiner Kenntnis ist es zum ersten Mal Bancroft Brown (ebenso wie ich ein Mathematikprofessor in Dartmouth) aufgefallen, der seine Berechnungen im *American Mathematical Monthly* Bd. 40 (1933), S. 607, veröffentlichte. Meine Kollegin Dana Williams machte mich darauf aufmerksam.

Man kann sich rasch selbst davon überzeugen, dass von den 4800 Monaten des 400-jährigen Zyklus unseres Gregorianischen Kalenders der jeweils 13. Tag in 688 Fällen auf einen Freitag fiel. Auf die Wochentage Sonntag und Mittwoch fiel dieser Tag in 687 Fällen, auf Montag und Dienstag in 685 Fällen und auf Donnerstag und Samstag in nur 684 Fällen. Zur Überprüfung muss man berücksichtigen, dass die Schaltjahre in den Jahren, die Vielfache von 100 sind, ausfallen, allerdings mit Ausnahme der Jahre, die (wie 2000) durch 400 teilbar sind.

Der Aberglaube in Bezug auf Freitag, dem 13., wird üblicherweise dem Datum zugeschrieben, an dem König Philip IV. von Frankreich (Philip der Schöne) den Befehl zur Zerschlagung des Templerordens gegeben hat.

Übrigens können geübte Personen (wie z. B. der legendäre John H. Conway aus Princeton) den Wochentag eines beliebigen Datums in der Vergangenheit ziemlich rasch bestimmen, selbst unter Berücksichtigung vergangener Kalenderwechsel. Für gewöhnliche Sterbliche gibt es eine nützliche Regel: In jedem Jahr fallen der 4.4., 6.6., 8.8., 10.10., 12.12., 5.9., 9.5., 11.7., 7.11. und der letzte Tag im Februar immer auf denselben Wochentag. Für das Jahr 2009 handelt es sich dabei um den Samstag, und jedes Jahr verschiebt sich dieser Tag um einen Wochentag nach vorne (sodass im Jahr 2010 dieser Tag auf einen Sonntag fällt), in Schaltjahren um zwei Wochentage.

Fairplay

Werfen Sie die verbogene Münze *zweimal*, und hoffen Sie auf verschiedene Ergebnisse. Kam bei den beiden Würfen Kopf zuerst, definieren Sie diesen Doppelwurf als KOPF, kam Zahl zuerst als ZAHL. Wenn Sie zweimal Kopf oder zweimal Zahl erhalten haben, wiederholen Sie das Experiment.

Tamas Lengyel vom Occidental College in Los Angeles hat mich an dieses Rätsel erinnert. Seine Lösung geht auf den großen Mathematiker und Pionier der Computerwissenschaften Johann von Neumann zurück, und manchmal spricht man auch von „von Neumanns Trick". Selbst für eine gebogene Münze sollten aufeinanderfolgende Würfe statistisch unabhängig sein. Natürlich wird vorausgesetzt, dass die verbogene Münze zumindest im Prinzip auf jede der beiden Seiten fallen kann.

Wenn Sie die Anzahl der Würfe bis zu einer Entscheidung verringern wollen, können Sie die Regeln erweitern. Wenn Sie beispielsweise bei den ersten beiden Würfen KK und bei den nächsten beiden Würfen ZZ erhalten haben, dann können Sie das Ergebnis als KOPF einstufen (und umgekehrt ZZ gefolgt von KK als ZAHL).

Es gibt noch weitere Verbesserungsmöglichkeiten. In einem Artikel von Şerban Nacu und Yuval Peres [42] wird gezeigt, wie man aus diesem Verfahren wirklich den letzten Tropfen herausquetschen und die zu erwartende Anzahl von Würfen bis zu einer Entscheidung minimieren kann, unabhängig von den konkreten Wahrscheinlichkeiten, mit der die Münze auf Kopf oder Zahl liegen bleibt.

Nebenbei gesagt, spielt dieses allgemeine Problem – aus verschiedenen, eher unzuverlässigen Quellen echte Zufallszahlen zu erhalten – eine wichtige Rolle in der Informatik. In den letzten Jahren wurden viele Arbeiten dazu veröffentlicht und teilweise wichtige Fortschritte erzielt.

Kurven auf Kartoffeloberflächen

Stellen Sie sich vor, die beiden Kartoffeln könnten sich durchdringen. Stecken sie (in Gedanken) eine der Kartoffeln in die andere. Die Schnittkurve der beiden Oberflächen entspricht auf beiden Kartoffeln einer Kurve, die den Anforderungen genügt.

Dieses nette Problem findet man (unter anderem) in dem Buch *The Mathemagician and Pied Puzzler* [5].

Sieger in Wimbledon

Zunächst denkt man vermutlich an folgende Lösung: Sie sollten zwei Sätze zu null in Führung liegen (mit drei Gewinnsätzen aus insgesamt fünf hat man das Männereinzel gewonnen), im dritten Satz 5-0 Spiele vorn sein und im sechsten Spiel 40:0 führen. (Vielleicht wollen Sie auch noch den Aufschlag, doch wenn Ihr Aufschlag so gut ist wie meiner, lassen Sie lieber Ihren Gegner das sechste Spiel aufschlagen und hoffen beim Stand von 0:40 auf einen Doppelfehler.)

Nicht so voreilig! Bei diesen Lösungen haben Sie im Wesentlichen drei Chancen, durch viel Glück doch noch zu gewinnen. Sie können aber sogar sechs Chancen haben, mit drei Aufschlägen von Ihnen und drei von Roger Federer. Dazu sollten Sie immer noch zwei Sätze zu null in Führung liegen, aber nun steht es im dritten Satz 6-6 nach Spielen, und im Tie-Break 6 zu 0 (zu Ihren Gunsten natürlich).

Der folgende Vorschlag stammt von Amit Chakrabarti aus Dartmouth. Er beruht darauf, dass üblicherweise für den Punktestand eines Tennismatches nicht nur die gewonnenen Sätze und Spiele angegeben werden, sondern bei einem Spielstand von 6-6 auch die Punkte des Tie-Breaks. In diesem Fall sollten Sie beispielsweise folgenden Punktestand erbitten: erster Satz 6-0, zweiter Satz 6-6 (und 9999-9997 im Tie-Break), dritter Satz 6-6 (und 6-0 im Tie-Break). Die (zugegebenermaßen zweifelhafte) Idee dabei ist, dass Ihr Gegner nach dem zweiten Satz, als Sie noch unter dem Zauber standen, von dem Tie-Break derart frustriert und erschöpft ist, dass er unter den sechs folgenden Matchbällen mit großer Wahrscheinlichkeit einen zu Ihren Gunsten verhaut.

Spaghettiringe

Von diesem Rätsel erfuhr ich von meiner Kollegin Dana Williams in Dartmouth. Es ist schon älter und im Wesentlichen äquivalent zu der Aufgabe „Blades of Grass Game“ auf Seite 198 von *Martin Gardner's Sixth Book of Mathematical Diversions* [21]. Sie müssen bei jedem Schritt die Wahrscheinlichkeit bestimmen, einen Loop (einen geschlossenen Ring) zu erhalten. Anschließend nutzen Sie die „Linearität des Erwartungswerts“ und bestimmen die zu erwartende Anzahl von Loops aus der Summe der zuvor berechneten Wahrscheinlichkeiten.

Wenn Sie zum i-ten Mal zwei Enden verknoten (das passiert insgesamt 50 Mal) nehmen Sie zunächst ein Ende auf, und dann gibt es aus den verbliebenen $101 - 2i$ Enden genau eine Möglichkeit (nämlich das andere Ende dieser Kette), einen Ring zu schließen. Damit ist die Wahrscheinlichkeit beim i-ten Knoten einen Loop zu erhalten gleich $1/(101-2i)$, und somit ist die Gesamtzahl der Loops im Mittel gleich $1/99 + 1/97 + 1/95 + \cdots + 1/3 + 1/1 = 2{,}93777485\ldots$, also etwas weniger als drei Loops! Für eine sehr große Anzahl n von Spaghettistangen ist die mittlere Anzahl von Loops ungefähr gleich der Hälfte des n-ten Terms der harmonischen Reihe, also ungefähr die Hälfte des natürlichen Logarithmus von n.

Roulette für Unvorsichtige

Dieses Problem hörte ich von Elwyn Berlekamp während des siebten Gardner-Treffens (Gathering for Gardner). Später erschien es in der amüsanten Rätselspalte „Puzzles Column“ von ihm und Joe Buhler in der Zeitschrift *Emissary* [3], Frühling/Herbst 2006.

Bei diesem Roulettespiel sind die Gewinnchancen sehr zugunsten der Bank verteilt (mehr noch als bei der europäischen Variante, die kein 00 kennt). Wie jeder weiß, hat man fast immer irgendwann mehr verloren als gewonnen, wenn man sich häufig genug auf eine nachteilige Wette einlässt. Im vorliegenden Fall führt jeder Einsatz zu einem mittleren Verlust von $\$1 - (1/38) \times \$36 = \$1/19$, also ungefähr einem Nickel (5 Cent).

Doch 105 Spiele sind noch nicht oft genug! Elwyn muss nur drei (oder mehr) Male gewinnen, um schließlich mit einem Plus die Bank zu verlassen. In diesem Fall hätte sein Einsatz von \$105 eine Auszahlung von (mindestens) \$108 erbracht. Die Wahrscheinlichkeit *überhaupt nicht* zu gewinnen beträgt $(37/38)^{105} \sim 0{,}0608$; die Wahrscheinlichkeit genau einmal zu gewinnen ist $105 \times (1/38) \times (37/38)^{104} \sim 0{,}1725$, und zweimal zu gewinnen $(105 \times 104/2) \times (1/38)^2 \times (37/38)^{103} \sim 0{,}2425$. Somit ist die Wahrscheinlichkeit, insgesamt einen Gewinn einzufahren, gleich eins minus die Summe dieser drei Werte, also 0,5242 oder etwas mehr als 1/2.

Das bedeutet natürlich nicht, dass Elwyn schließlich Las Vegas sprengen kann. Wenn er nämlich seine drei Gewinne *nicht* hat, verliert er mindestens \$33, also wesentlich mehr als die \$3, die er bei genau drei Gewinnen mit nach Hause nehmen kann (was unter der Voraussetzung, dass er letztendlich die Bank mit einem Plus verlässt, in 43% der Fälle passieren wird). *Im Durchschnitt* verliert Elwyn somit $\$105 \times 1/19 \sim \$5{,}53$.

Wir betrachten für diese Situation noch ein extremeres Beispiel. Angenommen, Elwyn hat \$255, aber er benötigt \$256 als Konferenzgebühr für die Mathematikertagung. Die bestmögliche Strategie besteht darin, zunächst \$1, dann \$2, dann \$4, \$8, \$16, \$32, \$64 und schließlich \$128 auf ROT (oder SCHWARZ) zu setzen. Sobald er auch nur einmal gewinnt, sammelt er das Doppelte seines Einsatzes ein und hört auf. Er hat nun genau die benötigten \$256. Nur wenn er alle 8 Male verliert, kann er seine Konferenzgebühren nicht bezahlen (und hat all sein Geld verloren). Das passiert mit einer Wahrscheinlichkeit von nur $(20/38)^8 < 0{,}006$.

Sie können es selbst ausprobieren. Wenn Sie es sich leisten können, im schlimmsten Fall \$255 zu verlieren, können Sie in ein Spielcasino gehen und mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% mit einem Gewinn nach Hause gehen. Anschließend brauchen Sie für den Rest Ihres Lebens nie mehr zu spielen. Sehr empfehlenswert!