

Stephanie Schuler
Christine Streit
Gerald Wittmann *Hrsg.*

Perspektiven mathematischer Bildung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule



Springer Spektrum

Perspektiven mathematischer Bildung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule

Stephanie Schuler · Christine Streit ·
Gerald Wittmann
Herausgeber

Perspektiven mathematischer Bildung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule

 Springer Spektrum

Herausgeber

Stephanie Schuler

Gerald Wittmann

Institut für Mathematische Bildung,

Pädagogische Hochschule Freiburg

Freiburg, Deutschland

Christine Streit

Institut Vorschul- und Unterstufe,

Pädagogische Hochschule Nordwestschweiz

Liestal, Schweiz

ISBN 978-3-658-12949-1

DOI 10.1007/978-3-658-12950-7

ISBN 978-3-658-12950-7 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2017

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Planung: Ulrike Schmickler-Hirzebruch

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer Spektrum ist Teil von Springer Nature Die eingetragene Gesellschaft ist Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

Vorwort

Ein erster Ansatz zu diesem Band resultierte aus der Erfahrung, dass sowohl in Deutschland als auch in der Schweiz zahlreiche Forschungsprojekte auf eine Verbesserung der Anschlussfähigkeit von Kindergarten und Grundschule zielen. Da in diesem Themenfeld Kolleginnen aus verschiedensten Disziplinen an der Schnittstelle von Mathematikdidaktik und Frühpädagogik, von Bildungswissenschaften und Kompetenzmessung arbeiten, erschien eine Bestandsaufnahme sinnvoll und hilfreich. Unser Dank gebührt an dieser Stelle Prof. Dr. Ursula Carle, Universität Bremen, für ihre entsprechenden Impulse und Anregungen.

Die Idee nahm im Rahmen des Symposiums *Perspektiven mathematischer Bildung im Übergang vom Kindergarten in die Grundschule* im April 2014 an der Pädagogischen Hochschule Freiburg weiter Gestalt an. Dieses Symposium konnte aufgrund der finanziellen Förderung durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) und des Europäischen Sozialfonds der Europäischen Union (ESF) durchgeführt werden (Förderung im Rahmen des Verbundprojekts *AnschlussM*, Förderkennzeichen 01NV1025/1026, Universität Bremen, und 01NV1027/1028, Pädagogische Hochschule Freiburg).

Alle Beiträge im vorliegenden Band unterliegen einem Peer-Review-Verfahren – sie wurden von mindestens zwei KollegInnen kritisch begutachtet. Dazu haben neben AutorInnen dieses Bandes, die jeweils andere Beiträge begutachteten, auch externe KollegInnen beigetragen: Prof. Dr. Ludwig Bauer, Universität Passau, Prof. Dr. Birgit Brandt, Universität Chemnitz, Dr. Georg Bruckmaier, Universität Regensburg, Prof. Dr. Klaus Fröhlich-Gildhoff, Evangelische Hochschule Freiburg, Dr. Magdalena Maack, Pädagogische Hochschule Freiburg, Dr. Hans-Günter Senftleben, Universität Regensburg, Prof. Dr. Janina Strohmer, Evangelische Hochschule Freiburg, Dr. Christof Weber, Pädagogische Hochschule Nordwestschweiz, Prof. Dr. Dörte Weltzien, Evangelische Hochschule Freiburg, Prof. Dr. Bernd Wollring, Universität Kassel. Ihnen allen gebührt herzlicher Dank für Ihre wertvollen Hinweise!

Weiter gilt unser Dank den beiden Studentischen Hilfskräften Sabrina Wagner und Julia Wohlgut für das akribische Korrekturlesen und ihre Unterstützung bei der Erstellung und Vereinheitlichung der Literaturverzeichnisse.

Es bleibt zu hoffen, dass der vorliegende Band nicht nur Perspektiven mathematischer Bildung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule aufzeigen kann, sondern dass einige davon im Laufe der Zeit auch realisiert werden und damit wirklich zu einer besseren Anschlussfähigkeit beitragen.

Basel und Freiburg, im September 2015

Stephanie Schuler
Christine Streit
Gerald Wittmann

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
	Stephanie Schuler, Christine Streit und Gerald Wittmann	
	Literatur	5
 Teil I Konzepte anschlussfähiger mathematischer Bildung in Kindergarten und Grundschule		
2	Frühe mathematische Bildung – sachgerecht, kindgemäß, anschlussfähig	9
	Hedwig Gasteiger	
2.1	Frühe mathematische Bildung in einem Spannungsfeld	10
2.1.1	Dem Fach Mathematik gerecht werden	11
2.1.2	Dem Kind als Individuum gerecht werden	12
2.1.3	Amtliche Vorgaben und Ausbildungssituation als Herausforderung	14
2.2	Frühe mathematische Bildung im Spiegel der Anschlussfähigkeit	15
2.2.1	Begriffseinordnung	15
2.2.2	Anschlussfähigkeit von Bildungssystemen	16
2.2.3	Anschlussfähigkeit beim Mathematiklernen	16
2.2.4	Anschlussfähigkeit bezogen auf individuelle Lernprozesse	17
2.3	Begründungslinien verschiedener Ansätze früher mathematischer Bildung	18
2.4	Fazit	20
2.4.1	Zentrale Forderungen	20
2.4.2	Ein Ansatz anschlussfähigen Mathematiklernens im Elementarbereich	21
	Literatur	22
3	Integrierte Förderung von Sprache und Mathematik in Kita und Familie	27
	Dagmar Bönig und Bernadette Thöne	
3.1	Sprachliche Kompetenzen und mathematisches Lernens	27
3.2	Das Projekt „Entdecken und Erzählen“ (Enter)	29
3.2.1	Grundlegende Konzeption und Materialien des Projekts	29

3.2.2	Projektablauf	32
3.2.3	Stuhlkreisarbeit als zentrales Projektelement	32
3.3	Ausgewählte Ergebnisse	34
3.4	Ausblick	36
	Literatur	36
4	Entwicklung, Erprobung und Evaluation von Regelspielen zur arithmetischen Frühförderung	41
	Julia Böhringer, Dorothea Hertling und Elisabeth Rathgeb-Schnierer	
4.1	Kriterien zur Auswahl und Entwicklung von Regelspielen	42
4.1.1	Mathematisch gehaltvolle Regelspiele im Bereich „Zahlen und Operationen“	42
4.1.2	Exemplarische Darstellung der Kriterien anhand ausgewählter Spiele	43
4.2	Evaluation von Regelspielen	48
4.2.1	Erfassung von Spielsituationen	48
4.2.2	Erfassung von Spielhäufigkeiten	49
4.2.3	Erfahrungen der pädagogischen Fachkräfte	50
4.2.4	Kindermeinungen	52
4.3	Fazit	53
	Literatur	53
5	Komplementäre Spiel- und Lernumgebungen im Übergang von der Kita in die Grundschule am Beispiel „Würfeltürme“	57
	Dorothea Tubach	
5.1	Kriterien komplementärer Spiel- und Lernumgebungen	57
5.2	„Würfeltürme“ – Eine komplementäre Spiel- und Lernumgebung	59
5.2.1	Lernchancen im Kontext von „Würfeltürme“	60
5.2.2	Substantielle Spielumgebung in der Kita	62
5.2.3	Substantielle Lernumgebung im Anfangsunterricht	62
5.2.4	Dalina und Marvin spielen „Würfeltürme“ in der Kita	64
5.2.5	Ajsa und Paula bearbeiten „Würfeltürme“ in der Grundschule	66
5.2.6	Vergleich der Sequenzen aus Kita und Grundschule: Gemeinsamkeiten und Unterschiede	69
5.3	Komplementäre Spiel- und Lernumgebungen im Spannungsfeld von Kontinuitäten und Diskontinuitäten	70
	Literatur	72

6	Bauen und Konstruieren mit Einheitswürfeln – Elemente individueller Baustrategien und geometrische Lernumgebungen in der Kooperation von Kita und Grundschule	75
	Simone Reinhold	
6.1	Erwerb räumlicher Fähigkeiten beim Bauen und Konstruieren	75
6.2	Baustrategien von Vor- und Grundschulkindern: das Projekt (Y)CUBES	77
6.2.1	Bisherige Befunde zu Baustrategien von Vor- und Grundschulkindern	77
6.2.2	Fragestellungen und Ziele	78
6.2.3	Teilstudien und methodisches Vorgehen	78
6.2.4	Einbezug der Fröbel'schen Spielgaben	79
6.2.5	Ausgewählte Ergebnisse	80
6.3	Geometrische Lernumgebungen zum Konstruieren in der Kooperation . .	83
6.3.1	Berücksichtigung institutionenspezifischer Bedingungen und Gemeinsamkeiten	83
6.3.2	Gemeinsame Lernerlebnisse in institutionenübergreifenden Kooperationen	85
	Literatur	87
7	Mathematiklernen in materialgestützten Settings	91
	Thomas Royar, Stephanie Schuler, Christine Streit und Gerald Wittmann	
7.1	Einführung	91
7.2	Drei verschiedene Lernsettings	93
7.3	Vom freien zum instruierten Lernsetting am Beispiel des Materials Pattern Blocks	94
7.4	Stufenspezifische Gewichtung der Lernsettings	98
7.4.1	MATHELino im Kindergarten	98
7.4.2	MATHELino in der Kooperation und im Anfangsunterricht	99
7.5	Günstige Voraussetzungen und Rahmenbedingungen	100
7.5.1	Adaptives Handeln der Fachkräfte	100
7.5.2	Kooperation von Fachkräften und Einrichtungen	101
7.6	Zusammenfassung und Fazit	102
	Literatur	103

Teil II Begleitung mathematischer Lernprozesse im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule

8	Die Bedeutung der Lernbegleitung im Kindergarten und am Anfang der Grundschule	107
	Kathrin Krammer	
8.1	Einleitung	107

8.2	Lern- und Unterrichtsverständnis	108
8.3	Ziele der frühen mathematischen Förderung	109
8.4	Ziele und Formen der Lernbegleitung	110
8.5	Merkmale der hilfreichen Lernbegleitung	112
8.6	Umsetzung der Lernbegleitung in Kindergarten und Grundschule	116
8.7	Fazit und Ausblick	118
	Literatur	119
9	Individuelle Förderung im Kontext früher mathematischer Bildung	125
	Julia Bruns und Lars Eichen	
9.1	Rahmung	125
9.1.1	Zum Verständnis von Bildung im Elementarbereich	125
9.1.2	Adaptive Förderung als Form individueller Unterstützung	126
9.1.3	Mathematische Basiskompetenzen und ihre Förderung	127
9.1.4	Zusammenfassung und Fragestellung	128
9.2	Untersuchungsdesign	128
9.2.1	Stichprobe und Durchführung	128
9.2.2	Instrumente	129
9.2.3	Auswertung	130
9.3	Ausgewählte Ergebnisse	131
9.3.1	Deskriptive Ergebnisse zum Bildungsverständnis	131
9.3.2	Deskriptive Ergebnisse zum adaptiven Förderverhalten	132
9.3.3	Profilgruppen adaptiver Förderung im Vergleich	133
9.4	Diskussion und Fazit	134
	Literatur	136
10	Lernbegleitung als Voraussetzung für mathematische Lerngelegenheiten beim Spielen im Kindergarten	139
	Stephanie Schuler	
10.1	Mathematiklernen beim Spielen	139
10.2	Mathematisches Potenzial des Spiels Stechen	140
10.3	Zur Rolle der pädagogischen Fachkraft im frühkindlichen Lernprozess	141
10.4	Forschungsfragen und Design	142
10.5	Ergebnisse	143
10.5.1	Analyse von Spielsituationen	144
10.5.2	Vergleichende Analyse	153
10.6	Zusammenfassung und Diskussion	153
	Literatur	155

11	Wie Lehrpersonen Kinder in materialbasierten Settings begleiten und mathematische Lernprozesse anregen	157
	Christine Streit	
11.1	Individuelle Begleitung früher mathematischer Lernprozesse	157
11.2	Lernprozesse reflektiert begleiten: Das Projekt „Guter Mathestart“	158
11.3	Die wissenschaftliche Begleitung des Projektes	160
11.4	Ergebnisse	162
11.4.1	Analyse der Reflexionsbögen	162
11.4.2	Videoanalyse	163
11.5	Diskussion und Ausblick	165
	Literatur	167
12	Individuelle mathematikbezogene Lernunterstützung bei Regelspielen zur Förderung früher Mengen-Zahlen-Kompetenzen im Kindergarten	171
	Andrea Wullschleger und Rita Stebler	
12.1	Individuelle mathematische Lernunterstützung in Regelspielsituationen	171
12.1.1	Zur Förderung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen via Regelspiele	172
12.1.2	Zur individuellen mathematikbezogenen Lernunterstützung durch die Pädagogin	174
12.2	Individuelle Lernunterstützung beim Regelspiel Klipp-Klapp	176
12.2.1	Methodisches Vorgehen	176
12.3	Ergebnisse	178
12.4	Diskussion	182
	Literatur	184
 Teil III Mathematikbezogene professionelle Kompetenz pädagogischer Fachkräfte in Kindergarten und Grundschule		
13	Wissen und Überzeugungen – zentrale Aspekte der mathematikbezogenen professionellen Kompetenz pädagogischer Fachkräfte	189
	Gerald Wittmann	
13.1	Einführung	189
13.2	Modelle professioneller Kompetenz	190
13.2.1	Strukturmodelle	190
13.2.2	Prozessmodelle	192
13.3	Mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen	194
13.3.1	Konzeptualisierung	194
13.3.2	Erfassung	195
13.3.3	Empirische Befunde	195
13.4	Überzeugungen	197
13.4.1	Konzeptualisierung	197

13.4.2 Erfassung	198
13.4.3 Empirische Befunde	199
13.5 Zusammenfassung	201
Literatur	202
14 Operationalisierung des mathematikbezogenen Wissens angehender frühpädagogischer Fachkräfte	207
Simone Dunekacke, Lars Jenßen, Katja Eilerts und Marianne Grassmann	
14.1 Operationalisierung des mathematikbezogenen Wissens	208
14.1.1 Professionelle Kompetenz frühpädagogischer Fachkräfte	208
14.1.2 Operationalisierung des mathematischen Wissens	209
14.1.3 Operationalisierung des mathematikdidaktischen Wissens	211
14.2 Differenzielle Validität der Leistungstests	214
14.2.1 Methode	214
14.2.2 Ergebnisse	217
14.3 Zusammenfassung	218
Literatur	220
15 Das intendierte Handeln in offenen Lehr-Lern-Situationen als Indikator für die mathematikbezogene Kompetenz von ErzieherInnen und GrundschullehrerInnen	223
Stephanie Schuler, Gerald Wittmann, Anne Levin und Dagmar Bönig	
15.1 Einführung	223
15.2 Theoretischer Rahmen und Untersuchungsfragen	224
15.3 Untersuchungsdesign	226
15.3.1 Erhebung des intendierten Handelns mittels Bild- und Videovignetten	226
15.3.2 Konstruktion der Bild- und Videovignetten	227
15.3.3 Durchführung der Erhebung	229
15.3.4 Ratingverfahren und Auswertung	230
15.4 Ergebnisse	232
15.5 Diskussion und Ausblick	233
Literatur	235
16 „Zähl’ nochmal genauer!“ – Handlungsnahe mathematikbezogene Kompetenzen von pädagogischen Fachkräften erheben	239
Brigitte Hepberger, Anke Lindmeier, Elisabeth Moser Opitz und Aiso Heinze	
16.1 Theoretischer Hintergrund	239
16.1.1 Merkmale von pädagogischen Fachkräften mit Bezug zu mathematischen Bildungsprozessen	240
16.1.2 Kompetenz als Koordination von individuellen Merkmalen versus holistische Sicht auf Handlungskompetenz	242

16.2	Mathematikbezogene Kompetenzen erheben	242
16.2.1	Theoretische Modellierung	242
16.2.2	Strukturelle Rahmenbedingungen in der Schweiz und in Deutschland	245
16.2.3	Konstruktion des Erhebungsinstruments	245
16.3	Pilotierung des Erhebungsinstruments	248
16.3.1	Stichprobe und Durchführung	248
16.3.2	Testkennwerte	249
16.3.3	Validität	250
16.4	Diskussion und Ausblick	251
	Literatur	251
17	„Weil durch Zwingen lernen sie es sowieso nicht“. Überzeugungen pädagogischer Fachkräfte zum mathematischen Lernen im Kindergarten	255
	Michael Link, Franziska Vogt und Bernhard Hauser	
17.1	Mathematische Lerngelegenheiten im Kindergarten	255
17.2	Überzeugungen zum mathematischen Lernen im Kindergarten	256
17.3	Untersuchungsfragen und -design	259
17.4	Ergebnisse	259
17.4.1	Mathematische Lerngelegenheiten im Kindergarten	259
17.4.2	Überzeugungen zum mathematischen Lernen im Kindergarten	261
17.5	Diskussion	264
	Literatur	266
18	Wie konzipieren ErzieherInnen frühe mathematische Bildung? Eine Analyse von Praxisberichten berufsbegleitend Studierender	269
	Annette Schmitt und Anja Schwentesius	
18.1	Theoretischer Rahmen	269
18.2	Forschungsanliegen und Forschungsfragen	272
18.3	Methode	273
18.3.1	Stichprobe und Charakterisierung des Materials	274
18.3.2	Auswertung	275
18.4	Ergebnisse	277
18.4.1	Aspekte der mathematischen Bildung	277
18.4.2	Pädagogisch-didaktische Grundpositionen und Handlungskonzepte	278
18.5	Diskussion	282
	Literatur	283

19 Handlungsleitende Orientierungen von Lehrpersonen bei der Umsetzung einer kooperativen Lehr-Lern-Form im Mathematikunterricht der Grundschule 285
Anne Fellmann
19.1 Einleitung und Fragestellung 285
19.2 Theorie und Forschungsstand 286
 19.2.1 Lehrerprofessionalität 286
 19.2.2 Rekontextualisierung 287
 19.2.3 Wechselseitiges Lehren und Lernen 288
19.3 Untersuchungsdesign 288
 19.3.1 Darstellung des Samples 288
 19.3.2 Methodologische Grundlagen und Methode 289
19.4 Analyse und Darstellung der empirischen Befunde 290
19.5 Zusammenfassung und Fazit 294
 Literatur 296

Autorenverzeichnis

Julia Böhringer Fach Mathematik, Pädagogische Hochschule Weingarten, Weingarten, Deutschland

Dagmar Bönig FB 12: Bildungs- und Erziehungswissenschaften, Universität Bremen, Bremen, Deutschland

Julia Bruns Institut für Erziehungswissenschaften, Humboldt-Universität zu Berlin, Berlin, Deutschland

Simone Dunekacke Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik, Universität Kiel, Kiel, Deutschland

Lars Eichen Institut für Erziehungswissenschaften, Humboldt-Universität zu Berlin, Berlin, Deutschland

Katja Eilerts Institut für Erziehungswissenschaften, Humboldt-Universität zu Berlin, Berlin, Deutschland

Anne Fellmann Bundeszentrum für Begabungsförderung und Individualisierung, Pädagogische Hochschule Salzburg, Salzburg, Österreich

Hedwig Gasteiger Institut für Mathematik/Mathematikdidaktik, Universität Osnabrück, Osnabrück, Deutschland

Marianne Grassmann Humboldt-Universität zu Berlin, Berlin, Deutschland

Bernhard Hauser Institut für Lehr- und Lernforschung, Pädagogische Hochschule St. Gallen, St. Gallen, Schweiz

Aiso Heinze Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik, Universität Kiel, Kiel, Deutschland

Brigitte Hepberger Interkantonale Hochschule für Heilpädagogik, Zürich, Schweiz

Dorothea Hertling Fach Mathematik, Pädagogische Hochschule Weingarten, Weingarten, Deutschland

Lars Jenßen Institut für Erziehungswissenschaften, Humboldt-Universität zu Berlin, Berlin, Deutschland

Kathrin Krammer Pädagogische Hochschule Luzern, Luzern, Schweiz

Anne Levin FB 12: Bildungs- und Erziehungswissenschaften, Universität Bremen, Bremen, Deutschland

Anke Lindmeier Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik, Kiel, Deutschland

Michael Link Institut Lehr- und Lernforschung, Pädagogische Hochschule St. Gallen, St. Gallen, Schweiz

Elisabeth Moser Opitz Institut für Erziehungswissenschaft, Universität Zürich, Zürich, Schweiz

Elisabeth Rathgeb-Schnierer Fach Mathematik, Pädagogische Hochschule Weingarten, Weingarten, Deutschland

Simone Reinhold Institut für Grundschuldidaktik Mathematik, Universität Leipzig, Leipzig, Deutschland

Thomas Royar Institut Vorschul- und Unterstufe, Pädagogische Hochschule Nordwestschweiz, Liestal, Schweiz

Annette Schmitt Fachbereich Angewandte Humanwissenschaften, Hochschule Magdeburg-Stendal, Stendal, Deutschland

Stephanie Schuler Institut für Mathematische Bildung, Pädagogische Hochschule Freiburg, Freiburg, Deutschland

Anja Schwentesius Fachbereich Angewandte Humanwissenschaften, Hochschule Magdeburg-Stendal, Stendal, Deutschland

Rita Stebler Institut für Erziehungswissenschaft, Universität Zürich, Zürich, Schweiz

Christine Streit Institut Vor- und Unterstufe, Pädagogische Hochschule Nordwestschweiz, Liestal, Schweiz

Bernadette Thöne FB 12: Bildungs- und Erziehungswissenschaften, Universität Bremen, Bremen, Deutschland

Dorothea Tubach Institut für die Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts, Technische Universität Dortmund, Dortmund, Deutschland

Franziska Vogt Institut für Lehr- und Lernforschung, Pädagogische Hochschule St. Gallen, St. Gallen, Schweiz

Gerald Wittmann Institut für Mathematische Bildung, Pädagogische Hochschule Freiburg, Freiburg, Deutschland

Andrea Wullschleger Institut für Erziehungswissenschaft, Universität Zürich, Zürich, Schweiz

Stephanie Schuler, Christine Streit und Gerald Wittmann

Übergänge sind ein fester und damit natürlicher Bestandteil institutionalisierter Bildungsverläufe. Sie bieten einerseits neue Herausforderungen und werden gerade beim Übergang vom Kindergarten in die Grundschule von allen Beteiligten – Kindern, Eltern, pädagogischen Fachkräften in Kindergarten und Schule¹ – mit Spannung erwartet und mit entsprechender Aufmerksamkeit bedacht. Andererseits stellen Übergänge aber auch eine mögliche Hürde für die individuelle Bildungsbiografie dar – psychisch, sozial und kognitiv (Griebel und Niesel 2003; Heinze und Grüßing 2009; Carle 2014). Aufgrund heterogener Lerngruppen, unterschiedlicher Rahmenbedingungen und pädagogischer Traditionen, bildungspolitischer Vorgaben in den abgebenden und aufnehmenden Institutionen sowie fehlender oder mangelhafter Abstimmung kann ein anschließendes Lernen in Einzelfällen durchaus gefährdet sein (Faust 2012; Schuler et al. 2015). So werden Elementar- und Primarbereich vielfach als „zwei getrennte Welten“ (Kreid und Knoke 2011, S. 99) bezeichnet. Angesichts dieser Unterschiede besteht die *Forderung nach Anschlussfähigkeit*

¹ Die beteiligten Fachkräfte werden in den Beiträgen des vorliegenden Bandes jeweils unterschiedlich bezeichnet. In Deutschland wird von ErzieherInnen und GrundschullehrerInnen, institutionenübergreifend aber auch von pädagogischen Fachkräften gesprochen. In der Schweiz hingegen sind die Bezeichnungen Kindergarten- und Primarschullehrpersonen üblich. In den meisten Kantonen der Schweiz ist der Kindergarten Teil des obligatorischen Schulsystems und die Ausbildung der Kindergartenlehrpersonen akademisiert – aus diesen Grund werden pädagogische Fachkräfte im Kindergarten auch als Lehrpersonen bezeichnet (Vogt 2010).

S. Schuler (✉) · G. Wittmann
Institut für Mathematische Bildung, Pädagogische Hochschule Freiburg
Freiburg, Deutschland
E-Mail: stephanie.schuler@ph-freiburg.de

C. Streit
Institut Vorschul- und Unterstufe, Pädagogische Hochschule Nordwestschweiz
Liestal, Schweiz

von *Kindergarten und Grundschule*, um allen Kindern die Bewältigung des Übergangs und damit eine kontinuierliche Bildungsbiografie zu ermöglichen.

Die Anschlussfähigkeit von Kindergarten und Grundschule steht generell in einem *Spannungsfeld* zwischen der Akzeptanz von Unterschieden und Diskontinuitäten als entwicklungsfördernden Herausforderungen einerseits sowie der Reduktion von Unterschieden und der Erhöhung der Kontinuität andererseits (vgl. z. B. Roßbach 2006; Carle 2014; Schuler et al. 2016). Beide Institutionen tragen gemeinsam die Verantwortung, unter Berücksichtigung der jeweiligen institutionellen Kulturen ihre Bildungsbemühungen anschlussfähig zu gestalten und die nötige Kontinuität in der Bildungsbiografie aller Kinder zu sichern. Dabei ist entscheidend (vgl. Gasteiger und Benz 2012; Carle 2014), dass

- es für alle Kinder in der neuen Bildungsinstitution Anknüpfungspunkte gibt, die ein individuell anschließendes und erfolgreiches fachliches wie überfachliches Lernen ermöglichen,
- alle Kinder sowohl im Kindergarten als auch in der Grundschule in ihren Lernprozessen adaptiv und zugleich zielgerichtet unterstützt werden und pädagogisches Handeln nicht lediglich das Ergebnis von Zufälligkeiten oder unterschiedlichen Traditionen ist,
- der Übergang mit seinen verschiedenen Phasen für alle Kinder und Eltern transparent gestaltet wird und die Kinder beim Übergang sowohl vom Kindergarten als auch von der Schule begleitet werden.

In den letzten 15 Jahren entstanden zahlreiche neue Konzepte und Materialien für eine vorschulische mathematische Bildung (für einen Überblick vgl. Schuler 2013, S. 78 ff.). Allerdings werden einige dieser Entwicklungen auch kritisiert, weil sie sich bei genauerer Analyse als nicht anschlussfähig erweisen (Grüßing und Peter-Koop 2007, S. 181). Weiter sind die Effekte vorschulischer Trainingsprogramme häufig nur kurzfristiger Natur und mittelfristig nicht mehr nachweisbar (Krajewski 2008; Pauen und Pahnke 2008; Peter-Koop et al. 2008). Stattdessen werden Lernangebote gefordert, die einen echten und sinnstiftenden Zugang zu mathematischen Inhalten anbieten (Wittmann 2006) und typische mathematische Denk- und Arbeitsweisen in altersgerechter Weise ermöglichen (van Oers 2004).

Die Forderung nach einer anschlussfähigen mathematischen Lernbiografie für alle Kinder kann demnach ohne *Kooperation zwischen Kindergarten und Grundschule* nicht eingelöst werden. Allerdings zeigt sich in der Praxis, dass mathematische Inhalte bei den Kooperationsaktivitäten von Kindergarten und Grundschule nur eine marginale Rolle spielen (Meyer-Siever et al. 2015). Offenbar ist bei Besuchen von Kindergartenkindern in der Schule das Vertraut-Werden mit der neuen Institution das zentrale Anliegen (vgl. Faust 2012) – hier besteht noch Potenzial für eine intensivere, auch mathematikbezogene Nutzung der Kooperationszeit.

Dies richtet den Blick auf die *mathematikbezogene professionelle Kompetenz der pädagogischen Fachkräfte*. Betrachtet man deren Ausbildung in Deutschland, so sind zwei Aspekte auffallend:

- Für den Kindergarten dominiert die Ausbildung zur Staatlich anerkannten ErzieherIn; gleichzeitig spielen HochschulabsolventInnen (auch jene mit einem kindheitspädagogischen Bachelorabschluss) nur eine untergeordnete Rolle in der Kindergartenarbeit vor Ort (Kirstein et al. 2012; Autorengruppe Bildungsberichterstattung 2014). Zudem weisen beide Ausbildungswege nur geringe mathematikbezogene Anteile auf (Janssen 2010).
- In der Grundschule ist der Anteil der fachfremd unterrichtenden LehrerInnen in vielen Bundesländern hoch (Richter et al. 2012, S. 239 f.).

Hingegen ist die Ausbildung der Kindergartenlehrpersonen in der (Deutsch-)Schweiz akademisiert. Die einphasige Ausbildung erfolgt – wie auch die der PrimarlehrerInnen – im Rahmen eines sechssemestrigen Bachelorstudiums an einer Pädagogischen Hochschule². Beide Studiengänge folgen dem so genannten GeneralistInnen-Modell (Oser et al. 2010, S. 12), d. h. es findet keine oder kaum eine Schwerpunktsetzung statt. Die Studierenden belegen vielmehr alle Fachbereiche mit einem relativ geringen Studienanteil.

Der hohe Anteil fachfremd unterrichtender Lehrkräfte in Deutschland ist insofern von nicht zu unterschätzender Bedeutung, als in der internationalen Vergleichsstudie TEDS-M ein deutlich geringeres mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen angehender Grundschullehrkräfte festgestellt wurde, die Mathematik nicht als Fach gewählt hatten. Diesbezüglich lagen die angehenden Schweizer Lehrkräfte für die Grundschule (Klasse 4 bis 6) knapp über den deutschen Lehrkräften mit Mathematik als Fach, jene für Vorschule und Unterstufe (Klasse 1 bis 3) knapp darunter, allerdings deutlich vor den angehenden deutschen Lehrkräften ohne Mathematikstudium (Blömeke et al. 2010, S. 212 ff.; Oser et al. 2010). Im Rahmen des IQB-Ländervergleichs 2011 in Deutschland erzielten in Mathematik fachfremd unterrichtete Klassen niedrigere mittlere Leistungen im Vergleich zu jenen Klassen, deren LehrerIn Mathematik studiert hatte. Besonders deutlich war dieser Zusammenhang bei den leistungsschwächsten SchülerInnen (Richter et al. 2012, S. 239 f.).

Wenn also *Perspektiven mathematischer Bildung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule* aufgezeigt werden sollen, dann trifft dieses Bestreben auf ein komplexes Feld, das eine mehrperspektivische Herangehensweise erfordert. Der vorliegende Band gliedert sich deshalb in drei Teile:

- I. *Konzepte anschlussfähiger mathematischer Bildung in Kindergarten und Grundschule*: Die in den letzten Jahren neu entwickelten Konzepte und Materialien zur frühen mathematischen Bildung unterscheiden sich wesentlich hinsichtlich dreier

² www.edk.ch/dyn/27554.php. Zugegriffen: 30. Nov. 2015

Merkmale: Sachgemäßheit, Kindgemäßheit und Anschlussfähigkeit an den schulischen Anfangsunterricht. Dabei stehen insbesondere Kindgemäßheit und Sachgemäßheit in einem Spannungsverhältnis, das auch für den Mathematikunterricht in der Grundschule existiert (exemplarisch: Schütte 2008). Konzepte und Materialien, die auf ein anschließendes Mathematiklernen zielen, versuchen beiden Aspekten gerecht zu werden: Sie knüpfen einerseits an individuelle Vorerfahrungen und Interessen der Kinder an und berücksichtigen altersgemäße Formen des Lernens. Andererseits sind die Lernangebote mathematisch substanziell. In Teil I des Bandes werden verschiedene Beispiele anschlussfähiger mathematischer Bildung vorgestellt und analysiert, die teilweise auf arithmetische, teilweise aber auch auf geometrische Inhalte zielen.

- II. *Begleitung mathematischer Lernprozesse im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule*: Da sich Lernen stets im Spannungsfeld von Konstruktion und Instruktion bewegt (exemplarisch: Schütte 2004), bedürfen mathematische Lernprozesse der Begleitung durch pädagogische Fachkräfte. Diese Begleitung muss im richtigen Moment erfolgen, kognitiv aktivierend wirken, fachlich fundiert und adaptiv (abgestimmt auf das einzelne Kind und die jeweilige Situation) sein sowie dem Prinzip minimaler Hilfen folgen. Die Beiträge in Teil II zeigen perspektivisch auf, wie eine adäquate Begleitung mathematischer Lernprozesse in Kindergarten und Grundschule gelingen kann. Gleichzeitig verdeutlichen sie, welche Herausforderungen hierbei für die pädagogischen Fachkräfte bestehen.
- III. *Mathematikbezogene professionelle Kompetenz pädagogischer Fachkräfte in Kindergarten und Grundschule*: Dieser Aspekt der professionellen Kompetenz ist grundlegend sowohl für die Auswahl und die Gestaltung anschlussfähiger mathematischer Lernangebote als auch für die produktive Begleitung mathematischer Lernprozesse. Ohne mathematikbezogene Kompetenz von ErzieherInnen und LehrerInnen erscheinen kontinuierliche Lernbiografien aller Kinder nur schwer zu realisieren. Auch wenn Wissen und Überzeugungen schon seit längerem als zentrale Facetten der professionellen Kompetenz pädagogischer Fachkräfte akzeptiert sind, so bestehen derzeit doch höchst unterschiedliche Kompetenzmodelle und Ansätze zur Erfassung einzelner Kompetenzfacetten. Die Beiträge in Teil III des Bandes stellen die aktuelle Forschungslage dar und erlauben auch hier Folgerungen für die Ausbildung pädagogischer Fachkräfte.

Zu Beginn eines jeden der drei Teile steht jeweils ein Basistext, der in das Thema einführt und zentrale Forschungslinien sowie -ergebnisse aufzeigt (Kap. 2, 8 und 13). Die daran anschließenden Texte vertiefen einzelne relevante Aspekte aus unterschiedlichen Perspektiven.

Literatur

- Autorengruppe Bildungsberichterstattung (2014). *Bildung in Deutschland 2014. Ein indikatorengestützter Bericht mit einer Analyse zur Bildung von Menschen mit Behinderungen*. Bonn: BMBF. www.bildungsbericht.de/daten2014/bb_2014.pdf. Zugegriffen: 30. Nov. 2015
- Blömeke, S., Kaiser, G., Döhrmann, M., Suhl, U., & Lehmann, R. (2010). Mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen angehender Primarstufenlehrkräfte im internationalen Vergleich. In S. Blömeke, G. Kaiser, & R. Lehmann (Hrsg.), *TEDS-M 2008 – Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Primarstufenlehrkräfte im internationalen Vergleich* (S. 195–252). Münster: Waxmann.
- Carle, U. (2014). Anschlussfähigkeit zwischen Kindergarten und Schule. In M. Stamm (Hrsg.), *Handbuch Talententwicklung. Theorien, Methoden und Praxis in Psychologie und Pädagogik* (S. 161–171). Bern: Huber.
- Faust, G. (2012). Zur Bedeutung des Schuleintritts für die Kinder – für eine wirkungsvolle Kooperation von Kindergarten und Grundschule. In S. Pohlmann-Rother, & U. Franz (Hrsg.), *Kooperation von KiTa und Grundschule. Eine Herausforderung für das pädagogische Personal* (S. 11–21). Köln: Carl Link.
- Gasteiger, H., & Benz, C. (2012). Mathematiklernen im Übergang – kindgemäß, sachgemäß und anschlussfähig. In S. Pohlmann-Rother, & U. Franz (Hrsg.), *Kooperation von KiTa und Grundschule. Eine Herausforderung für das pädagogische Personal* (S. 104–120). Köln: Carl Link.
- Griebel, W., & Niesel, R. (2003). Die Bewältigung des Übergangs vom Kindergarten in die Grundschule. In W. Fthenakis (Hrsg.), *Elementarpädagogik nach PISA. Wie aus Kindertagesstätten Bildungseinrichtungen werden können* (S. 136–151). Freiburg: Herder.
- Grübing, M., & Peter-Koop, A. (2007). Mathematische Frühförderung. Inhalte, Aktivitäten und diagnostische Beobachtungen. In C. Brokmann-Nooren, I. Gereke, H. Kiper, & W. Renneberg (Hrsg.), *Bildung und Lernen der Drei- bis Achtjährigen* (S. 168–184). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Heinze, A., & Grübing, M. (Hrsg.). (2009). *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium: Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht*. Münster: Waxmann.
- Janssen, R. (2010). *Die Ausbildung Frühpädagogischer Fachkräfte an Berufsfachschulen und Fachschulen. Eine Analyse im Ländervergleich*. WiFF Expertise. München: DJI.
- Kirstein, N., Fröhlich-Gildhoff, K., & Haderlein, R. (2012). *Von der Hochschule an die Kita. Berufliche Erfahrungen von Absolventinnen und Absolventen kindheitspädagogischer Bachelorstudiengänge*. WiFF Expertise, Bd. 27. München: DJI.
- Krajewski, K. (2008). Vorschulische Förderung mathematischer Kompetenzen. In F. Petermann (Hrsg.), *Angewandte Entwicklungspsychologie* (S. 275–304). Göttingen: Hogrefe.
- Kreid, B., & Knoke, A. (2011). Bildung gemeinsam gestalten – Kooperation von Kitas und Grundschulen begleiten und unterstützen. In D. Kucharz, T. Irion, & B. Reinhard (Hrsg.), *Grundlegende Bildung ohne Brüche Jahrbuch Grundschulforschung*, (Bd. 15, S. 99–110). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Meyer-Siever, K., Schuler, S., & Wittmann, G. (2015). Kooperation aus der Sicht von Erzieher(inne)n und Grundschullehrer(inne)n. Wie sieht die Realität aus? *Grundschulzeitschrift*, 281, 9–11.

- Van Oers, B. (2004). Mathematisches Denken bei Vorschulkindern. In W. E. Fthenakis, & P. Oberhuemer (Hrsg.), *Frühpädagogik international. Bildungsqualität im Blickpunkt* (S. 313–330). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Oser, F., Biedermann, H., Brühwiler, C., Kopp, M., Krattenmacher, S., & Steinmann, S. (2010). Deutschschweizer Lehrerbildung auf dem Prüfstand: Wie gut werden unsere angehenden Lehrpersonen ausgebildet? Ein internationaler Vergleich. www.teds-m.ch/download/Erste_Ergebnisse_110222.pdf. Zugriffen: 20. Nov. 2015
- Pauen, S., & Pahnke, J. (2008). Mathematische Kompetenzen im Kindergarten. Evaluation der Effekte einer Kurzzeitintervention. *Empirische Pädagogik*, 22(2), 193–208.
- Peter-Koop, A., Grüßing, M., & Schmitman gen. Pothmann, A. (2008). Förderung mathematischer Vorläuferfähigkeiten: Befunde zur vorschulischen Identifizierung und Förderung von potenziellen Risikokindern in Bezug auf das schulische Mathematiklernen. *Empirische Pädagogik*, 22(2), 209–224.
- Richter, D., Kuhl, P., Reimers, H., & Pant, H. A. (2012). Aspekte der Aus- und Fortbildung von Lehrkräften in der Primarstufe. In P. Stanat, H. A. Pant, K. Böhme, & D. Richter (Hrsg.), *Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern am Ende der vierten Jahrgangsstufe in den Fächern Deutsch und Mathematik. Ergebnisse des IQB-Ländervergleichs 2011* (S. 237–250). Münster: Waxmann.
- Roßbach, H.-G. (2006). Institutionelle Übergänge in der Frühpädagogik. In L. Fried, & S. Roux (Hrsg.), *Pädagogik der frühen Kindheit. Handbuch und Nachschlagewerk* (S. 280–292). Weinheim: Beltz.
- Schuler, S. (2013). *Mathematische Bildung im Kindergarten in formal offenen Situationen. Eine Untersuchung am Beispiel von Spielen zum Erwerb des Zahlbegriffs*. Münster: Waxmann.
- Schuler, S., Wittmann, G., Pelzer, M., & Wittkowski, A. (2015). Zwischen Interessen der Kinder und Schulvorbereitung – Überzeugungen von ErzieherInnen zum Mathematiklernen im Kindergarten und im Übergang zur Grundschule. *Frühe Bildung*, 4(4), 196–202.
- Schuler, S., Bönig, D., Thöne, B., Wenzel-Langer, D., & Wittkowski, A. (2016). Anschlussfähigkeit von Kindergarten und Grundschule. In G. Wittmann, A. Levin, & D. Bönig (Hrsg.), *AnschlussM. Anschlussfähigkeit mathematikdidaktischer Überzeugungen und Praktiken von ErzieherInnen und GrundschullehrerInnen*. Münster: Waxmann.
- Schütte, S. (2004). Mathematikunterricht zwischen Offenheit und Lenkung – Zum Verhältnis von Konstruktion und Instruktion bei mathematischen Lernprozessen. In I. Esslinger, & H. Hahn (Hrsg.), *Kompetenzen entwickeln – Unterrichtsqualität in der Grundschule steigern* (S. 135–142). Baltmannsweiler: Schneider Hohengehren.
- Schütte, S. (2008). *Qualität im Mathematikunterricht der Grundschule sichern. Für eine zeitgemäße Unterrichts- und Aufgabenkultur*. München: Oldenbourg.
- Vogt, F. (2010). Curriculare und strukturelle Entwicklungen in der Schweiz. In M. Leuchter (Hrsg.), *Didaktik der ersten Bildungsjahre. Unterricht mit 4- bis 8-jährigen Kindern* (S. 49–57). Zug: Klett und Balmer.
- Wittmann, E. C. (2006). Mathematische Bildung. In L. Fried, & S. Roux (Hrsg.), *Pädagogik der Frühen Kindheit: Handbuch und Nachschlagewerk* (S. 205–210). Weinheim: Beltz.

Teil I

Konzepte anschlussfähiger mathematischer Bildung in Kindergarten und Grundschule

Hedwig Gasteiger

Mathematik gehört ab der ersten Jahrgangsstufe unumstritten zum Fächerkanon der Schule und über zentrale Inhalte des Mathematikunterrichts in der Grundschule besteht weitgehend Konsens. Für mathematische Bildung *vor* der Schule gilt dies nicht in gleichem Maße. Hier gibt es durchaus kontroverse Meinungen, was Inhalte, Umsetzung und Relevanz anbelangt. Frühe mathematische Bildung steht in einem Spannungsfeld zwischen Kind- und Fachorientierung, muss amtlichen Vorgaben genügen und in einem System verwirklicht werden, in dem fachliche Bildung längere Zeit nicht primäre Bedeutung hatte. Darüber hinaus wird immer wieder betont, dass frühes mathematisches Lernen der Forderung nach Anschlussfähigkeit genügen soll. All dies führt dazu, dass Konzeptionen, Materialien oder Methoden früher mathematischer Bildung nach wie vor breit diskutiert werden und die konkrete Umsetzung weitgehend in der Verantwortung der Einrichtungen und der Hand der pädagogischen Fachkräfte im Elementarbereich liegt.

In diesem Beitrag wird zunächst das Spannungsfeld skizziert, in dem sich frühe mathematische Bildung befindet, und es werden gezielte Anforderungen an diesen Bildungsbereich beschrieben. Es folgt eine Klärung des Begriffs Anschlussfähigkeit in Bezug auf den Übergang zwischen Kindergarten und Schule und in Bezug auf mathematisches Lernen, bevor verschiedene Konzeptionen mathematischer Bildung hinsichtlich ihrer Begründungslinien zur Anschlussfähigkeit reflektiert werden. Der Beitrag schließt mit einem Vorschlag für eine konzeptionelle Umsetzung früher mathematischer Bildung, die den Anspruch erhebt, sachgerecht, kindgemäß und anschlussfähig zu sein.

H. Gasteiger (✉)

Institut für Mathematik/Mathematikdidaktik, Universität Osnabrück

Osnabrück, Deutschland

E-Mail: hedwig.gasteiger@uni-osnabrueck.de

2.1 Frühe mathematische Bildung in einem Spannungsfeld

Seit geraumer Zeit wird die Diskussion um Bildung in frühkindlichen Einrichtungen intensiv vorangetrieben. Frühen Lernerfahrungen wird eine große Bedeutsamkeit für die individuelle Entwicklung zugeschrieben und gerade mit dem Fokus auf individuelle Bildungsbiografien werden institutionelle Übergänge neu in den Blick genommen. In diesem Zuge herrscht mittlerweile national und international weitgehend Konsens darüber, wie wichtig es ist, sich mit frühem mathematischen Lernen zu beschäftigen (Kortenkamp et al. 2014; Fthenakis et al. 2009; Cross et al. 2009; Clements und Sarama 2004; dieses Buch).

Die zahlreichen Erkenntnisse über den Einfluss von grundlegenden mathematischen Fähigkeiten, wie Zählfähigkeiten oder Mengenerfassung, auf die weitere schulische mathematische Entwicklung (Krajewski und Schneider 2009; Landerl et al. 2004) machen deutlich, wie wichtig es ist, Kindern bereits früh mathematische Lerngelegenheiten zu eröffnen und ihren Lernprozess adäquat zu begleiten. Diese Forderung gewinnt noch einmal mehr an Bedeutung, wenn man die große Heterogenität berücksichtigt, mit der Kinder in die Schule, aber auch bereits in Kindertageseinrichtungen kommen (Anders et al. 2013). Will man gerade den Kindern, die in ihrer mathematischen Entwicklung noch nicht so weit fortgeschritten sind, gute Ausgangsbedingungen für das schulische Lernen ermöglichen, müssen frühzeitig mathematische Bildungsprozesse angeregt bzw. bewusst gestaltet werden (Krajewski und Schneider 2009; Grübing und Peter-Koop 2008).

Während die bewusste Gestaltung mathematischer Lerngelegenheiten und die gezielte Förderung mathematischer Kompetenzen im *schulischen* Kontext klar zum Anforderungsprofil der Lehrpersonen gehören, herrscht im vorschulischen Bereich nach wie vor noch eine gewisse Unsicherheit oder Unklarheit, wie mathematische Bildungsprozesse im frühen Kindesalter in einer Umgebung, die nicht primär auf fachliches Lernen ausgelegt ist, initiiert werden sollen und können. Zwar gibt es mittlerweile einige Erkenntnisse darüber, wie und auf welcher Basis mathematische Bildungsprozesse in den Kindertageseinrichtungen gelingen können (z. B. van den Heuvel-Panhuizen et al. 2014; Schuler 2013; Gasteiger 2010), dennoch ist noch nicht restlos geklärt, ob und wenn ja in welchem Maße vielleicht doch auch ein eher schulisch organisiertes Lernen im Elementarbereich erforderlich ist.

Frühe mathematische Bildung befindet sich hier in einem Spannungsfeld. Zum einen besteht von Seiten des Fachs Mathematik der Anspruch an eine sachgerechte frühe Bildung, zum anderen steht in den vorschulischen Bildungseinrichtungen das Kind immer mit seiner gesamten Persönlichkeitsentwicklung im Fokus. Eine Orientierung am Kind, an seinen individuellen Lerndispositionen und an Erkenntnissen über frühes Lernen im Allgemeinen ist neben der fachlichen Perspektive unabdingbar, wenn über frühe mathematische Bildung nachgedacht wird.

2.1.1 Dem Fach Mathematik gerecht werden

Wenn frühe mathematische Bildung die obengenannte Forderung erfüllen soll, Kindern eine gute Ausgangsbasis für weiteres mathematisches Lernen zu bereiten, so ist eine Grundvoraussetzung dafür die fachliche Richtigkeit, auch wenn bzw. gerade weil mathematische Inhalte teilweise auf einem elementaren Niveau thematisiert werden müssen. Es mag trivial erscheinen, fachliche Richtigkeit zu fordern, allerdings zeigt ein kritischer Blick auf verschiedene Konzeptionen früher mathematischer Bildung einige fachliche Unsauberkeiten, die meist auf einer ungeeigneten, vermeintlich kindgemäßen Elementarisierung mathematischer Inhalte beruhen (vgl. Gasteiger 2010).

Bevor man die Forderung nach fachlicher Richtigkeit erfüllen kann, verlangt eine Verwirklichung sachgerechten mathematischen Lernens in Kindertageseinrichtungen, sich erst einmal bewusst zu machen, was man eigentlich unter „Mathematik“ in diesen frühen Jahren verstehen kann bzw. welche Inhalte relevant sind. Die Orientierung an sogenannten grundlegenden mathematischen Ideen oder „big ideas“ (NAEYC 2002, S. 6) kann dabei sehr hilfreich sein. Dabei handelt es sich um überspannende Konzepte, die mathematisch zentral und in diesem Sinne bedeutsam für das Weiterlernen sind (vgl. Sarama und Clements 2009, S. 16). Die Beschäftigung mit Zahlen, Operationen, geometrischen Formen, räumlichen Beziehungen oder dem Messen sind einige zentrale Inhaltsbereiche, die sich hier einordnen lassen. Für die frühe Bildung wird teilweise zu einer Schwerpunktsetzung im arithmetischen und geometrischen Grundlagenbereich geraten (Wittmann und Müller 2009, S. 14). Es gilt aber in jedem Fall zu bedenken, dass sich frühe mathematische Bildung nicht allein auf den Bereich Mengen und Zahlen reduzieren lässt (Reichelt und Lorenz 2014; Steinweg 2007). Gerade weil pädagogische Fachkräfte im Elementarbereich vor allem Beispiele aus dem Bereich der Arithmetik nennen, wenn sie sich zu früher mathematischer Bildung äußern bzw. diese als besonders bedeutsam für das mathematische Lernen erachten (Benz 2012; Lee und Ginsburg 2007; Copley 2004), ist es wichtig, immer wieder zu betonen, dass z. B. geometrische Grundfähigkeiten oder Erfahrungen zu Größen und Messen einen wichtigen Platz in der frühen mathematischen Bildung einnehmen sollten.

Bei der konkreten Thematisierung mathematischer Inhalte ist es – ungeachtet der Tatsache, dass eine Elementarisierung an manchen Stellen unumgänglich ist – von großer Bedeutung, die eigentliche Struktur des Lerngegenstandes zu berücksichtigen und für die Kinder sichtbar zu machen. Nur dann haben Kinder die Möglichkeit, das, was sie lernen, auch wirklich zu verstehen (Fuson et al. 2005). Eine vermeintlich kindgemäße Vereinfachung mathematischer Inhalte kann sich als kontraproduktiv für das Weiterlernen erweisen, wenn eben diese Struktur verloren geht. Dies passiert z. B. häufig bei Vorschlägen zur frühen mathematischen Bildung, wenn Zahlen (bzw. Ziffern) oder Formen personifiziert und Kindern in Form von Stoffpuppen oder Grafiken in Verbindung mit Geschichten präsentiert werden. Grundlegende mathematische Ideen, z. B. dass Vier durch Drei und Eins, aber auch durch Zwei und Zwei dargestellt werden kann, oder dass sich ein Viereck in zwei Dreiecke zerlegen lässt, geraten dadurch in den Hintergrund oder gehen

komplett verloren. Eine Elementarisierung auf diese Art ist nicht zielführend und auch nicht notwendig. Bereits Bruner (1970, S. 25) weist darauf hin, dass jede inhaltliche Idee für jedes Alter auf eine intellektuell ehrliche und nutzbringende Weise dargestellt werden kann: „Wenn früheres Lernen späteres Lernen erleichtern soll, dann muss es ein allgemeines Bild ergeben, das die Beziehungen zwischen den früher und den später begegnenden Dingen deutlich macht.“

Für das Fach Mathematik heißt das aber auch zu akzeptieren, dass sich nicht alle Inhalte unmittelbar durch die Realität abbilden lassen. Zahlen, Operationen oder geometrische Formen sind zunächst abstrakter Natur und nicht direkt erfahrbar (Steinweg 2014).

Mit Hilfe von Umweltphänomenen oder didaktischen Arbeitsmaterialien lassen sich diese abstrakten Sachverhalte zwar in der Regel konkretisieren oder darstellen, es ist jedoch zu kurz gegriffen, davon auszugehen, dass sich mathematische Sachverhalte allein aufgrund von konkreten Handlungen durchdringen lassen. Auch in frühen Jahren ist mathematisches Lernen bereits dadurch charakterisiert, Beziehungen und Strukturen zu erkennen und Zusammenhänge herzustellen (Hasemann 2004, S. 74). Da gerade im Elementarbereich dem situativen Lernen eine große Bedeutung beigemessen wird, ist die Gestaltung früher mathematischer Bildungsprozesse vor diesem Hintergrund eine große Herausforderung.

2.1.2 Dem Kind als Individuum gerecht werden

In der frühpädagogischen Diskussion wurde der fachlichen Bildung im Lauf der Zeit immer wieder ein unterschiedlich hoher Stellenwert zugeschrieben (Fölling-Albers 2013; Roux 2008). Zeitweise wurde fachliche Bildung sogar besonders kritisch gesehen, weil damit die Sorge einherging, man könnte das Kind in seiner individuellen Lebensphase aus dem Blick verlieren und die Kindheit würde zu sehr verschult (vgl. Gisbert 2003, S. 85). Balfanz (1999, S. 7) fasst diese Sorge mit folgendem Statement zusammen: „There was a widespread belief that early childhood was too precious a time to waste on intellectual development“.

Es sollte unumstritten eine berechnigte Forderung in der Diskussion um frühe mathematische Bildung sein, nicht allein das Fach Mathematik, sondern mindestens gleichwertig das Kind als jungen Lerner in den Mittelpunkt zu rücken. Frühe mathematische Bildung kann nur erfolgreich sein, wenn sie kindgemäß ausgestaltet wird, d. h. wenn sowohl die Lernbiografie jedes Einzelnen als auch die generellen Erfordernisse des Lernens im frühen Kindesalter bestmöglich berücksichtigt werden.

Gerade weil man um die Heterogenität der Kinder weiß und weil der große Einfluss des Vorwissens auf das spätere Lernen bereits seit langem bekannt ist (Stern 1998), werden im Sinne individueller Förderung kompensatorische und präventive Ansätze früher Bildung gefordert (Fölling-Albers 2013). Konkret bedeutet dies, dass fachliche und insbesondere frühe mathematische Bildung dazu beitragen soll, vor allem den Kindern, die mit weniger guten Ausgangsbedingungen in die Kindertageseinrichtung kommen, durch ge-

eignete Lernanregungen und eine gezielte Förderung bessere Chancen für den Schulstart zu ermöglichen. Soll fachliche Bildung passgenau an den individuellen Bedürfnissen der Kinder ausgerichtet sein, so ist eine kontinuierliche, pädagogische Lernstandsdiagnostik (Ingenkamp 1991) eine notwendige Voraussetzung dafür. Diese diagnostischen Aktivitäten sollten vor allem handlungsleitend sein (Wollring 2006), d. h. nicht primär dazu dienen, Defizite festzustellen, sondern zu Informationen verhelfen, die für die angemessene Planung bzw. Unterstützung der nächsten Lernschritte eines Kindes im Sinne einer Kontinuität individueller Lernprozesse erforderlich sind.

Reflektiert man frühe mathematische Bildung hinsichtlich *methodischer* Ausgestaltungsmöglichkeiten, so darf nicht aus den Augen verloren werden, dass das Lernen im frühen Kindesalter ganz eigenen Bedingungen folgt, wie sich in den weiteren Ausführungen zeigt. Diese Bedingungen gilt es zu berücksichtigen, wenn frühes mathematisches Lernen kindgemäß gestaltet werden soll.

In den ersten Lebensjahren spielen soziale Beziehungen eine ganz besondere Rolle beim Lernen. Stabile Bindungen zu Eltern und Erziehenden liefern den erforderlichen Rahmen, damit Kinder in ihrer Selbstständigkeit und ihrem Selbstvertrauen gestärkt werden und auf dieser Basis eigene Lernerfahrungen machen können (vgl. Keller et al. 2013). Auch die soziale Interaktion spielt beim frühen Lernen eine große Rolle. Ergebnisse der EPEY-Studie zur Effektivität früher Bildung zeigen, dass sogenanntes „sustained shared thinking“ (Siraj-Blatchford et al. 2002, S. 8) – darunter versteht man z. B. Phasen, in denen man gemeinsam an einer Problemlösung arbeitet oder versucht, unbekannte Sachverhalte zu klären – ein Merkmal der Gestaltung besonders effektiver früher Bildungsprozesse ist. Für das Mathematiklernen trifft das in besonderer Weise zu. Van Oers (2004, S. 317) betont, dass Mathematik in frühen Jahren in Interaktion im Kontext bedeutsamer Aktivitäten gelernt wird und dass diesen Aktivitäten die mathematische Bedeutung oftmals erst durch die Auseinandersetzung mit Erwachsenen beigemessen wird.

Neben den sozialen Beziehungen nimmt die Entwicklung des Gedächtnisses in den ersten Lebensjahren maßgeblich Einfluss auf frühes Lernen. Auch wenn die in den letzten Jahren etwas übereuphorischen Aussagen zu optimalen Lernfenstern, sensiblen Phasen und unwiederbringlichen Lernchancen im frühen Kindesalter von fachwissenschaftlicher Seite etwas relativiert wurden (Keller et al. 2013; Saalbach et al. 2013), ist es wichtig, zentrale Entwicklungsprozesse bei Kindern in jungen Jahren zu kennen und sich darauf einzustellen. Beispielsweise erweitert sich die Gedächtniskapazität im Laufe der ersten Lebensjahre bis zum Jugendalter sukzessive. Vor allem was die Behaltensleistung sprachlicher Informationen anbelangt, sind jüngere Kinder offensichtlich noch deutlich im Hintertreffen. Ab einem Alter von etwa fünf Jahren gelingt Kindern ein innerer Wiederholungsprozess sprachlicher Informationen, der dafür sorgt, dass diese länger verfügbar sind (vgl. Keller et al. 2013, S. 90 f.; Hasselhorn 2005). Diese Tatsachen gilt es zu berücksichtigen, wenn methodische Vorgehensweisen früher Bildung und die offene Fragestellung, wie viel Instruktion notwendig ist und inwiefern man auf „Selbstbildung“ (Fölling-Albers 2013, S. 38) setzen kann, diskutiert werden. Hasselhorn (2005, S. 86) weist darauf hin, dass aufgrund des sich noch in Entwicklung befindlichen Arbeitsgedächtnisses „Prozes-

se des expliziten und intentionalen Lernens“ – wie sie in Konzepten schulischen Lernens häufig verwirklicht werden – „im Alter zwischen 4 und 6 Jahren nur sehr eingeschränkt umsetzbar sind“. Konstruktive Lernprozesse, die maßgeblich durch die kindliche Neugier und den Drang, herauszufinden, wie Dinge funktionieren, beeinflusst sind, scheinen dem frühkindlichen Lernen eher zu entsprechen (vgl. van den Heuvel-Panhuizen 2001, S. 25). Andererseits wird immer wieder betont, dass vor allem frühe mathematische Bildung instruktive Elemente benötigt (Cross et al. 2009; Mashburn et al. 2008). Vermutlich ist es – wie so oft – keine Entscheidung zwischen schwarz und weiß, oder hier zwischen Konstruktion und Instruktion. Eher scheint ein wohlüberlegtes Ausbalancieren von gezielten Lernanregungen und genügend Raum für das Entdecken und Explorieren des Kindes angemessen zu sein. Presmeg (2014, S. 9) beschreibt dieses Ausbalancieren mit der Metapher „a dance of instruction with construction“.

2.1.3 Amtliche Vorgaben und Ausbildungssituation als Herausforderung

Frühe mathematische Bildung befindet sich nicht allein im Spannungsfeld zwischen Kind- und Fachorientierung. Es gibt amtliche Vorgaben, die auf die konkrete Umsetzung mathematischer Bildung einen Einfluss haben und Herausforderungen, die der allgemeinen Situation der Frühpädagogik in Deutschland geschuldet sind.

Dass fachliche – und somit mathematische – Bildung eine feste Rolle im vorschulischen Bereich einnehmen soll, wurde durch den Beschluss der Jugendministerkonferenz (JMK 2004) festgelegt und mittlerweile in Bildungsplänen in allen Bundesländern konkretisiert. Gerade hinsichtlich der inhaltlichen Vorgaben zu mathematischer Bildung unterscheiden sich die Bildungspläne allerdings deutlich (Übersicht s. Gasteiger 2010) – weitaus mehr als die Lehrpläne und Rahmenrichtlinien im Primarbereich. Inwieweit die unterschiedlichen Vorgaben in den Bildungsplänen die Arbeit in den Kindertageseinrichtungen beeinflussen, ist bislang kaum systematisch untersucht (Smidt und Schmidt 2012). Einzelne Ergebnisse zeigen, dass die konkrete Umsetzung der Bildungspläne – vor allem was die fachliche Bildung anbelangt – stark von den beteiligten Personen, ihren eigenen Erfahrungen und ihrer Vorbildung abhängt (Carle et al. 2011, S. 112 f.).

Hier zeigt sich eine große Herausforderung, die es im Kontext der frühen mathematischen Bildung zu bewältigen gilt. Denn selbst wenn man ein klares Bild vor Augen hat, wie frühe mathematische Bildung sachgerecht und kindgemäß konzipiert sein soll und wenn man dabei alle amtlichen Vorgaben berücksichtigt – die konkrete Umsetzung liegt in den Händen der pädagogischen Fachkräfte im Elementarbereich. Die Ausgangssituation für frühe mathematische Bildung ist diesbezüglich nicht optimal. Es gibt Erkenntnisse darüber, dass pädagogische Fachkräfte im Elementarbereich das Fach Mathematik als wichtig erachten, dass sie selbst dem Fach aber oft distanziert gegenüberstehen (Benz 2012; Copley und Padrón 1998) und dass die eigenen Erfahrungen mit Mathematikunterricht die Bemühungen um mathematische Bildung in der Kindertageseinrichtung beeinflussen (Carle et al. 2011). Selbst wenn der eigene Mathematikunterricht als wenig ansprechend,

wenig hilfreich und vielleicht sogar furchteinflößend erlebt wurde, bestimmt der selbst erlebte Unterricht die Gestaltung früher Bildungsprozesse (Baroody 2004, S. 156). Bislang werden die Kinder bei mathematischen Lernangeboten offensichtlich auch eher selten kognitiv aktiviert, wie eine Studie zur Lernprozessgestaltung im Kindergarten zeigt (Hüttel und Rathgeb-Schnierer 2014). Vor diesem Hintergrund erscheint es besonders problematisch, dass frühe mathematische Bildung in der Ausbildung der pädagogischen Fachkräfte in Kindertageseinrichtungen in Deutschland teilweise keine oder eine geringe Rolle einnimmt. Generell zeichnet sich die Ausbildungssituation durch eine große Diversität aus. Es existieren zahlreiche, sehr unterschiedlich konzipierte frühpädagogische Studiengänge neben Fachschulausbildungsgängen und Weiterbildungen verschiedener Anbieter (Vogelfänger 2010). Das Qualifikationsprofil dieser Ausbildungsgänge ist jedoch in erster Linie sozialpädagogisch geprägt (Kucharz et al. 2014, S. 13 f.) und die Vorbereitung auf frühes mathematisches Lernen erfolgt kaum systematisch.

2.2 Frühe mathematische Bildung im Spiegel der Anschlussfähigkeit

Einige Aspekte des Spannungsfelds, in dem sich Bemühungen um frühe mathematische Bildung bewegen, wurden skizziert. Gerade mit Blick auf den Übergang zwischen Kindergarten und Schule wird man darüber hinaus immer wieder mit dem Begriff der Anschlussfähigkeit konfrontiert. Um ermitteln zu können was Anschlussfähigkeit im Allgemeinen, aber vor allem in Bezug auf die mathematische Bildung, bedeuten kann, folgt zunächst eine Begriffsklärung.

2.2.1 Begriffseinordnung

Der Begriff der Anschlussfähigkeit wird in der Soziologie im Zusammenhang mit der Theorie sozialer Systeme verwendet (Luhmann 1987; Endreß 2013). Die Systemtheorie geht davon aus, dass es in einer Gesellschaft verschiedene Systeme gibt, die sich durch ihre Differenzierung im Sinne einer Abgrenzung von der Umwelt konstituieren und erhalten. Diese Systeme sind mehr oder weniger in sich geschlossen und unter anderem dadurch gekennzeichnet, dass sie die komplexe Umwelt reduzieren, um diese handhabbarer zu machen (vgl. Rommerskirchen 2014, S. 191). Diese Komplexitätsreduktion wird von Luhmann (1987, S. 94 f.) als „Sinn“ bezeichnet. Die Sinngebung, die innerhalb eines Systems erfolgt, wirkt sich auf Handlungen und die Kommunikation in diesem System aus. In der Regel sind diese Handlungen und Kommunikationen nicht anschlussfähig an andere Systeme, da sie stets Ausdruck der für das System konstituierenden und systemerhaltenden Differenz zur Umwelt sind.