



Friedhelm Kuypers

Physik für Ingenieure und Naturwissenschaftler

Band 2: Elektrizität, Optik und Wellen

3., überarbeitete und erweiterte Auflage



 WILEY-VCH

Contents

[Series](#)

[Autor](#)

[Copyright page](#)

[Vorwort](#)

[C Elektrizität](#)

[17 Elektrostatische Felder](#)

[17.1 Elektrische Ladung](#)

[17.2 Die Coulombkraft](#)

[17.3 Das elektrische Feld](#)

[17.4 Gaußscher Satz](#)

[17.5 Kopierer und Laserdrucker*](#)

[17.6 Noch einmal in Kürze](#)

[17.7 Aufgaben](#)

[18 Potential und Spannung](#)

[18.1 Elektrostatische Arbeit](#)

[18.2 Potential und Spannung](#)

[18.3 Influenz](#)

[18.4 Noch einmal in Kürze](#)

[18.5 Aufgaben](#)

19 Kondensatoren

19.1 Kapazität der Plattenkondensatoren

19.2 Energiedichte elektrischer Felder

19.3 Dielektrika

19.4 Piezoelektrizität

19.5 Noch einmal in Kürze

19.6 Aufgaben

20 Elektrischer Strom

20.1 Der elektrische Strom

20.2 Ohmsches Gesetz

20.3 Elektrische Leistung

20.4 RC-Gleichstromkreise

20.5 Noch einmal in Kürze

20.6 Aufgaben

21 Magnetfelder

21.1 Einführung

21.2 Das Biot-Savartsche Gesetz

21.3 Das Durchflutungsgesetz

21.4 Lorentzkraft

21.5 Drehmoment auf Leiterschleifen

21.6 Der Halleffekt

21.7 Noch einmal in Kürze

21.8 Aufgaben

22 Induktion

22.1 Das Faradaysche Induktionsgesetz

22.2 Lenzsche Regel

[22.3 Wirbelströme](#)

[22.4 Induktivität](#)

[22.5 RL-Gleichstromkreise](#)

[22.6 Energiedichte magnetischer Felder](#)

[22.7 Noch einmal in Kürze](#)

[22.8 Aufgaben](#)

[23 Magnetismus in Materie](#)

[23.1 Magnetisierung](#)

[23.2 Diamagnetismus *](#)

[23.3 Paramagnetismus *](#)

[23.4 Ferromagnetismus](#)

[23.5 Magnetspeicher *](#)

[23.6 Abschirmung von Feldern *](#)

[23.7 Noch einmal in Kürze](#)

[23.8 Aufgaben](#)

[24 Wechselstromkreise](#)

[24.1 Wechselspannung an ohmschen Widerständen](#)

[24.2 Wechselspannung an Spulen](#)

[24.3 Wechselspannung an Kondensatoren](#)

[24.4 Reelle Berechnungen](#)

[24.5 Komplexe Zahlen *](#)

[24.6 Komplexe Widerstände](#)

[24.7 Leistung in Wechselstromkreisen](#)

[24.8 Transformator](#)

[24.9 Drehstrom](#)

[24.10 Schutzrichtungen *](#)

- [24.11 Supraleiter*](#)
- [24.12 Noch einmal in Kürze](#)
- [24.13 Aufgaben](#)

D Optik

25 Reflexion

- [25.1 Einführung](#)
- [25.2 Reflexionsgesetz](#)
- [25.3 Sphärische Spiegel](#)
- [25.4 Noch einmal in Kürze](#)
- [25.5 Aufgaben](#)

26 Brechung

- [26.1 Brechungsgesetz](#)
- [26.2 Totalreflexion und Lichtleiter](#)
- [26.3 Dispersion](#)
- [26.4 Dünne Linsen](#)
- [26.5 Abbildungsfehler](#)
- [26.6 Noch einmal in Kürze](#)
- [26.7 Aufgaben](#)

27 Optische Geräte

- [27.1 Das Auge](#)
- [27.2 Die Lupe](#)
- [27.3 Das Mikroskop](#)
- [27.4 Das Fernrohr](#)
- [27.5 Noch einmal in Kürze](#)

27.6 Aufgaben

E Wellen

28 Einführung

28.1 Wellenfunktionen

28.2 Intensität harmonischer Wellen

28.3 Noch einmal in Kürze

28.4 Aufgaben

29 Stehende Wellen

29.1 Einleitung

29.2 Interferenz bei gleicher
Ausbreitungsrichtung

29.3 Stehende Wellen

29.4 Schwingungen idealer Saiten

29.5 Noch einmal in Kürze

29.6 Aufgaben

30 Interferenz

30.1 Zweistrahlinterferenz

30.2 Vielstrahlinterferenz

30.3 Interferenz von Lichtwellen

30.4 Optische Weglänge*

30.5 Interferenz an dünnen Schichten

30.6 CD- und DVD-Spieler *

30.7 Laser*

30.8 Noch einmal in Kürze

30.9 Aufgaben

31 Beugung

31.1 Huygenssches Prinzip

31.2 Beugung am Einzelspalt

31.3 Beugung und Interferenz an Mehrfachspalten

31.4 Beugung an Lochblende

31.5 Noch einmal in Kürze

31.6 Aufgaben

32 Polarisation

32.1 Polarisator und Analysator

32.2 Polarisationsverfahren für Licht

32.3 Optische Aktivität und LCD-Bildschirme *

32.4 Noch einmal in Kürze

32.5 Aufgaben

33 Akustik

33.1 Schallpegel und Lautstärke

33.2 Nachhall

33.3 Schallschutz

33.4 Doppler-Effekt

33.5 Noch einmal in Kürze

33.6 Aufgaben

Lösungen

Lösungen: 17 Elektrostatische Felder

Lösungen: 18 Potential und Spannung

Lösungen: 19 Kondensatoren

Lösungen: 20 Elektrischer Strom

[Lösungen: 21 Magnetfelder](#)

[Lösungen: 22 Induktion](#)

[Lösungen: 23 Magnetismus in Materie](#)

[Lösungen: 24 Wechselstromkreise](#)

[Lösungen: 25 Reflexion](#)

[Lösungen: 26 Brechung](#)

[Lösungen: 27 Optische Geräte](#)

[Lösungen: 28 Einführung](#)

[Lösungen: 29 Stehende Wellen 29-1 Berechnung
von Schwingungsknoten](#)

[Lösungen: 30 Interferenz](#)

[Lösungen: 31 Beugung](#)

[Lösungen: 32 Polarisierung](#)

[Lösungen: 33 Akustik](#)

[Register](#)

***Beachten Sie bitte auch weitere interessante
Titel zu diesem Thema***

Thomsen, C.

Physik für Ingenieure für Dummies

2011

ISBN: 978-3-527-70622-8

Räsch, T.

Mathematik der Physik für Dummies

2011

ISBN: 978-3-527-70576-4

Kuypers, F.

Klassische Mechanik

**Mit über 300 Beispielen und Aufgaben mit Lösungen
sowie mit DVD und Software „Mechanicus“**

2010

ISBN: 978-3-527-40989-1

Christman, J. R., Derringham, E.

Halliday Physik

880 Lösungen

2008

ISBN: 978-3-527-40901-3

Halliday, D., Resnick, R., Walker, J.

Halliday Physik

Bachelor-Edition

2007

ISBN: 978-3-527-40746-0

Friedhelm Kuypers

Physik für Ingenieure und Naturwissenschaftler

Band 2: Elektrizität, Optik und Wellen

3., überarbeitete und erweiterte Auflage



**WILEY-
VCH**

WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA

Autor

Prof. Dr. Friedhelm Kuypers

Hochschule Regensburg

Prüfeninger Straße 58

93049 Regensburg

friedhelm.kuypers@hs-regensburg.de

Titelbild

@ Igor - Fotolia.com

3., überarbeitete und erweiterte Auflage 2012

Alle Bücher von Wiley-VCH werden sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag in keinem Fall, einschließlich des vorliegenden Werkes, für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler irgendeine Haftung.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2012 Wiley-VCH Verlag & Co. KGaA, Boschstr. 12, 69469 Weinheim, Germany

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in andere Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieses Buches darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form – durch Photokopie, Mikroverfilmung oder irgendein anderes Verfahren – reproduziert oder in eine von Maschinen, insbesondere von Datenverarbeitungsmaschinen, verwendbare Sprache übertragen oder übersetzt werden. Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen, Handelsnamen oder sonstigen Kennzeichen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, dass diese von jedermann frei benutzt werden dürfen. Vielmehr kann es sich auch dann um eingetragene Warenzeichen oder sonstige gesetzlich geschützte Kennzeichen handeln, wenn sie nicht eigens als solche markiert sind.

ISBN: 978-3-527-41144-3

Vorwort

Dieses Buch ist der zweite Band des zweibändigen Werkes „Physik für Ingenieure und Naturwissenschaftler“ und beschäftigt sich mit Elektrizität und Magnetismus, Strahlenoptik und Wellen.

Auch der zweite Band beschränkt sich auf den Stoff,

- der für Ingenieure und Naturwissenschaftler wichtig ist.
- der *im Grundstudium beherrscht und erarbeitet werden kann*. Themen, die wegen ihrer Schwierigkeit nicht voll verstanden und daher auch nicht in Klausuren geprüft werden können, treten höchstens am Rande auf – gewöhnlich in einer Bemerkung oder Fußnote.

Beispiele und 160 Aufgaben werden sorgfältig in den Lehrstoff eingearbeitet. Sie nehmen wieder einen breiten Raum ein, ermöglichen ein Selbststudium und sind von zentraler Bedeutung für das didaktische Konzept. Die Beispiele werden durch einen grauen Balken markiert. Bei jeder Aufgabe wird der subjektiv geschätzte Schwierigkeitsgrad – leicht, mittel, schwer – angegeben.

143 Aufgaben enthalten ausführliche Lösungen am Ende des Buches. Zu den 17 übrigen Aufgaben, deren Überschriften das rechts dargestellte *Maus-Icon* enthalten, werden am Ende des Buches nur die Endergebnisse genannt; ihre ausführlichen Lösungen finden Sie frei zugänglich auf der **Webseite zum Buch unter www.wiley-vch.de**.

Technische Anwendungen kommen im zweiten Band noch häufiger vor als im ersten Band. Kopierer und Laserdrucker, Magnetspeicher, Lichtleiter, CD- und DVD-Spieler, moderne LCD-Bildschirme, Laser werden sogar in eigenen Unterkapiteln dargestellt. Der Leser findet ausführliche Antworten z. B. auf folgende Fragen: Warum laufen

Schallwellen „um die Ecke“, Lichtwellen aber nicht? Warum können Adler besser sehen als Menschen? Wie entstehen die wundervollen Strukturfarben bei Schmetterlingen, Vögeln und Fischen?

Im Gegensatz zur Mehrzahl der Autoren verzichte ich bewusst auf eine Einführung in *alle* klassischen Gebiete der Physik. Eine umfassendere Beschreibung der Physik kann nach meiner Einschätzung nur in wesentlich dickeren Büchern oder auf Kosten der Verständlichkeit erreicht werden. Ich halte ein gutes Verständnis ausgewählter Gebiete und ein sicheres Arbeiten mit mathematischen Hilfsmitteln für vordringlicher als einen weitläufigen Überblick der Physik. Daher werden Sachverhalte oft von verschiedenen Seiten beleuchtet und Endergebnisse ausführlich gesprochen und interpretiert. Typische Fallen, Fehler und Missverständnisse werden immer wieder angesprochen.

Unterkapitel, deren Überschrift mit einem Stern * markiert sind, können beim ersten Lesen übergangen werden.

Abschließend möchte ich wieder allen danken, die bei der Fertigstellung des Buches geholfen haben. Prof. Dr. P. Bickel, Prof. Dr. P. Dato und Frau Dr. Lohner haben Teile des Manuskripts kritisch gelesen und Verbesserungsvorschläge gemacht. Für Diskussionen und Anregungen zur Elektrotechnik danke ich Prof. Dr. W. Floßmann. Prof. Dr. W. Scharf hat maßgebliche und grundlegende Vorschläge zu Inhalt und Aufbau des Kapitels „33 Akustik“ gemacht. Dipl. Ing. O. Kettenbaum hat die übersichtlichen Abbildungen mit großer Zuverlässigkeit und mit Geschick erstellt. Mein ganz besonderer Dank gilt wieder Prof. Dr. A. Deutz für zahllose Gespräche und für seine ständige Bereitschaft, über Probleme der Didaktik und Physik zu diskutieren.

Allen Lesern, die durch Anregungen, Bemerkungen oder auch durch Fragen zur Verbesserung des Buches beitragen,

bin ich auch weiterhin sehr dankbar. Meine E-Mail-Adresse lautet:

friedhelm.kuypers@hs-regensburg.de

Regensburg, im Juni 2012

Friedhelm Kuypers

C

Elektrizität

17

Elektrostatische Felder

Die Elektrostatik befasst sich mit ruhenden (statischen) Ladungen. Die Kraftwirkung zwischen Ladungen wird durch elektrische Felder beschrieben.

17.1 Elektrische Ladung

In der Mechanik gibt es die drei unabhängigen Grundgrößen Masse, Länge und Zeit mit den Einheiten Kilogramm, Meter und Sekunde. Alle anderen Größen wie z. B. Geschwindigkeit werden aus diesen Größen abgeleitet. *In der Elektrodynamik wird eine weitere, vierte Grundgröße benötigt: Die elektrische Stromstärke mit der Einheit Ampere.* Wir müssen die Einheit Ampere bereits jetzt bestimmen, da sie die Einheit Coulomb der elektrischen Ladungen festlegt. Die Einheit 'Ampere' wird wie folgt definiert:

Wenn in zwei geradlinigen, parallelen, sehr langen elektrischen Leitern mit dem Abstand 1 m Ströme gleicher Stärke fließen und wenn zwischen den Leitern pro Einheitslänge (1 m) eine Kraft von $2 \cdot 10^{-7}$ N/m wirkt, dann ist der Strom in jedem Leiter gleich 1 Ampere (1 A).

Didaktisch gesehen hat diese Festlegung den Nachteil, dass sie einerseits schon am Anfang der Elektrodynamik benötigt wird, andererseits aber auf magnetische Kräfte zurückgreift, die erst viel später behandelt werden. Von Vorteil ist aber, dass durch diese Festlegung die magnetische Feldkonstante μ_0 exakt den Wert $4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A² erhält und dass die Einheit Ampere mit rein mechanischen Mitteln bestimmt werden

kann. Allerdings muss der Leiterabstand bei der experimentellen Durchführung viel kleiner als 1m sein.

Bei konstanter Stromstärke I besteht folgender Zusammenhang zwischen der Stromstärke und der geflossenen Ladung Q :

$$I = \frac{Q}{t} \quad \Leftrightarrow \quad Q = I t \quad \text{für konstante Stromstärke}$$

Damit ist die Einheit 'Coulomb' (abgekürzt 'C') der Ladung wie folgt festgelegt:

1 Coulomb = 1 Ampere · Sekunde oder abgekürzt 1 C = 1 A s

Experimentell wurden folgende Aussagen für elektrische Ladungen gefunden:

- Es gibt positive und negative elektrische Ladungen. Willkürlich wurde das Vorzeichen so festgelegt, dass die Ladung der Elektronen negativ ist. Ladungen mit gleichem bzw. verschiedenem Vorzeichen stoßen sich ab bzw. ziehen sich an. Im Gegensatz zur Gravitationskraft, die nur anziehend ist, gibt es hier also anziehende und abstoßende Kräfte.
- Es existiert eine kleinste Ladungsmenge, die sog. Elementarladung.

$$(17.1-1) \quad e_0 = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Ein Elektron hat die Ladung $-e_0$, ein Proton die Ladung e_0 .

Alle Ladungen Q sind stets ganzzahlige Vielfache der Elementarladung:

$$Q = n e_0 \quad \text{mit} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- In abgeschlossenen Systemen, d. h. in Systemen, denen weder Ladungen zugeführt noch entzogen werden, ist die Summe aller Ladungen konstant:

$$\sum_{i=1}^N Q_i = \text{const} \quad \text{in abgeschlossenen Systemen}$$

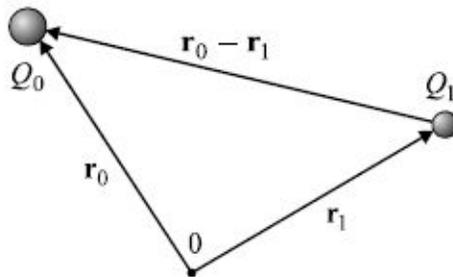
Dieser Ladungserhaltungssatz ist vor allem in der Elementarteilchenphysik wichtig.

17.2 Die Coulombkraft

Die elektrische Ladung eines Körpers wird durch die Kräfte nachgewiesen, die andere geladene Körper auf ihn ausüben.¹ Wir betrachten zwei Ladungen Q_0 , Q_1 mit den Ortsvektoren \mathbf{r}_0 , \mathbf{r}_1 . Die Ladungen seien punktförmig, d. h. ihre Ausdehnungen seien viel kleiner als ihr Abstand. Nach den Experimenten, die vor allem der französische Physiker Coulomb gegen Ende des 18-ten Jahrhunderts machte, ist die sog. „Coulombkraft“ zwischen den Ladungen

- proportional zum Produkt $Q_0 Q_1$ der beiden Ladungen
- indirekt proportional zum Quadrat $(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1)^2$ des Abstandes
- parallel zur Verbindungslinie der beiden Ladungen.

Abb. 17.2-1 Die Coulombkraft der Ladung Q_1 auf die Ladung Q_0 ist parallel zum Vektor $\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1$, proportional zum Produkt $Q_0 Q_1$ beider Ladungen und indirekt proportional zum Quadrat der Entfernung.



Die Coulombkraft der Ladung Q_1 auf die Ladung Q_0 beträgt daher

$$\mathbf{F}_{01} = k \frac{Q_0 Q_1}{(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1)^2} \frac{\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1|}$$

Diese Gl. heißt „Coulombsches Gesetz“. Für spätere Rechnungen ist es sehr vorteilhaft, die Konstante k in der Form $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$ zu schreiben. Daraus folgt:

Die Coulombkraft der Punktladung Q_1 auf die Punktladung Q_0 beträgt:

$$(17.2-1) \quad F_{01} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_0 Q_1}{(r_0 - r_1)^2} \frac{r_0 - r_1}{|r_0 - r_1|}$$

ϵ_0 heißt „elektrische Feldkonstante“ oder „Dielektrizitätskonstante des Vakuums“ oder „Influenzkonstante“ und hat nach den Experimenten den Wert

$$(17.2-2) \quad \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$$

In der Quantenmechanik beschreiben die Coulombkräfte die Bindung der Elektronen an den Atomkern, die Wechselwirkung zwischen Atomen und Molekülen und schließlich auch die zwischenatomaren Kräften in Festkörpern, Flüssigkeiten und Gasen.

Das Coulombgesetz (17.2-1) hat die gleiche Form wie das Gravitationsgesetz, das die Anziehungskraft zwischen zwei Massen beschreibt:

$$F_{01} = -\gamma \frac{m_0 m_1}{(r_0 - r_1)^2} \frac{r_0 - r_1}{|r_0 - r_1|} \quad \text{mit der Gravitationskonstanten} \quad \gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg s^2}$$

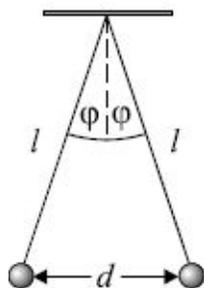
Der einzige Unterschied besteht darin, dass es nur positive Massen und nur anziehende Gravitationskräfte gibt.

Da Coulombkräfte und Gravitationskräfte beide indirekt proportional zum Quadrat des Abstandes sind, hängt ihr Verhältnis nicht vom Abstand ab. Das Verhältnis der beiden Kräften ist für Protonen mit $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

$$\frac{F_C}{F_G} = \frac{8,988 \cdot 10^9 \text{ Nm/C}^2 \cdot (1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \cdot (1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg})^2} \approx 1,24 \cdot 10^{36}$$

Atomkerne sind trotz der abstoßenden Coulombkräfte zwischen den Protonen stabil, weil Protonen und Neutronen durch die „Starke Wechselwirkung“ zusammengehalten werden, auf die wir nicht eingehen.

Abb. 17.2-2 Die Coulombkraft drückt die beiden Pendel auseinander.



Beispiel 17.2-1 Pendel im Gleichgewicht

Zwei kleine Metallkugeln mit Masse m und Ladung Q hängen an Fäden der Länge l im selben Punkt an der Decke.

Berechne die Entfernung d der Kugeln im Gleichgewicht für $d \ll l$.

Lösung:

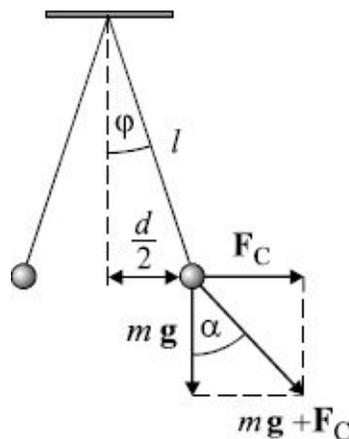
Ein Pendel befindet sich im Gleichgewicht, wenn sein Faden parallel ist zur resultierenden Kraft $m\mathbf{g} + \mathbf{F}_C$, d. h. für $\varphi = \alpha$ (siehe [Abb. 17.2-3](#)):

$$\Rightarrow \sin \alpha = \sin \varphi \approx \tan \varphi$$

$$\Rightarrow \frac{d}{2l} \approx \frac{F_C}{m g} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{d^2} \frac{1}{m g}$$

$$\Rightarrow d \approx \left(\frac{Q^2 l}{2\pi\epsilon_0 m g} \right)^{1/3}$$

Abb. 17.2-3 Gewichtskraft $m\mathbf{g}$ und Coulombkraft \mathbf{F}_C .

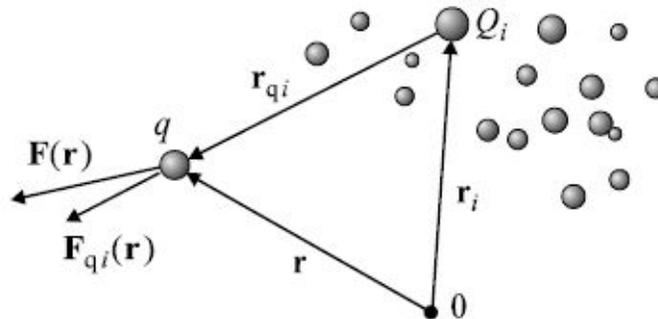


Das Coulombgesetz kann leicht auf mehrere ruhende Ladungen verallgemeinert werden: n Punktladungen Q_i mit den Ortsvektoren \mathbf{r}_i üben insgesamt auf eine Punktladung q an der Stelle \mathbf{r} die Kraft

$$(17.2-3) \quad \mathbf{F}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q Q_i}{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)^2} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|}$$

aus. Die gesamte Coulombkraft ist also einfach die Vektorsumme der n einzelnen Coulombkräfte; es gilt das Superpositionsprinzip.

Abb. 17.2-4 Die gesamte Kraft aller Punktladungen Q_j auf die Ladung q ist die Vektorsumme der n Einzelkräfte $\mathbf{F}_j(\mathbf{r})$ der i -ten Ladung auf die Ladung q .



17.3 Das elektrische Feld

Wir betrachten nochmals [Abb. 17.2-4](#): n Ladungen Q_j mit festen Ortsvektoren \mathbf{r}_j üben auf eine Probeladung q am Ort \mathbf{r} die Kraft

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)^2} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|} \quad (17.3-1)$$

aus. Die Kraft \mathbf{F} ist proportional zur Probeladung q und kann daher in folgender Form geschrieben werden:

$$(17.3-2) \quad \mathbf{F}(\mathbf{r}) = q \mathbf{E}(\mathbf{r})$$

Diese Gl. definiert eine neue physikalische Größe, das “elektrische Feld“ $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, das die n Ladungen Q_j am Ort \mathbf{r} erzeugen:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) := \frac{\mathbf{F}(\mathbf{r})}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)^2} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|} \quad (17.3-3)$$

Die Einheit des elektrischen Feldes 2 ist N/C . Mit der später eingeführten Einheit 'Volt' für die Spannung lautet die Einheit V / m :

(17.3-4) Einheit des elektrischen Feldes : $\frac{N}{C} = \frac{V}{m}$

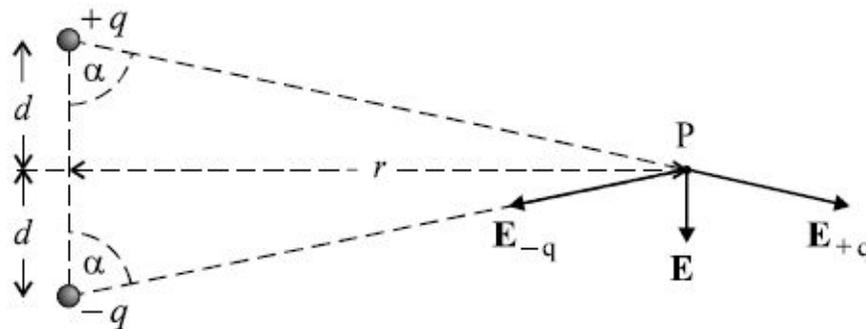
Das elektrische Feld ist unabhängig von der Probeladung q und hängt nur von der Verteilung der Ladungen Q_j ab. Nach dem Superpositionsprinzip überlagern sich die elektrischen Felder mehrerer Ladungen linear. Das elektrische Feld einer positiven Punktladung zeigt radial nach außen.

Bemerkung: Elektrische Felder lassen sich durch Kräfte auf Probeladungen bestimmen. Dabei muss die Probeladung q so klein sein, dass sie die Verteilung der Ladungen Q_j , d. h. die Ortsvektoren r_j durch rückwirkende Kräfte nicht (wesentlich) ändert. Andernfalls würde sich das zu messende Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ bei der Messung ändern.

Beispiel 17.3-1 Feldstärke im Fernfeld eines Dipols

Ein Dipol besteht aus zwei entgegengesetzt gleichen Ladungen mit dem Abstand $2d$. Betrachte einen Dipol, dessen Ladungen übereinander liegen und berechne das elektrische Feld im Punkt P,

Abb. 17.3-1 Dipol mit elektrischen Feldern im Fernpunkt P.
Es gelte: $q > 0$



der im Fernfeld ($r \gg d$) auf einer horizontalen Gerade liegt, die die Verbindungslinie beider Ladungen in der Mitte senkrecht schneidet.

Lösung:

Im Punkt P sind die Beträge der beiden elektrischen Felder, die von den beiden Ladungen erzeugt werden, gleich groß und lauten

$$E_{+q} = E_{-q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + d^2}$$

Die Summe \mathbf{E} der beiden Vektorfelder \mathbf{E}_{+q} , \mathbf{E}_{-q} ist vertikal und hat den Betrag

$$E = 2E_{+q} \cos\alpha = \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + d^2} \frac{d}{\sqrt{r^2 + d^2}} =$$

(17.3-5a)

$$= \frac{2dq}{4\pi\epsilon_0 (r^2 + d^2)^{3/2}} \quad (\text{exakt auch im Nahfeld})$$

(17.3-5b)

$$\Rightarrow E \underset{\substack{\uparrow \\ \text{nur für} \\ r \gg d}}{\approx} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2dq}{r^3} \quad (\text{nur im Fernfeld})$$

Der Ladungsabstand $2d$ und die Ladung q treten nur als Produkt auf. Da dieses Ergebnis für alle Punkte im Fernfeld gilt (also auch für Punkte, die nicht auf der gestrichelten, horizontalen Achse in Abb. [Abb. 17.3-1](#) liegen), können die Ladung q und der Abstand $2d$ im Fernfeld nicht einzeln gemessen werden, sondern nur das sog. „elektrische Dipolmoment“

$$(17.3-6) \quad p := 2d q$$

Der rasche Abfall des Feldes mit r^{-3} ist darauf zurückzuführen, dass die beiden Ladungen mit zunehmendem Abstand r sozusagen immer näher „zusammenrücken“, so dass ihre Felder nicht nur immer schwächer werden, sondern sich auch immer mehr gegeneinander aufheben.

Wenn in einem Volumen V nicht einzelne Ladungen Q_j , sondern eine kontinuierliche Ladungsverteilung mit der Ladungsdichte

$$(17.3-7) \quad \rho(\mathbf{r}) := \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V} \quad \text{an der Stelle } \mathbf{r}$$

vorliegt, dann lautet das elektrische Feld an der Stelle \mathbf{r} :

$$(17.3-8) \quad \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')}{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV'$$

Beispiel 17.3-2 Feldstärke auf der Symmetrieachse einer geladenen Scheibe

a) Berechne das elektrische Feld $\mathbf{E}(x)$ in einem Punkt P auf der Symmetrieachse eines homogen geladenen, dünnen Ringes mit Radius r_{Ring} und positiver Gesamtladung Q .

b) Berechne das Feld $\mathbf{E}(x)$ auf der Symmetrieachse einer geladenen Scheibe mit Radius r_{Scheibe} , positiver Gesamtladung Q und konstanter

Flächenladungsdichte $\sigma := Q / (\pi r_{\text{Scheibe}}^2)$.

c) Untersuche die Grenzfälle

$$x \gg r_{\text{Scheibe}} \text{ und } x \ll r_{\text{Scheibe}}.$$

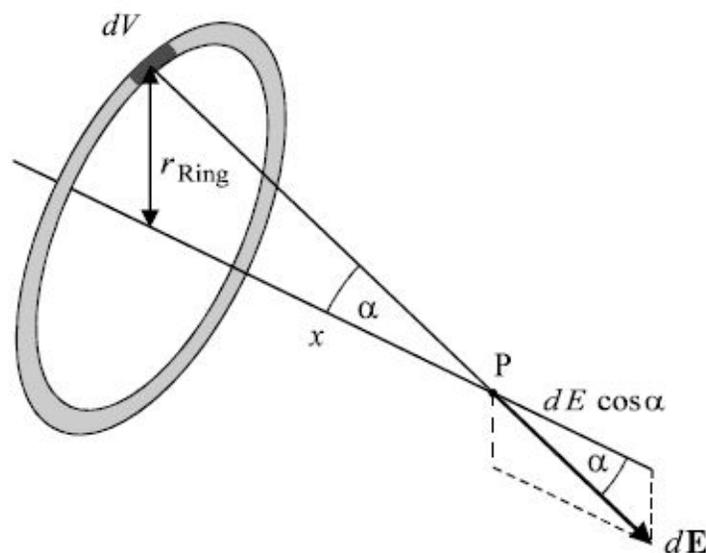
Lösung:

a) Aus Symmetriegründen ist das elektrische Feld \mathbf{E} auf der x-Achse parallel zur x-Achse. Das dunkle Volumenelement in [Abb. 17.3-2](#) erzeugt auf der Symmetrieachse im Punkt P ein Feld mit dem Betrag

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r_{\text{Ring}}^2 + x^2}$$

Bei der Integration über alle Volumenelemente bleibt nur die Komponente in x-Richtung übrig:

Abb. 17.3-2 Das dunkle Volumenelement dV erzeugt auf der Symmetrieachse das Feld $d\mathbf{E}$.



$$dE_x = dE \cos\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r_{\text{Ring}}^2 + x^2} \frac{x}{\sqrt{r_{\text{Ring}}^2 + x^2}} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x dQ}{(r_{\text{Ring}}^2 + x^2)^{3/2}}$$

Bei der Integration über alle Volumenelemente ist x konstant, so dass nur das Integral $\int dQ = Q$ zu berechnen ist. Wir erhalten

$$E_{\text{Ring}}(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{xQ}{(r_{\text{Ring}}^2 + x^2)^{3/2}}$$

(17.3-9)

Für $x \gg r_{\text{Ring}}$ folgt das plausible Ergebnis:

$$E_{\text{Ring}}(x) \approx Q/(4\pi\epsilon_0 x^2)$$

b) Wir nehmen an, dass die Scheibe aus vielen konzentrischen Ringen besteht - jeweils mit Radius r , infinitesimaler Ringdicke dr und infinitesimaler Fläche $dA = 2\pi r dr$. Nach [Gl. \(17.3-9\)](#) erzeugen diese Ringe auf der Symmetrieachse Felder der Stärke

$$dE_{\text{Ring}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x dQ}{(r^2 + x^2)^{3/2}} \stackrel{dQ = \sigma \cdot 2\pi r \cdot dr}{=} \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \frac{r dr}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

Integration über alle Ringe ergibt das gesamte elektrische Feld

$$E_{\text{Scheibe}}(x) = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \int_0^{r_{\text{Scheibe}}} \frac{r dr}{(r^2 + x^2)^{3/2}} = -\frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left[(r^2 + x^2)^{-1/2} \right]_0^{r_{\text{Scheibe}}} =$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (r_{\text{Scheibe}}/x)^2}} \right]$$

(17.3-10)

c) Für $x \gg r_{\text{Scheibe}}$ erhalten wir mit der Taylorentwicklung

$$(1 + \epsilon)^{-1/2} \approx 1 - \frac{1}{2}\epsilon \quad \text{das Feld}$$

$$E_{\text{Scheibe}}(x) \stackrel{x \gg r_{\text{Scheibe}}}{\approx} \frac{\sigma}{4\epsilon_0} \frac{r_{\text{Scheibe}}^2}{x^2} \stackrel{\sigma = Q/(\pi r_{\text{Scheibe}}^2)}{=} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2}$$

Wie erwartet erhalten wir in großer Entfernung das Feld einer Punktladung Q . Für $x \ll r_{\text{Scheibe}}$ hingegen erhalten wir das elektrische Feld einer homogen geladenen, unendlich großen Platte:

[\(17.3-11\)](#)

$$E_{\text{Scheibe}}(x) \underset{x \ll r_{\text{Scheibe}}}{\approx} \frac{\sigma}{2 \epsilon_0} \quad \text{für homogen geladene, unendlich ausgedehnte Platten}$$

(Siehe auch Beispiel (17.4-5.)

- Das Vektorfeld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ kann auf zwei Arten graphisch dargestellt werden:
- Man zeichnet an einigen ausgewählten Stellen \mathbf{r}_j den Vektor $\mathbf{E}(\mathbf{r}_j)$ auf (siehe [Abb. 17.3-3a](#)). Die Länge der gezeichneten Pfeile ist proportional zur Feldstärke.
- Man zeichnet die sog. „Feldlinien“, die wie folgt definiert sind: *Die Tangenten der Feldlinien haben überall die Richtung der elektrischen Feldstärke.* Hier ist die Dichte der Feldlinien proportional zur Feldstärke. *Die elektrischen Feldlinien beginnen bei einer positiven Ladung und enden bei einer negativen Ladung.* Sie schneiden sich nie.

In gleicher Weise werden in Unterkapitel „8.1 Grundlagen der Strömungslehre“ die Stromlinien definiert: Die Tangenten der Stromlinien haben die augenblickliche Richtung der Strömungsgeschwindigkeit. Nach der Kontinuitätsgl. wächst die Dichte der Stromlinien mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit.

Feldlinien ergeben übersichtlichere Bilder und werden daher meistens bevorzugt.

[Abb. 17.3-4a](#) zeigt die Feldlinien eines Dipols, also von zwei entgegengesetzt gleich großen Ladungen. Die Dichte der Feldlinien zeigt, dass die Feldstärke zwischen den Ladungen am größten ist. [Abb. 17.3-4b](#) zeigt die Feldlinien von zwei gleich großen Ladungen. In der Mitte zwischen beiden Ladungen ist die Feldstärke exakt Null. Wenn keine negativen Ladungen vorhanden sind, enden die Feldlinien im Unendlichen.

Abb. 17.3-3a Der Vektor der elektrischen Feldstärke wird an einigen Stellen eingezeichnet. Das Feld läuft von einer positiven Ladung weg.

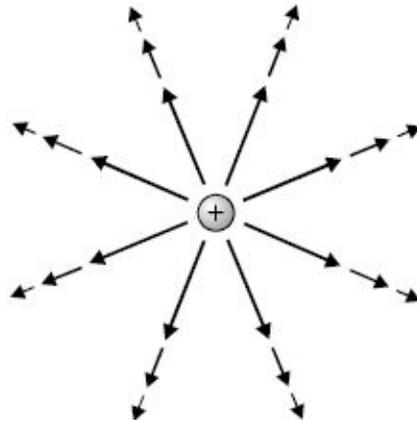


Abb. 17.3-3b Die Tangenten an die Feldlinien haben überall die Richtung der Feldstärke. Die Feldlinien laufen bei einer positiven Ladung nach außen.

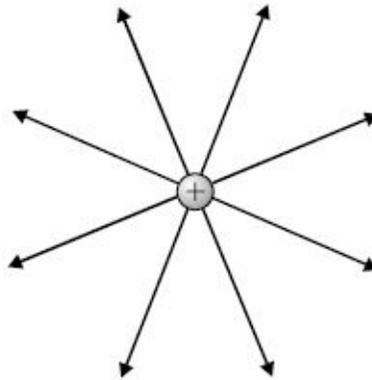


Abb. 17.3-4a Feldlinien eines Dipols.