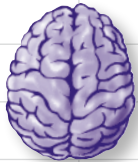


Ein Buch zum Mitmachen und Verstehen

# Statistik

## von Kopf bis Fuß

Vermeiden Sie  
peinliche Fehler bei  
der Stichproben-  
erhebung



Spielen Sie  
Statistik-Konzepte  
direkt in Ihr Hirn



Finden Sie Heilmittel  
gegen misslungene  
Diagramme



Verbessern Sie  
Trefferquote und  
Standardabweichung



Erhöhen Sie Ihre Chancen  
in der Statistinger  
Spielbank



Finden Sie heraus,  
wie Statistik Fakten  
kaschieren kann



O'REILLY®

Dawn Griffiths  
Deutsche Übersetzung von Jörg Beyer

Die Informationen in diesem Buch wurden mit größter Sorgfalt erarbeitet. Dennoch können Fehler nicht vollständig ausgeschlossen werden. Verlag, Autoren und Übersetzer übernehmen keine juristische Verantwortung oder irgendeine Haftung für eventuell verbliebene Fehler und deren Folgen. D.h., wenn Sie beispielsweise ein Kernkraftwerk unter Verwendung dieses Buchs betreiben möchten, tun Sie dies auf eigene Gefahr.

Alle Warennamen werden ohne Gewährleistung der freien Verwendbarkeit benutzt und sind möglicherweise eingetragene Warenzeichen. Der Verlag richtet sich im Wesentlichen nach den Schreibweisen der Hersteller. Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte vorbehalten einschließlich der Vervielfältigung, Übersetzung, Mikroverfilmung sowie Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Kommentare und Fragen können Sie gerne an uns richten:

O'Reilly Verlag  
Balthasarstr. 81  
50670 Köln  
E-Mail: kommentar@oreilly.de

Copyright der deutschen Ausgabe:  
© 2009 by O'Reilly Verlag GmbH & Co. KG



Die Originalausgabe erschien 2008 unter dem Titel  
*Head First Statistics* bei O'Reilly Media, Inc.

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek  
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der  
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten  
sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Deutsche Übersetzung und Bearbeitung: Jörg Beyer, Weimar (Lahn)  
Lektorat: Christine Haite, Köln  
Fachgutachten: Dr. Christoph Renner, Frankfurt  
Korrektur: Sibylle Feldmann, Düsseldorf

Satz: Conrad Neumann, München  
Umschlaggestaltung: Louise Barr & Steve Fehler, Boston  
Produktion: Astrid Sander, Köln  
Belichtung, Druck und buchbinderische Verarbeitung: Media-Print, Paderborn

ISBN 978-3-89721-891-8

Dieses Buch ist auf 100% chlorfrei gebleichtem Papier gedruckt.

Schnärcher kamen bei der Produktion dieses Buchs nicht zu Schaden. Eines der Pferde verlor allerdings bei einer Gelegenheit sein Toupet, was ihm vor den anderen Pferden einen Moment lang etwas peinlich war. Und der Snowboarder aus Kapitel 7 hat sich ein paar Schrammen geholt, allerdings nichts Ernsthaftes. Außerdem brach ein Absatz, was dem Hüftschwung der betroffenen jungen Dame eine recht individuelle Note gab. Ursache war übrigens ein Kaugummi.

Für David, Ma, Pa und Carl. Danke für Eure Unterstützung und  
Euer Vertrauen darin, dass ich es schaffen kann. Auf den Wagen  
müsst Ihr allerdings eine Weile warten.

## Die Autorin von Statistik von Kopf bis Fuß



Dawn Griffiths  
←

**Dawn Griffiths** begann ihr Leben als Mathematikerin an einer Spitzen-Universität in Großbritannien. Sie machte dort ihren Mathe-Abschluss mit Auszeichnung, verzichtete aber darauf, im Rahmen einer Doktorarbeit das Leben besonders seltener Arten aus der Gattung der Differentialgleichungen zu studieren, als ihr bewusst wurde, dass dann auf Partys wohl niemand mehr mit ihr reden würde. Stattdessen begann sie eine Karriere in der Softwareentwicklung und kombiniert zurzeit IT-Consulting mit dem Verfassen von Fachliteratur und Mathematik.

Wenn Dawn nicht gerade an einem Buch aus der *Von Kopf bis Fuß*-Reihe arbeitet, können Sie sie beobachten, wie sie ihre Tai-Chi-Fertigkeiten vervollkommnet, Klöppelspitze anfertigt oder was Leckerer kocht. Sie hat es allerdings noch nicht geschafft, alle drei Dinge gleichzeitig zu machen. Abgesehen davon reist sie gern und verbringt ihre Zeit am liebsten mit ihrem wunderbaren Mann David.

Dawn hat eine Theorie, nach der »**Klöppeln von Kopf bis Fuß**« ein absolutes Kultbuch werden müsste, befürchtet aber, dass Brett und Laurie nicht so ohne Weiteres zustimmen würden.

# Über den Übersetzer dieses Buchs

**Jörg Beyer** arbeitete ein paar Jahre als Schreiner, bevor er den Reboot-Knopf drückte und Psychologie studierte.

Zur Erleichterung seines Arbeitslebens hat er sich im Lauf der Zeit allerhand angeeignet, womit sich große Datenmengen und Routineaufgaben bewältigen lassen: AppleScript, Perl, Datenbankentwicklung und SQL, XML, R ... eine lange Liste, die stets dazu neigt, noch ein bisschen länger zu werden.

Seine Beziehung zur Statistik lässt sich am besten als Liebe auf den zweiten Blick beschreiben, und wenn sich heute irgendwo ein Datensatz blicken lässt, löst das einen sofortigen Beutefangreflex bei ihm aus.

Er arbeitet als Statistik-Consultant im Gesundheitswesen und als Übersetzer für wissenschaftliche und IT-Fachliteratur. Freizeit hat er gelegentlich auch und verbringt sie gern gemeinsam mit Freunden oder allein mit sich selbst und einem guten Buch oder einer CD.

## **Verwandte Titel von O'Reilly**

Statistics Hacks (*engl.*)

Statistics in a Nutshell (*engl.*)

Mind Hacks (*engl.*)

Mind Performance Hacks (*engl.*)

Dein Gehirn – Das fehlende Handbuch

## **Weitere Bücher aus O'Reillys Reihe *Von Kopf bis Fuß*:**

Entwurfsmuster von Kopf bis Fuß

Java von Kopf bis Fuß

Softwareentwicklung von Kopf bis Fuß

Objektorientierte Analyse & Design von Kopf bis Fuß (OOA & D)

Servlets & JSP von Kopf bis Fuß

HTML mit CSS & XHTML von Kopf bis Fuß

SQL von Kopf bis Fuß

JavaScript von Kopf bis Fuß

Ajax von Kopf bis Fuß

Head First EJB (*engl.*)

Head First PMP (*engl.*)

Head First Physics (*engl.*)

Head First Rails (*engl.*)

Head First Web Design (*engl.*)

Head First PHP & MySQL (*engl.*)

Head First Algebra (*engl.*)

# Der Inhalt (im Überblick)

|    |                                                                                       |     |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------|-----|
|    | Einführung                                                                            | xxv |
| 1  | Informationen visualisieren: <i>Der erste Eindruck</i>                                | 1   |
| 2  | Maße der zentralen Tendenz: <i>Der Mittelweg</i>                                      | 45  |
| 3  | Messen von Variabilität und Streuung: <i>Mächtige Spannweite</i>                      | 83  |
| 4  | Berechnung von Wahrscheinlichkeiten: <i>Risiken eingehen</i>                          | 127 |
| 5  | Anwendung diskreter Wahrscheinlichkeitsverteilungen: <i>Erwartungen kontrollieren</i> | 197 |
| 6  | Permutationen, Variationen, Kombinationen: <i>Auswählen und anordnen</i>              | 241 |
| 7  | Geometrische, Binomial- und Poisson-Verteilung: <i>Wir machen das diskret</i>         | 269 |
| 8  | Anwendung der Normalverteilung: <i>Normalität</i>                                     | 325 |
| 9  | Anwendung der Normalverteilung, Teil II: <i>Jenseits der Normalität</i>               | 361 |
| 10 | Anwendung von Stichprobentechniken: <i>Stichproben ziehen</i>                         | 415 |
| 11 | Schätzen von Populationen und Stichproben: <i>Vorhersagen treffen</i>                 | 441 |
| 12 | Konfidenzintervalle festlegen: <i>Begründete Vermutungen</i>                          | 487 |
| 13 | Hypothesentests anwenden: <i>Befassen Sie sich mit der Befundlage</i>                 | 521 |
| 14 | Die $\chi^2$ -Verteilung: <i>Irgendwas geht hier vor ...</i>                          | 567 |
| 15 | Korrelation und Regression: <i>Wo ist denn hier die Mittellinie?</i>                  | 605 |
| A  | Übriggebliebenes: <i>Die Top Ten (der Themen, die wir nicht behandelt haben)</i>      | 643 |
| B  | Statistische Tabellen: <i>Zum Nachschlagen</i>                                        | 657 |
|    | Index                                                                                 | 663 |

# Der Inhalt (jetzt ausführlich)

## Einführung

**Ihr Statistiker-Gehirn.** Sie versuchen, etwas zu **lernen**, und Ihr **Hirn** tut sein Bestes, damit das Gelernte **nicht** hängen bleibt. Es denkt nämlich: »Wir sollten lieber ordentlich Platz für wichtigere Dinge lassen, zum Beispiel dafür, welche Tiere einem gefährlich werden könnten oder dass es eine ganz schlechte Idee ist, nackt Snowboard zu fahren.« Tja, wie schaffen Sie es nun, Ihr Gehirn davon zu überzeugen, dass Ihr **Leben** von soliden Statistikkenntnissen abhängen könnte?

|                                                              |       |
|--------------------------------------------------------------|-------|
| Für wen ist dieses Buch?                                     | xxvi  |
| Wir wissen, was Sie gerade denken                            | xxvii |
| Metakognition: Nachdenken übers Denken                       | xxix  |
| Und das können SIE tun, um sich Ihr Gehirn gefügig zu machen | xxxi  |
| Lies mich!                                                   | xxxii |
| Die Gutachter                                                | xxxiv |
| Danksagungen                                                 | xxxv  |

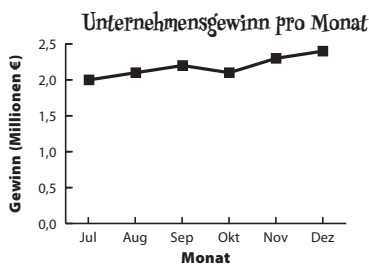
# Informationen visualisieren

## 1

## Der erste Eindruck

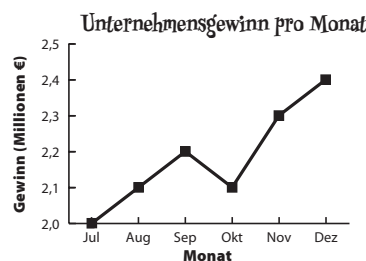
### Ihre Zahlen sagen Ihnen nichts?

Statistik hilft Ihnen, Sinn in verwirrende Datensammlungen zu bringen. Statistik **macht Komplexes einfach**. Und sobald Sie herausgefunden haben, was in den Daten drinsteckt, brauchen Sie **Darstellungsmöglichkeiten**, um es anderen **grafisch vermitteln** zu können. Wenn Sie nach dem besten Diagrammformat für eine Aufgabe suchen, werfen Sie sich mal Ihre Jacke über und schnappen sich Ihren Lieblingsrechner. Kommen Sie mit, wir fahren nach Statistingen.



Siehst du, was ich meine?  
Der Gewinn ist Monat für  
Monat fast der gleiche.

Ach was,  
der Gewinn  
ist umwerfend.  
Guck doch, wie der  
steigt!



|                                                  |    |
|--------------------------------------------------|----|
| Statistiken sind überall                         | 2  |
| Aber wozu Statistik lernen?                      | 3  |
| Das Märchen von den zwei Diagrammen              | 4  |
| Manic Mango braucht ein paar Diagramme           | 7  |
| Das bescheidene Kreisdiagramm                    | 8  |
| Balkendiagramme können für mehr Präzision sorgen | 10 |
| Vertikale Balkendiagramme                        | 10 |
| Horizontale Balkendiagramme                      | 11 |
| Auf die Skala kommt es an                        | 12 |
| Häufigkeitsskalen verwenden                      | 13 |
| Mit mehreren Datenreihen arbeiten                | 14 |
| Kategorien vs. Zahlen                            | 18 |
| Mit gruppierten Daten arbeiten                   | 19 |
| Histogramm anlegen                               | 20 |
| Schritt 1: Balkenbreiten bestimmen               | 26 |
| Schritt 2: Balkenhöhen bestimmen                 | 27 |
| Schritt 3: Histogramm zeichnen                   | 28 |
| Einführung der kumulierten Häufigkeit            | 34 |
| Summenhäufigkeitspolygon zeichnen                | 35 |
| Auswählen des passenden Diagrammtyps             | 39 |
| Manic Mango hat den Spielmarkt gestürmt!         | 43 |

# Maße der zentralen Tendenz

## Der Mittelweg

# 2

### Manchmal muss man einfach zum Kern einer Sache vordringen.

Es kann schwierig sein, in einer großen Menge von Zahlen Muster und Trends zu erkennen, und die Ermittlung eines **Durchschnittswerts** ist oft der erste Schritt in Richtung Erfassung des Gesamtbilds. Wenn Ihnen **Mittelwerte** zur Verfügung stehen, können Sie besonders repräsentative Werte in Ihren Daten schnell identifizieren und wichtige Schlüsse ziehen. In diesem Kapitel sehen wir uns für eine der wichtigsten Statistiken, die es gibt, verschiedene Berechnungsmöglichkeiten an – arithmetisches Mittel (oder schlicht Mittelwert), Median und Modalwert –, und Sie werden lernen, wie Sie **Daten** möglichst effektiv, knapp und sinnvoll **zusammenfassen** können.



20 Jahre



21 Jahre



20 Jahre



19 Jahre



|                                                                                 |    |
|---------------------------------------------------------------------------------|----|
| Willkommen im Vital-Center                                                      | 46 |
| Der gebräuchlichste Mittelwert ist das arithmetische Mittel                     | 47 |
| Mittelwert-Mathe                                                                | 48 |
| Mit Unbekannten rechnen                                                         | 49 |
| Zurück zum Mittelwert                                                           | 50 |
| Zurück im Vital-Center                                                          | 53 |
| Everybody was Kung Fu fighting ...                                              | 54 |
| Wir haben Ausreißer in den Daten                                                | 57 |
| Diesmal waren's die Ausreißer (nicht der Butler)                                | 58 |
| Unterhaltung am Wasserspender                                                   | 60 |
| Bestimmung des Medians                                                          | 61 |
| In drei Schritten zum Median                                                    | 62 |
| Das Geschäft brummt                                                             | 65 |
| Schwimmkurs »Kleine Entchen«                                                    | 66 |
| Was ist mit Mittelwert und Median schiefgegangen?                               | 69 |
| Was sollte man mit solchen Daten machen?                                        | 69 |
| Die vielen Arten des Mittelwerts ( <i>Arithmetisches Mittel im Brennpunkt</i> ) | 71 |
| Einführung des Modalwerts                                                       | 73 |
| In drei Schritten zum Modalwert                                                 | 74 |
| Glückwunsch!                                                                    | 75 |

# Messen von Variabilität und Streuung

## 3

### Mächtige Spannweite

#### Manches ist nicht sehr stabil, aber wie erkennt man das?

Mittelwerte leisten gute Arbeit und liefern Ihnen typische Werte Ihrer Daten, **Sie erfahren von ihnen aber nicht die ganze Wahrheit**. Okay, Sie kennen jetzt das Zentrum Ihrer Daten, aber arithmetisches Mittel, Median und Modalwert allein geben Ihnen nicht genug Informationen, um eine Datenreihe zu charakterisieren. In diesem Kapitel zeigen wir Ihnen, wie Sie bei der Entwicklung Ihrer statistischen Fähigkeiten die nächste Stufe erreichen – wir beginnen jetzt mit der Analyse von **Streuung und Variabilität** in Ihren Daten.



Alle drei Spieler haben die gleichen mittleren Ergebnisse im Korbwerfen, und jetzt brauche ich irgendetwas, um zwischen den dreien zu entscheiden. Glauben Sie, Sie können mir da helfen?



|                                                                                 |     |
|---------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Gesucht wird: ein neuer Spieler                                                 | 84  |
| Wir müssen die Ergebnisse der Spieler vergleichen                               | 85  |
| Daten nach Spannweite unterscheiden                                             | 86  |
| Das Problem mit den Ausreißern                                                  | 89  |
| Wir müssen von den Ausreißern weg                                               | 91  |
| Die Quartile helfen uns aus der Patsche                                         | 92  |
| Der Interquartilsabstand schließt Ausreißer aus                                 | 93  |
| Quartil-Anatomic                                                                | 94  |
| Wir sind nicht auf Quartile beschränkt                                          | 98  |
| Und was sind Perzentile?                                                        | 99  |
| Schwankungsbereiche mit Boxplots darstellen                                     | 100 |
| Variabilität ist mehr als reine Streuung                                        | 104 |
| Mittlere Abstände berechnen                                                     | 105 |
| Man kann die Variabilität mit der Varianz messen ...                            | 106 |
| ... aber die Standardabweichung ist intuitiver                                  | 107 |
| Vermessung einer Standardabweichung ( <i>Standardabweichung im Brennpunkt</i> ) | 108 |
| Eine schnellere Methode zur Berechnung der Varianz                              | 113 |
| Und wenn wir für Vergleichszwecke eine Baseline brauchen?                       | 118 |
| Werte aus verschiedenen Datenreihen mit z-Werten vergleichen                    | 119 |
| Standardwerte interpretieren                                                    | 120 |
| Statistinger Basketball-Club holt den Meisterschaftstitel!                      | 125 |

# Berechnung von Wahrscheinlichkeiten

## Risiken eingehen

4

## Das Leben steckt voller Unsicherheiten.

Manchmal ist es unmöglich, vorherzusagen, was in der nächsten Minute passieren wird. Bestimmte Ereignisse treten allerdings mit höherer Wahrscheinlichkeit auf als andere, und hier kommt die **Wahrscheinlichkeitstheorie** ins Spiel. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung lässt Sie einen **Blick in die Zukunft** werfen, indem sie untersucht, wie wahrscheinlich das Eintreffen von Ereignissen ist, und die Kenntnis von dem, was passieren könnte, hilft Ihnen dabei, **gesichertere Entscheidungen** zu treffen. In diesem Kapitel werden Sie viel über Wahrscheinlichkeiten erfahren und lernen, wie man die Zukunft kontrolliert!

[illegible]

|                                                                |     |
|----------------------------------------------------------------|-----|
| Riesen-Jackpot in Statistingen                                 | 128 |
| Ärmel hochgekrempelt, jetzt geht's zum Roulette!               | 129 |
| Wie stehen die Chancen?                                        | 132 |
| Wahrscheinlichkeiten im Roulette berechnen                     | 135 |
| Wahrscheinlichkeiten mit Venn-Diagrammen darstellen            | 136 |
| Man kann Wahrscheinlichkeiten auch addieren                    | 142 |
| Sich ausschließende und sich überschneidende Ereignisse        | 147 |
| Probleme im Überschneidungsbereich                             | 148 |
| Und noch ein bisschen Notation                                 | 149 |
| Noch eine Runde Pech ...                                       | 155 |
| Anwendung von Bedingungen                                      | 156 |
| Bedingte Wahrscheinlichkeiten berechnen                        | 157 |
| Bäume helfen bei der Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten | 159 |
| Nützliche Tipps für die Arbeit mit Wahrscheinlichkeitsbäumen   | 161 |
| Schritt 1: $P(\text{Schwarz} \cap \text{Gerade})$ bestimmen    | 167 |
| Schritt 2: $P(\text{Gerade})$ berechnen                        | 169 |
| Schritt 3: $P(\text{Schwarz} \mid \text{Gerade})$ berechnen    | 170 |
| $P(B)$ mit dem Satz der totalen Wahrscheinlichkeit berechnen   | 172 |
| Der Satz von Bayes                                             | 173 |
| Wenn sich Ereignisse beeinflussen, sind sie abhängig           | 181 |
| Wenn sich Ereignisse nicht beeinflussen, sind sie unabhängig   | 182 |
| Mehr zum Thema Berechnung unabhängiger Ereignisse              | 183 |
| Gewonnen! Gewonnen!                                            | 191 |

## Anwendung diskreter Wahrscheinlichkeitsverteilungen

## 5

## Erwartungen kontrollieren

## Auch unwahrscheinliche Ereignisse kommen vor, aber was sind die Konsequenzen?

Bis jetzt haben wir uns angesehen, was Ihnen Wahrscheinlichkeiten über die Sicherheit einzelner Ereignisse sagen. Wahrscheinlichkeiten sagen Ihnen aber nichts über die **Auswirkung** dieser Ereignisse **insgesamt** und was das für Sie bedeutet. Sicher, manchmal räumen Sie am Roulettetisch richtig ab, aber ist es das wert bei dem ganzen Geld, das Sie bis dahin verlieren? In diesem Kapitel zeigen wir Ihnen, wie Sie mit Wahrscheinlichkeiten die **langfristigen Resultate vorhersagen**, und auch, wie sich die **Sicherheit Ihrer Vorhersagen** messen lässt.



|                                                                                   |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Zurück in der Statistinger Spielbank                                              | 198 |
| Wir können für den einarmigen Banditen eine Wahrscheinlichkeitsverteilung anlegen | 201 |
| Der Erwartungswert sagt Ihnen das Resultat voraus ...                             | 204 |
| ... und die Varianz erzählt Ihnen etwas über die Streuung                         | 205 |
| Varianz von Wahrscheinlichkeitsverteilungen                                       | 206 |
| Berechnen wir jetzt die Varianz des einarmigen Banditen                           | 207 |
| Die Statistinger Spielbank hat die Preise geändert                                | 212 |
| Zwischen $E(X)$ und $E(Y)$ gibt es eine lineare Beziehung                         | 217 |
| Transformationen beim Spielautomaten                                              | 218 |
| Allgemeine Formeln für lineare Transformationen                                   | 219 |
| Jeder Zug am Hebel ist eine unabhängige Beobachtung                               | 222 |
| Kurzformen für Beobachtungen                                                      | 223 |
| Neuer einarmiger Bandit gesichtet                                                 | 229 |
| Addition von $E(X)$ und $E(Y)$ führt zu $E(X + Y)$ ...                            | 230 |
| ... und Subtraktion von $E(X)$ und $E(Y)$ führt zu $E(X - Y)$                     | 231 |
| Man kann sogar lineare Transformationen addieren und subtrahieren                 | 232 |
| Jackpot!                                                                          | 238 |

# Permutationen, Variationen, Kombinationen

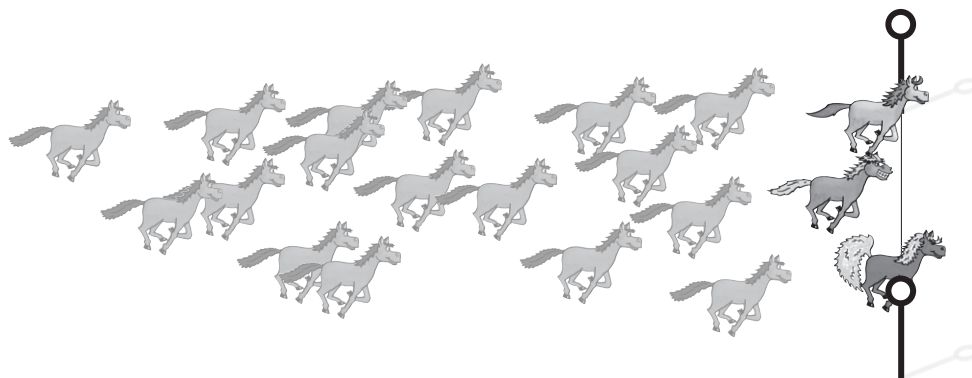
## 6 Auswählen und anordnen

### Manchmal kommt es auf die Reihenfolge an.

Es ist zeitraubend, **alle vorhandenen Möglichkeiten** dazu durchzuzählen, wie sich irgendetwas anordnen lässt. Das Problem ist nur, dass solche Informationen zur Berechnung bestimmter Wahrscheinlichkeiten **unverzichtbar** sind. In diesem Kapitel zeigen wir Ihnen ein paar **zeitsparende Methoden**, an solche Informationen zu kommen, ohne vorher alle Varianten einzeln herausfinden zu müssen. Kommen Sie mal mit, dann zeigen wir Ihnen, wie sich solche **Möglichkeiten zählen** lassen.



|                                                                                  |     |
|----------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Das Statistinger Derby                                                           | 242 |
| Dreier-Rennen ist angesagt                                                       | 243 |
| Wie viele Möglichkeiten zum Überqueren der Ziellinie gibt es?                    | 245 |
| Anzahl aller Anordnungen berechnen                                               | 246 |
| Immer im Kreis ...                                                               | 247 |
| Zeit für Darwins Derby                                                           | 251 |
| Elementweise anordnen ist etwas anderes als nach Klasse anordnen                 | 252 |
| Wir müssen die Tiere nach Gattung anordnen                                       | 253 |
| Generalisierte Formel für Permutationen nach Klassen                             | 254 |
| Zeit für das Zwanzig-Pferde-Rennen                                               | 257 |
| Wie viele Möglichkeiten gibt es für die ersten drei Positionen?                  | 258 |
| Untersuchung von Variationen                                                     | 259 |
| Und wenn die Reihenfolge der Pferde egal ist?                                    | 260 |
| Untersuchung von Kombinationen                                                   | 261 |
| Spielt die Reihenfolge wirklich eine Rolle? ( <i>Kombination im Brennpunkt</i> ) | 262 |
| Das Rennen ist gelaufen                                                          | 268 |



# Geometrische, Binomial- und Poisson-Verteilung

## 7 Wir machen das diskret

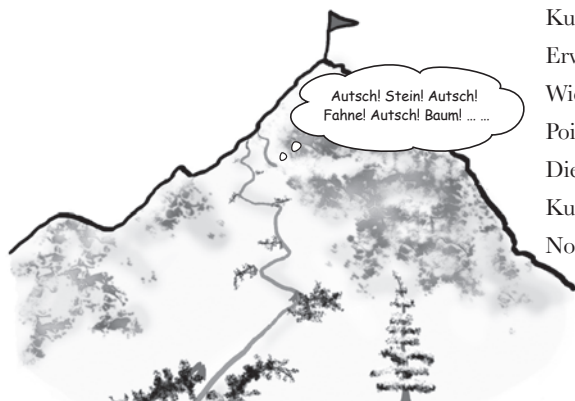
### Wahrscheinlichkeitsverteilungen zu berechnen, kostet Zeit.

Bisher haben wir uns angesehen, wie man Wahrscheinlichkeitsverteilungen berechnet und anwendet, aber es wäre doch nett, wenn man etwas hätte, mit dem es sich **leichter arbeiten** ließe oder das **schneller berechnet** werden könnte. In diesem Kapitel zeigen wir Ihnen ein paar **spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen**, die klar definierten Mustern folgen. Wenn Sie diese Muster kennen, sind Sie in der Lage, **Wahrscheinlichkeiten, Erwartungswerte und Varianzen in Rekordzeit zu berechnen**. Lesen Sie weiter, dann stellen wir Ihnen die geometrische, die Binomial- und die Poisson-Verteilung vor.

Popcorn-Maschine



Getränkeautomat



|                                                                     |     |
|---------------------------------------------------------------------|-----|
| Sven, der vom Pech verfolgte Snowboarder                            | 270 |
| Wir müssen Svens Wahrscheinlichkeitsverteilung finden               | 273 |
| In dieser Wahrscheinlichkeitsverteilung gibt es ein Muster          | 274 |
| Die Wahrscheinlichkeitsverteilung lässt sich algebraisch darstellen | 277 |
| Die geometrische Verteilung funktioniert auch mit Ungleichungen     | 279 |
| Muster der Erwartungswerte der geometrischen Verteilung             | 280 |
| Der Erwartungswert ist $1/p$                                        | 281 |
| Bestimmung der Varianz unserer Verteilung                           | 283 |
| Kurzanweisung zur geometrischen Verteilung                          | 284 |
| Wer gewinnt den Drehstuhl?                                          | 287 |
| Sie haben die geometrische Verteilung gebändigt                     | 287 |
| Mitmachen oder passen?                                              | 291 |
| Generalisierung der Wahrscheinlichkeit für drei Fragen              | 293 |
| Generalisieren wir die Wahrscheinlichkeit noch weiter               | 296 |
| Was ist der Erwartungswert, was ist die Varianz?                    | 298 |
| Erwartungswert und Varianz der Binomialverteilung                   | 301 |
| Kurzanweisung zur Binomialverteilung                                | 302 |
| Erwartungswert und Varianz der Poisson-Verteilung                   | 308 |
| Wie sieht die Wahrscheinlichkeitsverteilung aus?                    | 312 |
| Poissonverteilte Variablen kombinieren                              | 313 |
| Die verkappte Poisson-Verteilung                                    | 316 |
| Kurzanweisung zur Poisson-Verteilung                                | 319 |
| Noch jemand Popcorn?                                                | 319 |

# Anwendung der Normalverteilung

## 8

### Normalität

#### Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen kommen nicht mit jeder Situation zurecht.

Bis jetzt haben wir uns Wahrscheinlichkeitsverteilungen exakter Werte angesehen, aber das trifft nicht auf jeden Datensatz zu. Manche Daten **passen einfach nicht** zu den Wahrscheinlichkeitsverteilungen, denen wir bisher begegnet sind. In diesem Kapitel werden wir uns ansehen, wie **kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilungen** funktionieren, und wir werden Ihnen eine der wichtigsten Wahrscheinlichkeitsverteilungen überhaupt vorstellen – **die Normalverteilung**.



|                                                                               |     |
|-------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Diskrete Daten nehmen nur exakte Werte an ...                                 | 326 |
| ... aber nicht alle numerischen Daten sind diskret                            | 327 |
| Wie viel Verspätung?                                                          | 328 |
| Wir brauchen eine Verteilung für kontinuierliche Daten                        | 329 |
| Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen für kontinuierliche Daten                 | 330 |
| Wahrscheinlichkeit = Fläche                                                   | 331 |
| Zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit beginnen Sie mit $f(x)$ ...             | 332 |
| ... dann bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, indem Sie die Fläche berechnen | 333 |
| Wir haben die Wahrscheinlichkeit gefunden                                     | 337 |
| Die Suche nach der verwandten Seele                                           | 338 |
| Das Modell vom Mann                                                           | 339 |
| Die Normalverteilung ist das »Ideal« kontinuierlicher Daten                   | 340 |
| Und wie bestimmen wir normalverteilte Wahrscheinlichkeiten?                   | 341 |
| Drei Schritte zur Berechnung normalverteilter Wahrscheinlichkeiten            | 342 |
| Schritt 1: Bestimmen Sie Ihre Verteilung                                      | 343 |
| Schritt 2: Standardisieren auf $N(0, 1)$                                      | 344 |
| Beim Standardisieren verschieben wir zuerst den Mittelwert ...                | 345 |
| ... anschließend stauchen wir die Kurve in der Breite zusammen                | 345 |
| Berechnen Sie $z$ für den Wert, dessen Wahrscheinlichkeit Sie suchen          | 346 |
| Schritt 3: Schlagen Sie die Wahrscheinlichkeit in der Tabelle nach            | 349 |
| Wahrscheinlichkeitstabelle der Standardnormalverteilung anwenden              | 349 |
| Und wenn sie nicht gestorben sind ...                                         | 359 |



## Anwendung der Normalverteilung, Teil II

## Jenseits der Normalität

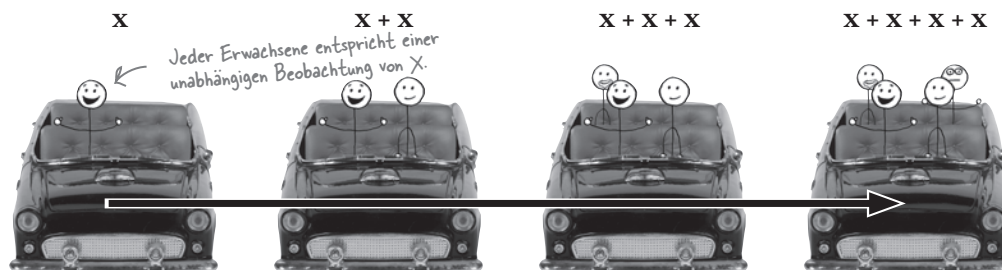
## 9

## Wenn nur alle Wahrscheinlichkeitsverteilungen normal wären.

Mit der Normalverteilung wird das Leben um einiges **leichter**. Warum die ganze Zeit damit zubringen, einzelne Wahrscheinlichkeiten auszurechnen, wenn man in einem Rutsch ganze Wahrscheinlichkeitsbereiche nachsehen kann und dann immer noch Zeit für ein Spielchen bleibt? In diesem Kapitel erfahren Sie, wie sich **komplexere Probleme** im Handumdrehen lösen lassen, außerdem werden Sie herausfinden, wie sich die Vorzüge der Normalverteilung **auf andere Wahrscheinlichkeitsverteilungen übertragen** lassen.



|                                                                                          |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Achterbahn ins Glück, alles einsteigen                                                   | 363 |
| Normalverteilung Bräute + Normalverteilung Bräutigame                                    | 364 |
| Aber es geht immer noch um das Gewicht                                                   | 365 |
| Wie ist das kombinierte Gewicht verteilt?                                                | 367 |
| Wahrscheinlichkeiten ermitteln                                                           | 370 |
| Immer mehr Leute wollen auf die Achterbahn ins Glück                                     | 375 |
| Lineare Transformationen ändern Ihre Daten ...                                           | 376 |
| ... unabhängige Beobachtungen entsprechen der Anzahl Ihrer Werte                         | 377 |
| Erwartungswert und Varianz von unabhängigen Beobachtungen                                | 378 |
| Mitmachen oder passen?                                                                   | 383 |
| Die Normalverteilung springt ein                                                         | 386 |
| Wann lässt sich die Binomial- durch die Normalverteilung schätzen?                       | 389 |
| Schätzung mit der Normalverteilung, überarbeitet                                         | 394 |
| Die Binomialverteilung ist diskret, die Normalverteilung kontinuierlich                  | 395 |
| Vor Berechnung der Schätzung Kontinuitätskorrektur anwenden                              | 396 |
| Warum normal sein kein bisschen langweilig ist ( <i>Normalverteilung im Brennpunkt</i> ) | 404 |
| Achterbahn ins Glück, alles einsteigen                                                   | 405 |
| Wann lässt sich die Poisson- durch die Normalverteilung schätzen?                        | 407 |
| Regelrecht unkontrollierter Erfolg!                                                      | 413 |



## Anwendung von Stichprobentechniken

## 10

## Stichproben ziehen

## Statistik hat mit Daten zu tun, aber wo kommen die her?

Hin und wieder ist es leicht, Daten zu sammeln, beispielsweise das Alter der Leute, die ein Fitnesscenter besuchen, oder die Verkaufszahlen eines Spieleherstellers. Aber was ist, wenn es nicht so einfach ist, an Daten heranzukommen? Manchmal ist das, worüber wir etwas wissen wollen, **so umfangreich**, dass uns nicht klar ist, wo wir anfangen sollen. In diesem Kapitel beschäftigen wir uns damit, wie man **unter Realbedingungen effektiv Daten erhebt**, effizient, präzise und so, dass man sogar noch Zeit und Geld dabei spart. Herzlich willkommen zu den Stichprobenverfahren.

|                                                              |     |
|--------------------------------------------------------------|-----|
| Der Kaukugel & Co.-Geschmackstest                            | 416 |
| Die Kaugummikugeln werden knapp                              | 417 |
| Kaukugel-Stichprobe statt gesamte Kaukugel-Population testen | 418 |
| So funktionieren Stichproben                                 | 419 |
| Wenn die Stichprobenauswahl danebengeht ...                  | 420 |
| Wie man eine Stichprobe plant                                | 422 |
| Definieren Sie Ihren Stichprobenrahmen                       | 423 |
| Manchmal sind Stichproben systematisch verzerrt              | 424 |
| Quellen systematischer Verzerrung                            | 425 |
| Wie man eine Stichprobe zieht                                | 430 |
| Einfache Zufallsauswahl                                      | 430 |
| Auswahl einer einfachen Zufallsstichprobe                    | 431 |
| Es gibt noch andere Auswahlverfahren                         | 432 |
| Man könnte eine geschichtete Stichprobe ziehen ...           | 432 |
| ... oder eine Klumpenstichprobe...                           | 433 |
| ... oder auch eine systematische Stichprobe                  | 433 |
| Eine Stichprobe für Kaukugel & Co.                           | 439 |



## Schätzen von Populationen und Stichproben

## 11

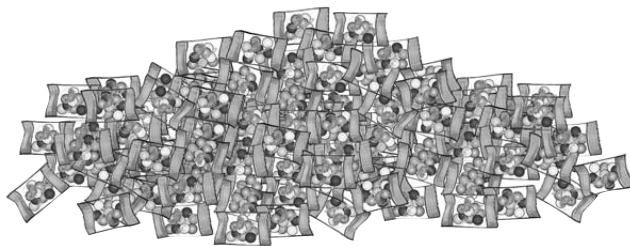
## Vorhersagen treffen

Es wäre doch toll, wenn Sie bloß eine einzige Stichprobe ziehen müssten und wüssten, wie die Population aussieht.

Bevor Sie **Meisterschaft in allen Stichprobenfragen** für sich beanspruchen können, müssen Sie wissen, wie sich das meiste aus den von Ihnen erhobenen Stichproben herausholen lässt, also **Eigenschaften der Population** vorherzusagen und herauszufinden, wie sich die **Zuverlässigkeit** dieser Vorhersagen beschreiben lässt. In diesem Kapitel zeigen wir Ihnen, wie die Kenntnis Ihrer Stichprobe Ihnen dabei hilft, **Ihre Population kennenzulernen** und umgekehrt.

|                                                                                  |     |
|----------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Also, wie lange hält der Geschmack wirklich?                                     | 442 |
| Beginnen wir mit der Schätzung des Populationsmittelwerts                        | 443 |
| Mit Punktschätzern lassen sich Populationsparameter schätzen                     | 444 |
| Lassen Sie uns die Populationsvarianz schätzen                                   | 448 |
| Wir brauchen einen anderen Schätzer als die Stichprobenvarianz                   | 449 |
| Welche Formel ist wofür?                                                         | 451 |
| Eine Frage der Verhältnismäßigkeit                                               | 454 |
| Was hat das mit Stichproben zu tun?                                              | 459 |
| Die Verteilung des Stichprobenanteils                                            | 460 |
| Welchen Erwartungswert hat $P_s$ ?                                               | 462 |
| Und welche Varianz hat $P_s$ ?                                                   | 463 |
| Bestimmen Sie die Verteilung von $P_s$                                           | 464 |
| $P_s$ folgt der Normalverteilung                                                 | 465 |
| Wir brauchen Wahrscheinlichkeiten für den Stichprobenmittelwert                  | 471 |
| Die Stichprobenverteilung des Mittelwerts                                        | 472 |
| Bestimmen Sie den Erwartungswert von $\bar{X}$                                   | 474 |
| Wie sieht's mit der Varianz von $\bar{X}$ aus?                                   | 476 |
| Welche Verteilung hat $\bar{X}$ ?                                                | 480 |
| Bei großem $n$ kann man $\bar{X}$ immer noch durch die Normalverteilung schätzen | 481 |
| Anwendung des zentralen Grenzwertsatzes                                          | 482 |
| Die Stichproben haben die Situation gerettet!                                    | 486 |

Das ist toll! Wir haben jede Menge eindrucksvoller Statistiken, die wir für unsere Werbung nehmen können.



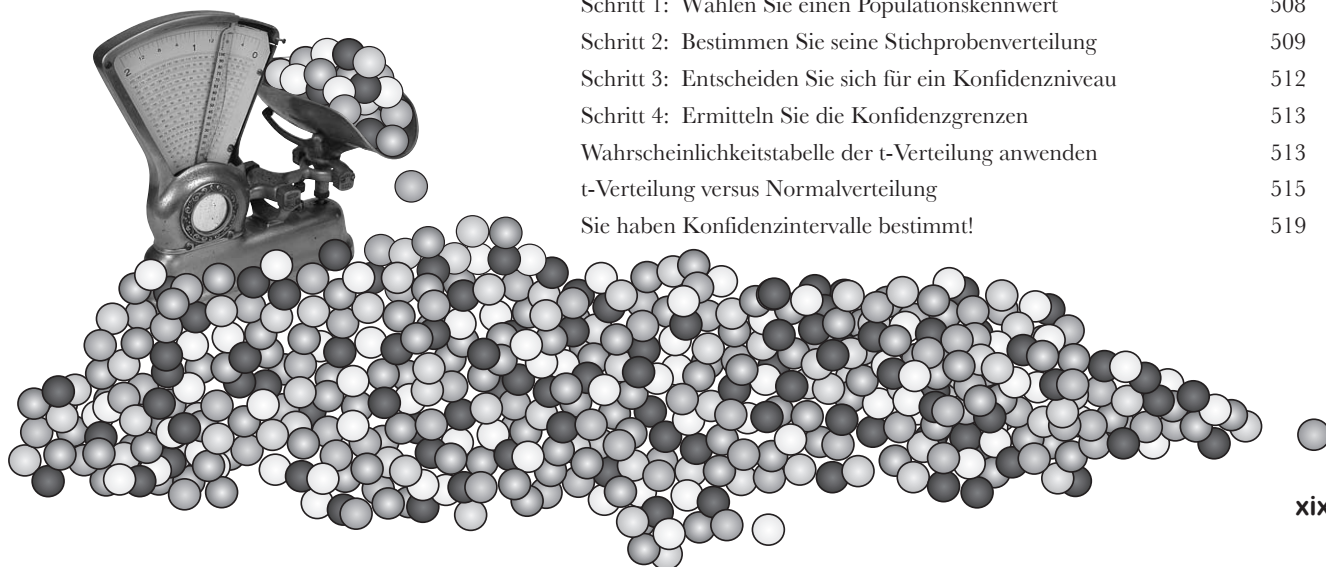
# Konfidenzintervalle festlegen

## 12

### Begründete Vermutungen

**Manchmal kommt man mit einer Stichprobe nicht ganz zum richtigen Ergebnis.** Sie haben gesehen, wie sich mit Punktschätzern die **Werte der eigentlichen Populationsparameter** Mittelwert, Varianz und Anteil schätzen lassen, das Problem ist aber, wie wollen Sie sicher sein, dass Ihre Schätzung korrekt ist? Alles in allem basieren Ihre Mutmaßungen ja lediglich auf einer einzigen Stichprobe – und wenn die nun danebenliegt? In diesem Kapitel werden Sie eine **andere Methode kennenlernen, um Populationskennwerte zu schätzen**, eine, die den **Unsicherheitsfaktor einbezieht**. Schnappen Sie sich Ihre Wahrscheinlichkeitstabellen, wir machen Sie jetzt bis ins letzte Detail mit **Konfidenzintervallen** bekannt.

|                                                          |     |
|----------------------------------------------------------|-----|
| Kaukugel & Co. hat Schwierigkeiten                       | 488 |
| Das Problem mit der Genauigkeit                          | 489 |
| Einführung von Konfidenzintervallen                      | 490 |
| Vier Schritte zur Bestimmung eines Konfidenzintervalls   | 491 |
| Schritt 1: Wählen Sie einen Populationskennwert          | 492 |
| Schritt 2: Bestimmen Sie seine Stichprobenverteilung     | 492 |
| Schritt 3: Entscheiden Sie sich für ein Konfidenzniveau  | 494 |
| Schritt 4: Ermitteln Sie die Konfidenzgrenzen            | 496 |
| Beginnen Sie mit der Bestimmung von $Z$                  | 497 |
| Formen Sie die Ungleichung nach $\mu$ um                 | 498 |
| Und zu guter Letzt: Bestimmen Sie den Wert von $\bar{X}$ | 501 |
| Fassen wir die einzelnen Schritte zusammen               | 503 |
| Handliche Kurzformen für Konfidenzintervalle             | 504 |
| Schritt 1: Wählen Sie einen Populationskennwert          | 508 |
| Schritt 2: Bestimmen Sie seine Stichprobenverteilung     | 509 |
| Schritt 3: Entscheiden Sie sich für ein Konfidenzniveau  | 512 |
| Schritt 4: Ermitteln Sie die Konfidenzgrenzen            | 513 |
| Wahrscheinlichkeitstabelle der t-Verteilung anwenden     | 513 |
| t-Verteilung versus Normalverteilung                     | 515 |
| Sie haben Konfidenzintervalle bestimmt!                  | 519 |



# Hypothesentests anwenden

# 13

## Befassen Sie sich mit der Befundlage

Sie können sich nicht auf alles verlassen, was man Ihnen erzählt.

Das Problem ist nur: Woran erkennen Sie, ob das, was Sie hören, auch stimmt? **Hypothesentests** bieten Ihnen die Möglichkeit zu überprüfen, mit welcher Wahrscheinlichkeit statistische Aussagen zutreffen. Sie ermöglichen, **vorliegende Befunde abzuwägen** und zu untersuchen, ob man **extreme Ergebnisse als reinen Zufall** betrachten kann oder ob womöglich noch dunklere Mächte am Werk sind. Kommen Sie mit und begleiten Sie uns durch dieses Kapitel, dann zeigen wir Ihnen, wie sich mithilfe von Hypothesentests Ihre schlimmsten **Befürchtungen bestätigen oder beseitigen** lassen.

|                                                                    |     |
|--------------------------------------------------------------------|-----|
| In Statistiken gibt's ein neues Wundermittel                       | 522 |
| Wie sieht denn die Problemstellung aus?                            | 524 |
| Problemlösung aus 20 km Höhe                                       | 526 |
| Die sechs Schritte des Hypothesentestens                           | 527 |
| Schritt 1: Formulieren Sie Ihre Hypothese                          | 528 |
| Schritt 2: Wählen Sie Ihre Prüfgröße                               | 531 |
| Schritt 3: Bestimmen Sie den Ablehnungsbereich                     | 532 |
| Schritt 4: Bestimmen Sie den p-Wert                                | 535 |
| Schritt 5: Liegt das Stichprobenergebnis im Ablehnungsbereich?     | 537 |
| Schritt 6: Treffen Sie Ihre Entscheidung                           | 537 |
| Und wenn die Stichprobe größer wäre?                               | 540 |
| Führen wir noch einen Hypothesentest durch                         | 543 |
| Schritt 1: Formulieren Sie die Hypothesen                          | 543 |
| Schritt 2: Wählen Sie Ihre Prüfgröße                               | 544 |
| Binomialverteilung der Prüfgröße mit der Normalverteilung schätzen | 547 |
| Schritt 3: Bestimmen Sie den Ablehnungsbereich                     | 548 |
| Fehler kommen vor                                                  | 552 |
| Beginnen wir mit dem Fehler 1. Art                                 | 556 |
| Und wie sieht's mit dem Fehler 2. Art aus?                         | 557 |
| Fehlentscheidungen für Schnarchivin identifizieren                 | 558 |
| Wir müssen den Wertebereich bestimmen                              | 559 |
| Bestimmen von P(Fehler 2. Art)                                     | 560 |
| Einführung der Teststärke                                          | 561 |
| Die Ärztin ist zufrieden                                           | 562 |



Die  $\chi^2$ -Verteilung

## 14

**Irgendwas geht hier vor ...****Manchmal entwickeln sich die Dinge nicht ganz wie erwartet.**

Wenn Sie eine bestimmte Situation mit einer Wahrscheinlichkeitsverteilung modellieren, haben Sie eine genaue Vorstellung davon, wie sich die Dinge langfristig entwickeln. Und wenn **Erwartungen und Ergebnisse** nicht übereinstimmen? Wie können Sie feststellen, ob solche Abweichungen auf normale Schwankungen oder auf ein Problem mit dem dahinterstehenden Wahrscheinlichkeitsmodell zurückzuführen sind? In diesem Kapitel zeigen wir Ihnen, wie Sie **Daten** mit der  $\chi^2$ -Verteilung **analysieren** und **verdächtige Ergebnisse aufspüren**.

|                                                                      |     |
|----------------------------------------------------------------------|-----|
| In der Statistinger Spielbank riecht es nach Ärger                   | 568 |
| Kümmern wir uns zuerst um die einarmigen Banditen                    | 569 |
| Der $\chi^2$ -Test untersucht Unterschiede                           | 571 |
| Was stellt die Prüfgröße denn nun dar?                               | 572 |
| Die $\chi^2$ -Verteilung hat zwei Hauptanwendungen                   | 573 |
| $\nu$ entspricht den Freiheitsgraden                                 | 574 |
| Und die Signifikanz?                                                 | 575 |
| Hypothesentest mit $\chi^2$                                          | 576 |
| Sie haben das Rätsel um den einarmigen Banditen gelöst               | 579 |
| In der Spielbank gibt es ein weiteres Problem                        | 585 |
| Mit der $\chi^2$ -Verteilung kann man auf Unabhängigkeit prüfen      | 586 |
| Erwartete Häufigkeiten mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung bestimmen | 587 |
| Wie sieht's also mit den erwarteten Häufigkeiten aus?                | 588 |
| Wir müssen noch die Freiheitsgrade berechnen                         | 591 |
| Generalisierte Berechnung von Freiheitsgraden                        | 596 |
| Und die Formel lautet ...                                            | 597 |
| Sie haben gerade die Spielbank gerettet                              | 599 |



# Korrelation und Regression

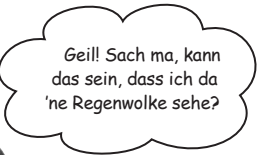
15

## Wo ist denn hier die Mittellinie?

**Haben Sie sich je gefragt, wie zwei Sachverhalte zusammenhängen?** Bis jetzt haben wir uns überwiegend mit Bereichen der Statistik beschäftigt, die Ihnen etwas über eine einzige Variable mitteilen – Körpergröße von Männern, Punktstände von Basketballspielern, Geschmacksdauer von Kaugummikugeln. Andere Bereiche der Statistik beschäftigen sich dagegen mit den **Beziehungen zwischen Variablen**. Zusammenhänge erkennen zu können, kann Ihnen eine Menge Informationen über die Welt um Sie herum verschaffen, ein Wissen, das sich zu Ihrem Vorteil einsetzen lässt. Begleiten Sie uns, und wir zeigen Ihnen den **Schlüssel zur Aufdeckung von Zusammenhängen: Korrelation und Regression**.



|                                                                          |     |
|--------------------------------------------------------------------------|-----|
| Dem Wetter kann man nicht trauen                                         | 606 |
| Analyse von Sonnenschein und Besucherzahlen                              | 607 |
| Untersuchung unterschiedlicher Datentypen                                | 608 |
| Visualisierung bivariater Daten                                          | 609 |
| Streudiagramme machen Muster sichtbar                                    | 612 |
| Korrelation versus Kausalzusammenhang                                    | 614 |
| Vorhersage von Werten aufgrund der Trendlinie                            | 618 |
| Auch gut geraten ist immer noch geraten                                  | 619 |
| Die Abweichungen müssen minimiert werden                                 | 620 |
| Einführung der Summe der Abweichungsquadrate                             | 621 |
| Bestimmen Sie die Gleichung der Trendlinie                               | 622 |
| Steigung der Trendlinie bestimmen                                        | 623 |
| Steigung der Trendlinie bestimmen, Teil II                               | 624 |
| Die Steigung $b$ haben wir, aber was ist mit $a$ ?                       | 625 |
| Sie haben die Beziehung hergestellt                                      | 629 |
| Sehen wir uns verschiedene Korrelationen an                              | 630 |
| Der Korrelationskoeffizient misst, wie gut die Gerade zu den Daten passt | 631 |
| Zur Berechnung des Korrelationskoeffizienten $r$ gibt es eine Formel     | 632 |
| Bestimmung von $r$ für die Konzertbesucherzahlen                         | 633 |
| Sie haben die Situation gerettet!                                        | 635 |



## Übriggebliebenes

# A

### Die Top Ten (der Themen, die wir nicht behandelt haben)

**Trotz allem ist immer noch etwas übrig geblieben.** Wir haben hier noch ein paar Dinge, die Sie unserer Meinung nach wissen sollten. Wir hätten kein gutes Gefühl dabei, diese zu ignorieren, wenigstens **eine kurze Erwähnung** sollte es sein, denn wir wollten Ihnen eigentlich ein Buch anbieten, das Sie auch stemmen können, ohne vorher exzessiv im örtlichen Fitnesscenter trainiert zu haben. Bevor Sie also das Buch beiseite legen, **lesen Sie sich noch die folgenden Schmankerl durch.**



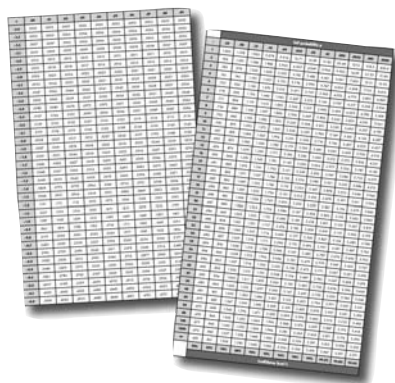
|                                                                          |     |
|--------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1. Zusätzliche Methoden zur Darstellung von Daten                        | 644 |
| 2. Verteilungsanatomic                                                   | 645 |
| 3. Experimente                                                           | 646 |
| 4. Alternative Notation der linearen Regression                          | 648 |
| 5. Der Determinationskoeffizient                                         | 649 |
| 6. Nicht lineare Beziehungen zwischen zwei Variablen                     | 650 |
| 7. Konfidenzintervall der Steigung der Regressionsgeraden                | 651 |
| 8. Stichprobenverteilungen – Unterschied zwischen zwei Mittelwerten      | 652 |
| 9. Stichprobenverteilungen – Unterschied zwischen zwei Anteilen          | 653 |
| 10. $E(X)$ und $Var(X)$ kontinuierlicher Wahrscheinlichkeitsverteilungen | 654 |

## Statistische Tabellen

# B

### Zum Nachschlagen

**Was würden Sie bloß ohne Ihre zuverlässigen Wahrscheinlichkeitstabellen machen?** Wahrscheinlichkeitsverteilungen zu verstehen, reicht nicht ganz aus. Manchmal müssen Sie **Wahrscheinlichkeiten in Standardtabellen nachschlagen**. In diesem Anhang finden Sie Tabellen für die **Standardnormalverteilung**, die **t-Verteilung** und die  **$\chi^2$ -Verteilung**, damit können Sie dann nach Herzenslust Wahrscheinlichkeiten bestimmen.

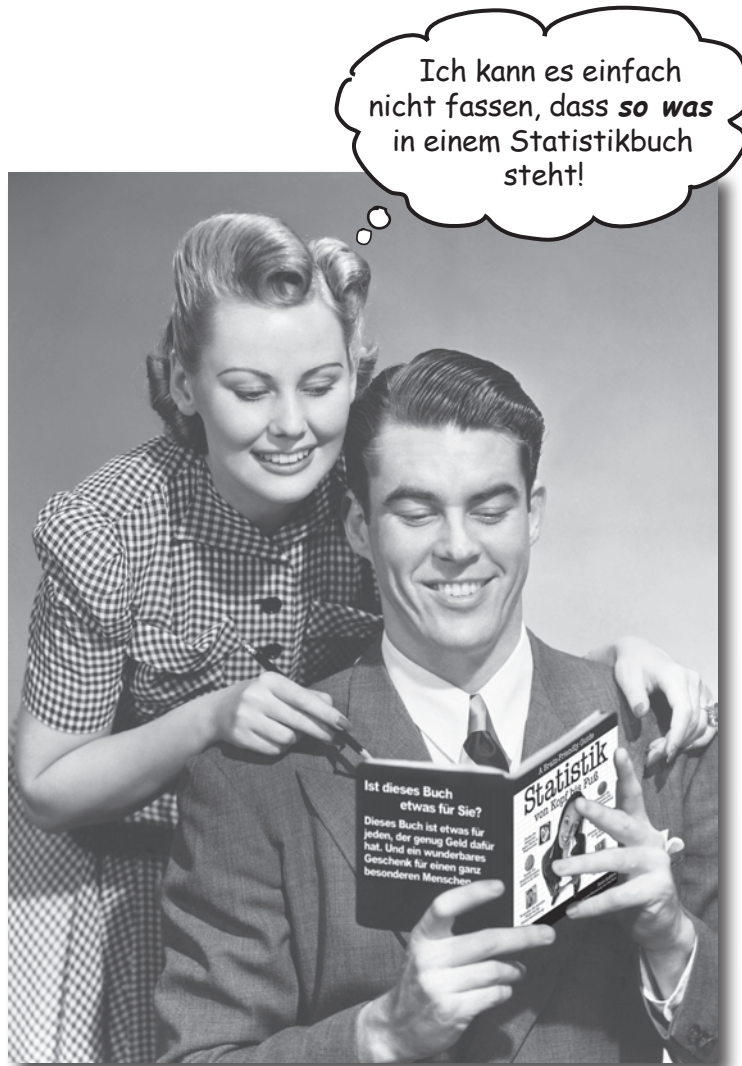


|                                                      |     |
|------------------------------------------------------|-----|
| 1. Wahrscheinlichkeiten der Standardnormalverteilung | 658 |
| 2. Kritische Werte der t-Verteilung                  | 660 |
| 3. Kritische Werte der $\chi^2$ -Verteilung          | 661 |



Wie man dieses Buch benutzt

## **Einführung**



In diesem Abschnitt beantworten wir die brennende Frage: »Und? Warum STEHT so was in einem Statistikbuch?«

## Für wen ist dieses Buch?

Wenn Sie *alle* folgenden Fragen mit »Ja« beantworten können ...

- ① Müssen Sie Statistik verstehen, weil Sie einen **Kurs oder ein Seminar** belegt haben, weil Sie sie **für Ihre Arbeit** brauchen oder einfach **weil Sie glauben, es sei Zeit** zu wissen, was eine Standardabweichung ist oder wie man die Wahrscheinlichkeit dafür bestimmt, im Roulette zu gewinnen?
- ② Wollen Sie **lernen, verstehen und abrufen** können, wie man **Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik anwendet**, um damit **zu korrekten Ergebnissen zu kommen**, und zwar immer?
- ③ Ziehen Sie eine **anregende Unterhaltung** beim Abendessen **einem trockenen, langweiligen Vortrag vor**?

... dann ist dieses Buch etwas für Sie.

## Wer sollte eher die Finger von diesem Buch lassen?

Wenn Sie *eine* der folgenden Fragen mit »Ja« beantworten können ...

- ① **Sind Sie noch nie in Kontakt mit den Grundregeln der Algebra gekommen?**  
Sie müssen keine fortgeschrittenen Kenntnisse haben, aber die Grundrechenarten (Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division) sollten Sie beherrschen, außerdem Potenzieren und Wurzelziehen. Gut wäre auch, wenn Ihnen Gleichungen mit Unbekannten nicht unbekannt sind.)
- ② Sind Sie ein Topstatistiker, der ein **Buch zum Nachschlagen** sucht?
- ③ Haben Sie **Angst, etwas Neues auszuprobieren**? Ist Ihnen eine Wurzelkanalbehandlung lieber, als Streifen kombiniert mit Karos zu tragen? Glauben Sie, dass ein Statistikfachbuch, in dem Venn-Diagramme vermenschlicht werden, nicht seriös sein kann?

... dann ist dieses Buch *nicht* das richtige für Sie.

[Anmerkung der Marketing-Abteilung: Dieses Buch ist etwas für jeden, der eine Kreditkarte besitzt.]



## Wir wissen, was Sie gerade denken.

»Kann *das* wirklich ein seriöses Statistikfachbuch sein?«

»Was ist mit den ganzen *Abbildungen*?«

»Kann ich das auf diese Art wirklich *lernen*?«

## Und wir wissen, was Ihr Gehirn gerade denkt.

Ihr Gehirn lechzt nach Neuem. Es ist ständig dabei, Ihre Umgebung abzusuchen, und es *wartet* auf etwas Ungewöhnliches. So ist es nun einmal gebaut, und es hilft Ihnen zu überleben.

Also, was macht Ihr Gehirn mit all den gewöhnlichen, normalen Routinesachen, denen Sie begegnen? Es tut alles in seiner Macht stehende, um dadurch nicht bei seiner *eigentlichen* Arbeit gestört zu werden: Dinge zu erfassen, die *wirklich* wichtig sind. Es gibt sich nicht damit ab, die langweiligen Sachen zu speichern, sondern lässt diese gar nicht erst durch den »Das-ist-offensichtlich-nicht-wichtig«-Filter.

Woher *weiß* Ihr Gehirn denn, was wichtig ist? Nehmen Sie an, Sie machen einen Tagesausflug und ein Tiger springt vor Ihnen aus dem Gebüsch: Was passiert dabei in Ihrem Kopf und Ihrem Körper?

Neuronen feuern. Gefühle werden angekurbelt. *Botenstoffe werden ausgeschüttet.*

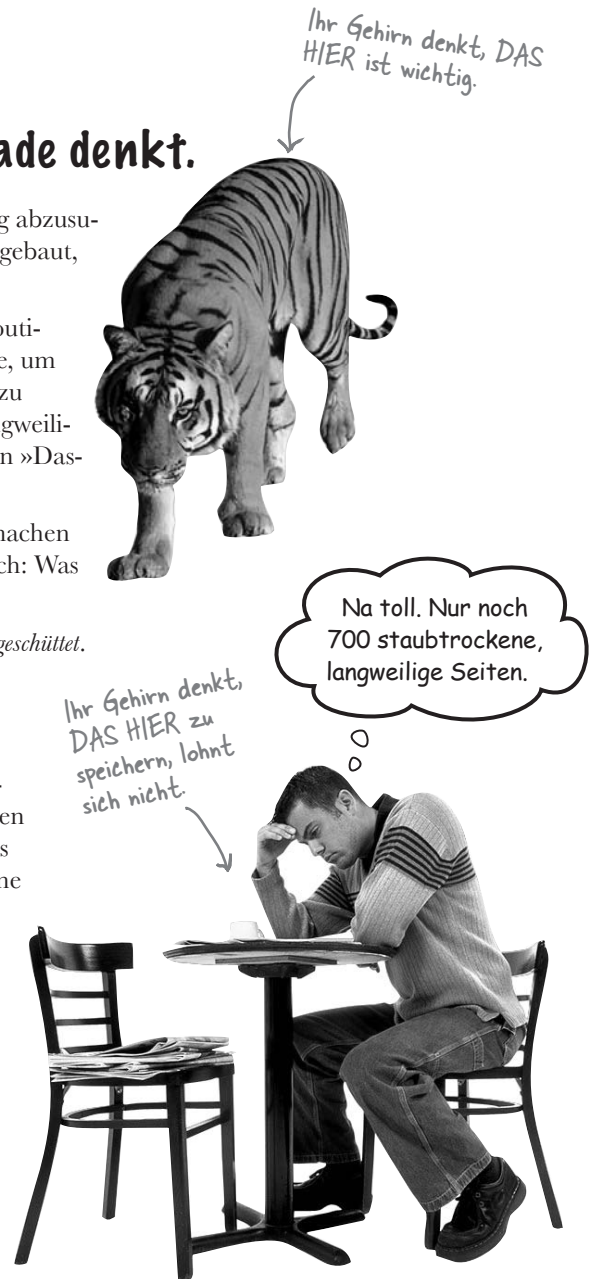
Und so weiß Ihr Gehirn:

### Das hier muss wichtig sein! Vergiss es nicht!

Aber nun stellen Sie sich vor, Sie sind zu Hause oder in einer Bibliothek. In einer sicheren, warmen, tigerfreien Zone. Sie lernen. Bereiten sich auf eine Prüfung vor. Oder Sie versuchen, irgendein schwieriges Thema zu lernen, von dem Ihr Chef glaubt, Sie bräuchten dafür eine Woche oder höchstens zehn Tage.

Da ist nur ein Problem: Ihr Gehirn versucht Ihnen einen großen Gefallen zu tun. Es versucht, dafür zu sorgen, dass diese *offensichtlich* unwichtigen Inhalte nicht knappe Ressourcen blockieren. Ressourcen, die besser dafür verwendet würden, die *wirklich wichtigen* Dinge zu speichern. Wie Tiger. Wie die Gefahren des Feuers. Oder dass Sie nie, nie, niemals diese Partyfotos auf Ihre Facebook-Seite hätten stellen dürfen.

Und es gibt keine einfache Möglichkeit, Ihrem Gehirn zu sagen: »Hey, Gehirn, vielen Dank, aber egal, wie langweilig dieses Buch auch ist und wie klein der Ausschlag auf meiner emotionalen Richterskala gerade ist, aber ich *will wirklich*, dass du dir diesen Kram merkst.«



## Wir stellen uns unseren Leser als einen aktiv Lernenden vor.

Also, was ist nötig, damit Sie etwas **lernen**? Erst einmal müssen Sie es **aufnehmen** und dann dafür sorgen, dass Sie es nicht wieder **vergessen**. Es geht nicht darum, Fakten in Ihren Kopf zu schieben. Nach den neuesten Forschungsergebnissen aus Kognitionswissenschaft, Neurobiologie und pädagogischer Psychologie gehört zum **Lernen** viel mehr als nur Text auf einer Seite. Wir wissen, was Ihr Gehirn anmacht.

### Einige der Lernprinzipien dieser Buchreihe:



**Bilder einsetzen.** An Bilder kann man sich viel besser erinnern als an Worte allein und lernt so viel effektiver (bis zu 89% Verbesserung bei Gedächtnisabruf- und Lerntransferstudien). Außerdem werden die Dinge dadurch verständlicher, **Text in oder neben die Grafiken setzen**, auf die sie sich beziehen, anstatt darunter oder auf eine andere Seite. Die Leser werden auf den Bildinhalt bezogene Probleme dann mit *doppelt* so hoher Wahrscheinlichkeit lösen können.

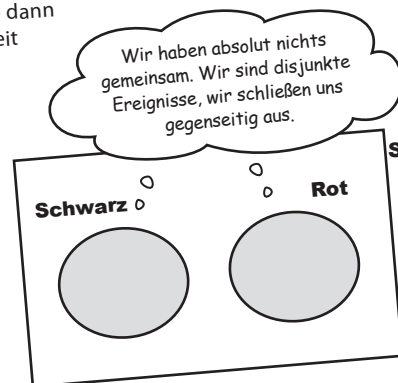
**Wir verwenden einen gesprächsorientierten Stil mit persönlicher Ansprache.** Nach neueren Untersuchungen haben Studenten nach dem Lernen bei Tests bis zu 40% besser abgeschnitten, wenn der Inhalt den Leser direkt in der ersten Person und im lockeren Stil angesprochen hat statt in einem formalen Ton. Wir halten keinen Vortrag, sondern erzählen Geschichten. Wir benutzen eine zwanglose Sprache. Nehmen Sie sich selbst nicht zu ernst. Würden Sie einer anregenden Unterhaltung beim Abendessen mehr Aufmerksamkeit schenken oder einem Vortrag?



**Wir bringen den Lernenden dazu, intensiver nachzudenken.** Mit anderen Worten: Falls Sie nicht aktiv Ihre Neuronen strapazieren, passiert in Ihrem Gehirn nicht viel. Ein Leser muss motiviert, begeistert und neugierig sein und angeregt werden, Probleme zu lösen, Schlüsse zu ziehen und sich neues Wissen anzueignen. Und dafür brauchen Sie Herausforderungen, Übungen, zum Nachdenken anregende Fragen und Tätigkeiten, durch die beide Seiten des Gehirns und mehrere Sinne beansprucht werden.

**Wir wollen Ihre Aufmerksamkeit – und sie behalten.** Wir alle haben schon Erfahrungen dieser Art gemacht: »Ich will das wirklich lernen, aber ich kann einfach nicht über Seite 1 hinaus wach bleiben.« Ihr Gehirn passt auf, wenn Dinge ungewöhnlich, interessant, merkwürdig, auffällig, unerwartet sind. Ein neues, schwieriges, technisches Thema zu lernen, muss nicht langweilig sein. Wenn es das nicht ist, lernt Ihr Gehirn viel schneller.

**Wir sprechen Gefühle an.** Wir wissen, dass Ihre Fähigkeit, sich an etwas zu erinnern, wesentlich von dessen emotionalem Gehalt abhängt. Sie erinnern sich an das, was Sie bewegt. Sie erinnern sich, wenn Sie etwas *fühlen*. Nein, wir erzählen keine herzerreißenden Geschichten über einen Jungen und seinen Hund. Was wir erzählen, ruft Überraschungs-, Neugier-, Spaß- und »Was-soll-das?«-Emotionen hervor und dieses Triumphgefühl, das Sie beim Lösen eines Puzzles empfinden oder wenn Sie etwas lernen, was alle anderen schwierig finden. Oder wenn Sie merken, dass Sie etwas können, was dieser »Ich-hab-Mathe-besser-drauf-als-du«-Typ aus Ihrem Seminar *nicht* kann.



# Metakognition: Nachdenken übers Denken

Wenn Sie wirklich lernen möchten, und zwar schneller und nachhaltiger, dann schenken Sie Ihrer Aufmerksamkeit Aufmerksamkeit. Denken Sie darüber nach, wie Sie denken. Lernen Sie, wie Sie lernen.

Die meisten von uns haben in ihrer Jugend keine Kurse in Metakognition oder Lerntheorie gehabt. Es wurde von uns erwartet, dass wir *lernen*, aber nur selten wurde uns auch *beigebracht*, wie man lernt.

Wir nehmen aber an, dass Sie wirklich etwas über Statistik lernen möchten, wenn Sie dieses Buch in den Händen halten. Und wahrscheinlich möchten Sie nicht viel Zeit aufwenden. Und Sie wollen sich an das *erinnern*, was Sie lesen, und es anwenden können. Und deshalb müssen Sie es *verstehen*. Wenn Sie so viel wie möglich von diesem Buch profitieren wollen oder von irgendeinem *anderen* Buch oder einer anderen Lernerfahrung, übernehmen Sie Verantwortung für Ihr Gehirn. Ihr Gehirn im Zusammenhang mit *diesem* Lernstoff.

Der Trick besteht darin, Ihr Gehirn dazu zu bringen, neuen Lernstoff als etwas wirklich Wichtiges anzusehen. Als entscheidend für Ihr Wohlbefinden. So wichtig wie ein Tiger. Andernfalls stecken Sie in einem dauernden Kampf, in dem Ihr Gehirn sein Bestes gibt, um die neuen Inhalte davon abzuhalten, hängen zu bleiben.



## Wie bringen Sie also Ihr Gehirn dazu, Statistik für so wichtig zu halten wie einen hungrigen Tiger?

Da gibt es den langsamen, ermüdenden Weg oder den schnelleren, effektiveren Weg. Der langsame Weg geht über bloße Wiederholung. Natürlich ist Ihnen klar, dass Sie lernen und sich sogar an die langweiligsten Themen erinnern *können*, wenn Sie sich die gleiche Sache immer wieder einhämmern. Wenn Sie nur oft genug wiederholen, sagt Ihr Gehirn: »Er hat zwar nicht das *Gefühl*, dass das wichtig ist, aber er sieht sich dieselbe Sache *immer und immer wieder* an – also muss sie wohl wichtig sein, nehme ich an.«

Der schnellere Weg besteht darin, **alles zu tun, was die Gehirnaktivität erhöht**, vor allem *verschiedene* Arten von Gehirnaktivität. Eine wichtige Rolle dabei spielen die auf der vorhergehenden Seite erwähnten Dinge – alles Dinge, die nachweislich helfen, dass Ihr Gehirn *für* Sie arbeitet. So hat sich beispielsweise in Untersuchungen gezeigt: Wenn Wörter *in* den Abbildungen stehen, die sie beschreiben (und nicht an irgendeiner anderen Stelle auf der Seite, zum Beispiel in einer Bildunterschrift oder im Text), versucht Ihr Gehirn, herauszufinden, wie die Wörter und das Bild zusammenhängen, und dadurch feuern mehr Neuronen. Und je mehr Neuronen feuern, umso größer ist die Chance, dass Ihr Gehirn *mitbekommt*: Bei dieser Sache lohnt es sich aufzupassen und vielleicht auch, sich daran zu erinnern.

Ein lockerer Sprachstil hilft, denn Menschen tendieren zu erhöhter Aufmerksamkeit, wenn ihnen bewusst ist, dass sie ein Gespräch führen – man erwartet dann ja von ihnen, dass sie dem Gespräch folgen und sich beteiligen. Das Erstaunliche daran ist: Es ist Ihrem Gehirn ziemlich *egal*, dass die »Unterhaltung« zwischen Ihnen und einem Buch stattfindet! Wenn der Schreibstil dagegen formal und trocken ist, hat Ihr Gehirn den Eindruck, in einem Vortrag zu sitzen, gemeinsam in einem Raum voller passiver Zuhörer. Nicht nötig, wach zu bleiben.

Aber Abbildungen und ein lockerer Sprachstil sind erst der Anfang.

## Das haben WIR getan:

Wir haben **Bilder** verwendet, weil Ihr Gehirn auf visuelle Eindrücke eingestellt ist, nicht auf Text. Soweit es Ihr Gehirn betrifft, sagt ein Bild *wirklich* mehr als  $10^3$  Worte. Und dort, wo Text und Abbildungen zusammenwirken, haben wir den Text *in* die Bilder eingebettet, denn Ihr Gehirn arbeitet besser, wenn der Text *innerhalb* der Sache steht, auf die er sich bezieht, und nicht in einer Bildunterschrift oder irgendwo vergraben im Text.

Wir haben **Redundanz** eingesetzt, das heißt dasselbe auf *unterschiedliche* Art und mit verschiedenen Medientypen ausgedrückt, damit Sie es über *mehrere Sinneskanäle* aufnehmen. Das erhöht die Chance, dass die Inhalte an verschiedenen Stellen in Ihrem Gehirn abgelegt werden.

Wir haben Konzepte und Bilder in **unerwarteter** Weise eingesetzt, weil Ihr Gehirn auf Neuigkeiten programmiert ist. Und wir haben Bilder und Ideen mit zumindest *etwas emotionalem* Charakter verwendet, weil Ihr Gehirn darauf eingestellt ist, auf die Biochemie von Gefühlen zu achten. An alles, was ein *Gefühl* in Ihnen auslöst, können Sie sich mit höherer Wahrscheinlichkeit erinnern, selbst wenn dieses Gefühl nicht mehr ist als ein bisschen **Belustigung, Überraschung oder Interesse**.

Wir haben einen **umgangssprachlichen** Stil mit direkter Anrede benutzt, denn Ihr Gehirn ist von Natur aus aufmerksamer, wenn es den Eindruck hat, Sie seien in einer Unterhaltung, als wenn es davon ausgeht, dass Sie passiv einer Präsentation zuhören – sogar dann, wenn Sie *lesen*.

Wir haben mehr als 80 **Aktivitäten** für Sie vorgesehen, denn Ihr Gehirn lernt und behält von Natur aus besser, wenn Sie Dinge *tun*, als wenn Sie nur darüber *lesen*. Und wir haben die Übungen zwar anspruchsvoll, aber doch lösbar gemacht, weil das für die meisten Leser den größten Ansporn bietet und das Lernen durch selbst erarbeitete Erfolgserlebnisse direkt und aktiv unterstützt.

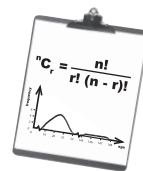
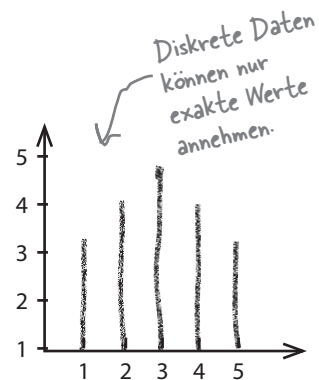
Wir haben **mehrere unterschiedliche Lernstile** eingesetzt, denn vielleicht bevorzugen Sie ein Schritt-für-Schritt-Vorgehen, während jemand anders erst einmal den groben Zusammenhang verstehen und ein Dritter einfach nur Beispieldaten sehen möchte. Aber ganz abgesehen von den jeweiligen Lernvorlieben profitiert *jeder* davon, wenn er die gleichen Inhalte in unterschiedlicher Form präsentiert bekommt.

Wir liefern Inhalte für **beide Seiten Ihres Gehirns**, denn je mehr Sie von Ihrem Gehirn einsetzen, umso wahrscheinlicher werden Sie lernen und behalten und umso länger bleiben Sie konzentriert. Wenn Sie mit einer Seite des Gehirns arbeiten, bedeutet das häufig, dass sich die andere Seite des Gehirns ausruhen kann; so können Sie über einen längeren Zeitraum produktiver lernen.

Und wir haben **Geschichten** und Übungen aufgenommen, die **mehr als einen Blickwinkel repräsentieren**, denn Ihr Gehirn lernt von Natur aus intensiver, wenn es gezwungen ist, selbst zu analysieren, zu bewerten und zu urteilen.

Wir haben **Herausforderungen** eingefügt: in Form von Übungen und indem wir **Fragen** stellen, auf die es nicht immer eine eindeutige Antwort gibt, denn Ihr Gehirn ist darauf eingestellt, zu lernen und sich zu erinnern, wenn es an etwas *arbeiten* muss. Überlegen Sie: Ihren *Körper* bekommen Sie ja auch nicht in Form, wenn Sie im Fitnessstudio *nur die Leute beobachten*. Aber wir haben unser Bestes getan, um dafür zu sorgen, dass Sie – wenn Sie schon hart arbeiten – an den *richtigen* Dingen arbeiten. Dass Sie **nicht eine einzige Synapse darauf verschwenden**, ein schwer verständliches Beispiel zu verarbeiten oder einen schwierigen, mit Fachbegriffen gespickten oder sonstwie überladenen Text zu analysieren.

Wir haben **Menschen** eingesetzt. In Geschichten, Beispielen, Bildern usw. – denn *Sie sind* ein Mensch. Und Ihr Gehirn schenkt *Menschen* mehr Aufmerksamkeit als *Dingen*.



## Statistik kompakt

