

Jürgen Roth  
Evelyn Süss-Stepancik  
Heike Wiesner *Hrsg.*

# Medienvielfalt im Mathematikunterricht

Lernpfade als Weg zum Ziel



Springer Spektrum

---

# Medienvielfalt im Mathematikunterricht

---

Jürgen Roth • Evelyn Süss-Stepancik  
Heike Wiesner  
(Hrsg.)

# Medienvielfalt im Mathematikunterricht

Lernpfade als Weg zum Ziel

*Herausgeber*

Jürgen Roth  
Institut für Mathematik  
Universität Koblenz-Landau  
Landau, Deutschland

Heike Wiesner  
FB Wirtschaftswissenschaften  
Hochschule für Wirtschaft und Recht Berlin  
Berlin, Deutschland

Evelyn Süss-Stepancik  
Pädagogische Hochschule Niederösterreich  
Baden, Österreich

ISBN 978-3-658-06448-8

ISBN 978-3-658-06449-5 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-658-06449-5

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2015

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Spektrum ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media  
[www.springer-spektrum.de](http://www.springer-spektrum.de)

---

## Vorwort

Seit vielen Jahren kommen Computerwerkzeuge zum Einsatz, um die Ziele des Mathematikunterrichts (besser) zu erreichen. Die Gestaltung und Nutzung von *Lernpfaden* hat sich dabei als besonders gangbarer Weg zum sinnvollen schülerzentrierten Computereinsatz im Mathematikunterricht abgezeichnet. Bisher hat aber eine Zusammenstellung der Merkmale von Lernpfaden und ihrer Einsatzmöglichkeiten gefehlt. Diese Lücke möchte der vorliegende Band schließen.

Viele Lehrerinnen und Lehrer, die bereits Erfahrungen mit dem Einsatz von Lernpfaden gesammelt haben, sind begeistert von der Möglichkeit den Computer als kognitiv aktivierende Lernumgebung in den Mathematikunterricht einzubinden. Eine Sammlung mit Links zu Lernpfaden verschiedenster Autorinnen und Autoren finden sich etwa unter [lernpfade.mathematikunterricht.net](http://lernpfade.mathematikunterricht.net).

Die Autorinnen und Autoren der einzelnen Beiträge dieses Bandes bringen viel Erfahrung bei der Konzeption und dem Einsatz von Lernpfaden im Mathematikunterricht mit und sind überzeugt, dass diese dazu beitragen können, aktuellen Herausforderungen wie beispielsweise der Kompetenzorientierung und der zunehmenden Heterogenität der Schülerinnen und Schüler adäquat zu begegnen.

Der vorliegende Band gliedert sich in drei Teile. Im ersten Teil wird der Begriff „Lernpfad“ definiert, Gestaltungskriterien und typische Einsatzszenarien für Lernpfade aufgezeigt und Ergebnisse einer empirischen Exploration von Aspekten des Lernpfadeinsatzes im Mathematikunterricht berichtet. Der zweite Teil widmet sich Lernpfaden unter verschiedenen unterrichtspraktischen Aspekten, insbesondere dem Begründen, dem Dokumentieren, der Begriffsbildung und der methodischen Ausgestaltung des Unterrichts mit Lernpfaden. Im dritten Teil wird auf den Umgang mit Heterogenität und die Organisation individualisierten, selbstgesteuerten Lernens fokussiert. Ein Ausblick, auf die sich anbahnenden Möglichkeiten mit Tabletcomputern neue Lernwege im Mathematikunterricht zu beschreiben, rundet diesen Band ab.

Von den ersten Projektinitiativen, die sich bereits vor etwas mehr als einem Jahrzehnt Lernpfaden gewidmet haben, bis zu dem hier vorliegenden Band haben viele Projektgruppen an Hochschulen und Universitäten, Lehrerinnen und Lehrer sowie Schülerinnen und Schüler zur Weiterentwicklung des Lernpfad-Konzeptes beigetragen. Ihnen und den

unterstützenden Ministerien, namentlich dem österreichischen Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur (bm:ukk), gilt unser Dank.

Zu guter Letzt hoffen wir, dass dieser Band konkrete Anregungen für den Einsatz von Lernpfaden im Mathematikunterricht geben kann und (neue) Medien schon bald integraler Bestandteil des Mathematikunterrichts sind.

Landau, Baden bei Wien und Berlin,  
im Mai 2014

Jürgen Roth  
Evelyn Süss-Stepancik  
Heike Wiesner

---

# Inhaltsverzeichnis

## **Teil I Was sind und was leisten Lernpfade für den (Mathematik-) Unterricht**

- 1 Lernpfade – Definition, Gestaltungskriterien und Unterrichtseinsatz . . . . . 3**  
Jürgen Roth
- 2 Einschätzungen zu Lernpfaden – Eine empirische Exploration . . . . . 27**  
Heike Wiesner und Andreas Wiesner-Steiner

## **Teil II Lernpfade und Mathematikunterricht - Perspektiven auf wesentliche Aspekte des Lernfadenesatzes aus der und für die Unterrichtspraxis**

- 3 Lernpfade zur Unterstützung der Ausbildung von  
Begründungskompetenz im Mathematikunterricht . . . . . 49**  
Stefan Götz und Evelyn Süss-Stepancik
- 4 Lerndokumentationen: Chance und Herausforderung zur Entwicklung  
der Darstellungskompetenz beim Einsatz von Lernpfaden . . . . . 65**  
Evelyn Süss-Stepancik
- 5 Begriffsbildung mithilfe von Lernpfaden . . . . . 83**  
Andreas Lindner und Sandra Reichenberger
- 6 Lernen mit Methode – Methodische Einsatzszenarien für Lernpfade . . . . . 97**  
Irma Bierbaumer und Evelyn Süss-Stepancik

**Teil III Lernpfade individualisieren und anpassen**

- 7 Konstruktiver Umgang mit Heterogenität – Der Beitrag von Lernpfaden** . . . 117  
Reinhard Schmidt, Evelyn Süss-Stepancik, Heike Wiesner und Jürgen Roth
- 8 Gestaltungselemente in Lernpfaden zur Unterstützung des selbstgesteuerten Lernens: Ein Unterrichtsversuch am Beispiel der Einführung in die Differentialrechnung** . . . . . 137  
Jochen Dörr, Tobias Rolfes, Dirk Schmerenbeck und Roland Weber
- 9 Wiki-Lernpfade *mit* Lernenden *für* Lernende gestalten** . . . . . 157  
Andrea Schellmann, Maria Eirich und Hans-Georg Weigand
- 10 Interaktion von Darstellungsformen und GeoGebraBooks für Tablets** . . . . . 171  
Barbara Kimeswenger und Markus Hohenwarter



---

## Mitarbeiterverzeichnis

**Andrea Schellmann** Regiomontanus-Gymnasium Haßfurt, Tricastiner Platz 1, 97437 Haßfurt, Deutschland

**Andreas Lindner** Pädagogische Hochschule Oberösterreich, Kaplanhofstr. 40, 4020 Linz, Österreich

**Andreas Wiesner-Steiner** Technische Hochschule Wildau [FH], Hochschulring 1, 15745 Wildau, Deutschland

**Barbara Kimeswenger** Lerchengang 20, 4048 Puchenau, Österreich

**Dirk Schmerenbeck** Käthe-Kollwitz-Gymnasium Neustadt a.d.W., Villenstraße 1, 67433 Neustadt a.d.W., Deutschland

**Evelyn Süß-Stepancik** Department für Nationale/Internationale Bildungskooperation, Bildungsforschung, Pädagogische Hochschule Niederösterreich, Mühlgasse 67, 2500 Baden bei Wien, Österreich

**Hans-Georg Weigand** Universität Würzburg, Emil-Fischer-Str. 30, 97074 Würzburg, Deutschland

**Heike Wiesner** Hochschule für Wirtschaft und Recht Berlin, FB 1, Studiengang Wirtschaftsinformatik Campus Schöneberg, Badensche Straße 52, 10825 Berlin, Deutschland

**Irma Bierbaumer** Gymnasium und Realgymnasium Albertgasse, Albertgasse 18 - 22, 1080 Wien, Österreich

**Jochen Dörr** Pädagogisches Landesinstitut Rheinland-Pfalz, Abteilung 1 Fort- und Weiterbildung, Butenschönstraße 2, 67346 Speyer, Deutschland

**Jürgen Roth** Institut für Mathematik, Universität Koblenz-Landau, Fortstraße 7, 76829 Landau, Deutschland

**Maria Eirich** Regiomontanus-Gymnasium Haßfurt, Tricastiner Platz 1, 97437 Haßfurt, Deutschland

**Markus Hohenwarter** Johannes Kepler Universität Linz, Wolfauerstr 90, 4040 Linz, Österreich

**Reinhard Schmidt** Zentrum für schulpraktische Lehrerausbildung, Hindenburgstraße 28, 51766 Engelskirchen, Deutschland

**Roland Weber** Fachbereich Mathematik und Informatik der Philipps-Universität Marburg, Hans-Meerwein-Straße 6, 35032 Marburg, Deutschland

**Sandra Reichenberger** Johannes Kepler Universität, Altenbergerstraße 69, 4040 Linz, Österreich

**Stefan Götz** Fakultät für Mathematik, Universität Wien, Oskar-Morgenstern-Platz 1, 1090 Wien, Österreich

**Tobias Rolfes** DFG-Graduiertenkolleg Unterrichtsprozesse der Universität Koblenz-Landau, Thomas-Nast-Straße 44, 76829 Landau, Deutschland

---

**Teil I**

**Was sind und was leisten Lernpfade für den  
(Mathematik-) Unterricht**

Jürgen Roth

---

## 1.1 Lernpfade – Eine Annäherung

Der Einsatz digitaler Medien im Mathematikunterricht wird unter verschiedensten Aspekten intensiv diskutiert. Zentral ist dabei jeweils, inwiefern der Computereinsatz das Erreichen der Ziele des Mathematikunterrichts nachhaltig unterstützt. Die Bildungsstandards im Fach Mathematik der deutschen Kultusministerkonferenz (Kultusministerkonferenz 2003, S. 7–9; 2004, S. 7–8; 2012, S. 12–20) von der Primarstufe bis zur gymnasialen Oberstufe geben einheitlich im Mathematikunterricht zu erreichende allgemeine mathematischen Kompetenzbereiche an. Schülerinnen und Schüler sollen die Kompetenz zum Argumentieren, zum Lösen von Problemen, zum Modellieren, zum Kommunizieren, zum Verwenden von Darstellungen sowie zum Umgang mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik erwerben. Diese Kompetenzbereiche finden sich analog auch in den österreichischen Bildungsstandards (BIFIE 2011a, S. 12; BIFIE 2011b, S. 14; BIFIE 2013, S. 18). Wenn digitale Medien beim Erwerb dieser und anderer Kompetenzen unterstützen sollen, spielt die Frage nach der Art der Einbindung in den Unterricht, gerade auch unter der Perspektive der selbständigen Auseinandersetzung von Schülerinnen und Schülern mit mathematischen Inhalten eine wesentliche Rolle. Im folgenden Abschnitt werden Ansätze hierzu zusammengestellt, die letztlich zur Entwicklung von Lernpfaden geführt haben.

---

J. Roth (✉)

Institut für Mathematik, Universität Koblenz-Landau, Fortstraße 7, 76829 Landau, Deutschland  
E-Mail: roth@uni-landau.de

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2015

J. Roth et al. (Hrsg.), *Medienvielfalt im Mathematikunterricht*,  
DOI 10.1007/978-3-658-06449-5\_1

### 1.1.1 Ansätze zur selbständigen Nutzung von Computermedien durch Schülerinnen und Schüler

Betrachtet man die Literatur zum Computereinsatz im Mathematikunterricht der letzten 20 Jahre, so lassen sich meines Erachtens grob drei Ansätze zur Gestaltung eines selbst-tätigen und sinnvollen Einsatzes von Computerwerkzeugen durch die Schülerinnen und Schüler ausmachen. Sie haben sich in dieser Reihenfolge entwickelt und wurden zum Teil zeitgleich propagiert:

- Nutzung von Computerwerkzeugen ohne Vorstrukturierung.
- Arbeiten mit vorgefertigten Konfigurationen, sogenannten interaktiven Arbeitsblättern.
- Arbeiten im Rahmen von dynamischen Lernumgebungen.

Der ursprüngliche Ansatz bestand in der *Nutzung von Computerwerkzeugen ohne Vorstrukturierung* durch die Schülerinnen und Schüler. Das heißt, man ließ Schülerinnen und Schüler Computerwerkzeuge (das sind im Wesentlichen Tabellenkalkulationsprogramme, Computeralgebra-Systeme, dynamische Geometriesysteme und als deren Integration dynamische Mathematiksysteme) von Anfang an selbstständig nutzen und sie ggf. notwendige Konfigurationen von Grund auf selbst produzieren. Zu diesem Ansatz gibt es viele Beispiele aus der Anfangszeit des Computereinsatzes, die hier nicht alle aufgelistet werden können. Eines der letzten dieser Beispiele findet sich bei Kittel (2007). Diese Zugangsweise hat sich nicht durchgesetzt, weil unter anderem der Einstieg in das Arbeiten mit dem jeweiligen Computerwerkzeug auf diese Weise unter Umständen zur reinen und insbesondere mathematikfreien „Produktschulung“ gerät. Im Mittelpunkt sollten aber immer die mathematischen Inhalte sowie die Entwicklung mathematischer Kompetenzen und nicht das Werkzeug stehen. Daneben hat dieser Zugang nicht zu einem flächendeckenden Einsatz von Computerwerkzeugen geführt. Ein Grund dafür kann insbesondere die fehlende Werkzeugkompetenz vieler Lehrkräfte sein, die sich oft nicht zutrauen, den Schülerinnen und Schülern in einem derart offenen Setting adäquate Hilfestellungen anbieten zu können, aber auch die mangelnden infrastrukturellen Voraussetzungen (vgl. etwa ifib 2007, 2011).

Die Erfahrung, dass gerade der Einstieg in das selbständige Arbeiten mit Computerwerkzeugen oftmals misslang und entweder als zu schwierig oder zu wenig mathematikorientiert erschien (vgl. Elschenbroich 2001, S. 33), führte zu einem neuen Ansatz, dem *Arbeiten mit vorgefertigten Konfigurationen, sogenannten interaktiven Arbeitsblättern*. Diese werden den Lehrkräften sowie ihren Schülerinnen und Schülern an die Hand gegeben. Interaktive Arbeitsblätter bestehen in der Regel aus einer Internetseite, auf der sich ein Applet (ein im Browser lauffähiges Programm) auf der Basis eines dynamischen Geometriesystems (DGS) oder dynamischen Mathematiksystems (DMS) und zugehörige Aufgabenstellungen befinden (vgl. etwa Schumann 1998; Elschenbroich und Seebach 1999; Elschenbroich 2001; Heintz 2001; Gawlick 2003; Wegerle 2003; Baptist 2004; Meier 2009). Eine Liste mit Internetquellen zu interaktiven Arbeitsblättern unterschiedlicher Urheber(gruppen) findet man unter [lernpfade.mathematikunterricht.net](http://lernpfade.mathematikunterricht.net). Die Konfigurationen

werden zusammen mit entsprechenden Arbeitsaufträgen von Mathematikdidaktikerinnen und -didaktikern oder erfahrenen Lehrkräften produziert und dienen als *Experimentier- und Erkundungsumgebungen* für spezifische Fragestellungen des Mathematikunterrichts. Dabei werden zwei Ziele verfolgt: Einerseits soll durch die kostenlose und leicht verfügbare Bereitstellung geeigneter Materialien im Internet (gelegentlich auch kommerziell auf CD-ROM) die Hemmschwelle zur Nutzung von Computerwerkzeugen auf der Seite der Lehrkräfte reduziert werden sowie der Zugriff für Schülerinnen und Schüler darauf jederzeit möglich sein. Andererseits soll so erreicht werden, dass Schülerinnen und Schüler Computerwerkzeuge von Anfang an selbstständig zum zielgerichteten mathematischen Arbeiten nutzen und nicht mathematikfrei am Produkt geschult werden. Ein erhoffter Nebeneffekt dabei ist, dass Schülerinnen und Schüler durch das Arbeiten mit interaktiven Arbeitsblättern quasi nebenbei die Grundlagen des Umgangs mit dem entsprechenden Computerwerkzeug erlernen. Dadurch sollen sie immer unabhängiger von interaktiven Arbeitsblättern werden und das Werkzeug schließlich selbstständig und ohne Vorgaben verwenden können.

Im Hinblick auf Lehrkräfte dienen zur Verfügung gestellte interaktive Arbeitsblätter auch dazu, aufzuzeigen, wie und für welche Zwecke Computerwerkzeuge im Unterricht eingesetzt werden können. Letztlich wollen sie Anregungen für die eigene Gestaltung interaktiver Arbeitsblätter geben. Manchen Sammlungen im Internet, wie etwa die des Autors unter [www.juergen-roth.de/dynageo/](http://www.juergen-roth.de/dynageo/) sind aus diesem Grund nur zum Teil als interaktive Arbeitsblätter ausgearbeitet. Daneben gibt es auch reine Applets auf der Basis von EUKLID DynaGeo, für die die Arbeitsaufträge, die sie zu interaktiven Arbeitsblättern machen von der jeweiligen Lehrkraft selbst erstellt werden müssen. Analog wird auch auf der Seite [geogebraTube.org](http://geogebraTube.org) vorgegangen, die eine große Sammlung von interaktiven Arbeitsblättern und Applets auf Basis des dynamischen Mathematiksystems GeoGebra zur Verfügung stellt.<sup>1</sup> Dies ist einerseits einen Zwischenschritt auf dem Weg zu komplett selbsterstellten interaktiven Arbeitsblättern und eröffnet andererseits die Möglichkeit die Materialien auf die eigene Unterrichtspraxis und die jeweilige Klasse abzustimmen. Interaktive Arbeitsblätter bleiben aber ein Angebot für einen kurzzeitigen und überschaubaren Computereinsatz.

Sehr bald wurden die angebotenen dynamischen Arbeitsblätter erweitert zu dynamischen Lernumgebungen, die grundsätzlich nichts anderes sind als über eine HTML-Umgebung miteinander verknüpfte dynamische Arbeitsblätter. Die Idee des *Arbeitens im Rahmen von dynamischen Lernumgebungen* besteht darin, dass sich Schülerinnen und Schüler auf diese Weise selbstständig und in ihrem eigenen Arbeitstempo mit einem mathematischen Thema auseinandersetzen. Anders als bei einzelnen interaktiven Arbeitsblättern, wird hier darauf abgezielt, dass Schülerinnen und Schüler im Rahmen dieser dynamischen Lernumgebungen selbstständig aufeinander aufbauende Erkenntnisse gewinnen und diese miteinander vernetzen. Dazu sind auch Bilder und zum Teil Hilfestellungen zur Benutzung der Applets sowie die Aufforderung zur Dokumentation der Ergebnisse integriert. Entsprechendes findet man etwa bei Baptist (2004) und Miller und Ulm (2006). Dynamische, computergestützte Lernumgebungen werden in der Regel über das Internet zur Verfügung

---

<sup>1</sup> Dort kann man nach einer Anmeldung auch jederzeit eigene Entwicklungen einstellen.

gestellt. Wie alle Lernumgebungen sollten sie einigen Bedingungen genügen, die bei Vollrath und Roth (2012, S. 156) zusammengestellt wurden: Lernumgebungen für den Mathematikunterricht sind auf das selbstständige Arbeiten von Lerngruppen oder individuellen Lernenden abgestellt und sollen entdeckendes Lernen ermöglichen. Sie sind inhaltlich durchdacht aufgebaut, fachlich korrekt und bieten vielfältige Zugänge zu einem mathematischen Phänomen. Dazu umfassen sie geeignete Medien, Materialien sowie Aufgabenstellungen, die hinreichend offen sind, um differenzierend zu wirken. Lernumgebungen setzen einen methodischen und sozialen Rahmen, fordern zur Kommunikation und Reflexion über das Erarbeitete heraus, enthalten Aufforderungen zur Dokumentation der Ergebnisse und bieten bei Bedarf individuell abrufbare Hilfestellungen an. Zu diesen bei Vollrath und Roth (2012) genannten Aspekten treten bei computergestützten Lernumgebungen weitere hinzu, die bei der Entwicklung und Beurteilung zu beachten sind (vgl. etwa Heintz und Wittmann 2002): So sollte z. B. eine Lernerfolgskontrolle durch die Schülerinnen und Schüler selbst ermöglicht werden und der Computer sollte möglichst nicht das einzige genutzte Medium sein. Es ergeben sich aber auch zusätzliche Möglichkeiten für die Gestaltung, die sich insbesondere auf die Dynamik der Darstellung und die Interaktivität beziehen. Diese Aspekte sollen nun unter der Bezeichnung „Lernpfad“ dargestellt werden.

### 1.1.2 Lernpfade in der Literatur

Seit einiger Zeit wird die Bezeichnung „Lernpfad“ für dynamische, computergestützte Lernumgebungen verwendet, die besonderen Anforderungen genügen. Im Folgenden wird der Versuch unternommen, diese Anforderungen zusammenzustellen und damit den Begriff „Lernpfad“ zu fassen. In der Literatur findet man bisher keine zusammenfassende Definition von Lernpfaden, sondern nur eine Reihe von Einzelaspekten. Durch eine Zusammenschau dieser wie ein Flickenteppich anmutenden verschiedenen Facetten, soll hier ein schlüssiges Gesamtbild und schließlich eine praktikable Definition herausgearbeitet werden.

Wohl zum ersten Mal verwendet wurde diese Bezeichnung von der Gruppe um Franz Embacher und Petra Oberhuemer, die für die Onlineplattform „Mathe online“ ([www.mathe-online.at](http://www.mathe-online.at)) verantwortlich sind und dort seit 2002 auch „Lernpfade“ für den Mathematikunterricht an Schulen entwickeln und bereitstellen. Sie charakterisiert Lernpfade als von Lehrenden für Lernende gestaltete Lernumgebungen, die dazu dienen „einzelne (ansonsten isolierte) Lernhilfen zu einem Ganzen zu integrieren und Lernprozesse zu organisieren“ (Embacher 2004, S. 2f) und computer- sowie internetbasierte „Ressourcen in einer didaktisch sinnvollen Abfolge zusammenstellen zu können“ (Oberhuemer 2004, S. 3). Lernpfade können nach Oberhuemer (2004, S. 5) entweder als „Empfehlung für einen bestimmten Weg durch ein Themengebiet“ (ebd.) oder aber als „konkrete Anweisung für die Erarbeitung eines Themengebiets“ (ebd.) verstanden werden. Mit der ersten Perspektive ergibt sich die Möglichkeit einer offenen Herangehensweise, die es den Schülerinnen und Schülern erlaubt, in Abhängigkeit von ihren jeweiligen Bedürfnissen

und Vorkenntnissen, den vorgespurten Weg auch zu verlassen. Dies gestattet es ihnen, sich eigene Wege zu bahnen, also z. B. Abkürzungen zu wählen oder auch einmal länger und vertiefter bei einem Thema zu verweilen. Alleine schon aus dieser Darstellung wird deutlich, dass Lernpfade sicher nicht mit einem bestimmten Lernparadigma verknüpft sind. Insbesondere sind sie nicht mit dem auf der behavioristischen Lerntheorie Skinners basierenden programmierten Unterricht gleichzusetzen. Mit Timo Leuders (2005, S. 7) ist zu konstatieren, dass ein Lernpfad, abhängig von der Entwicklerin bzw. dem Entwickler, „zwischen instruktivistischem und konstruktivistischem Paradigma“ einzuordnen ist. Je nach Einsatzweise sind Lernpfade aber immer auch im Sinne konstruktivistischer Lerntheorien verwendbar. Die Schwerpunktsetzung und Ausrichtung ist natürlich stark von der Autorin bzw. dem Autor abhängig. So beschreibt etwa Evelyn Stepancik (2008) den von ihr im Rahmen ihrer Dissertation erstellten Lernpfad wie folgt: Er „[...] bietet die Informationen bzw. den Inhalt den Lernenden in klar strukturierter Abfolge dar und ist somit [...] von kognitivistischen Lerntheorien geprägt. Dabei haben die Lernenden die Freiheit, eigene Lernwege einzuschlagen. Ein solches webbasiertes Unterrichtsangebot ermöglicht den Lernenden eigenes Erkunden und räumt dem individualisierten Lernen große Bedeutung ein. Ein wichtiges Merkmal kognitivistisch orientierter (webbasierter) Unterrichtsangebote ist auch die didaktische Vorsortierung der Inhalte [...]. Lernpfade unterscheiden sich klar von behavioristisch geprägten Computerlernprogrammen oder Unterrichtsangeboten, da diese den Lehrgegenstand bzw. den Inhalt in elementare, aufeinander aufbauende Informationseinheiten, so genannte Lehrstoffatome, unterteilen, die von den Lernenden sequenziell ‚konsumiert‘ werden müssen [...]. Ein Lernpfad dagegen soll [...] zur aktiven Auseinandersetzung mit den präsentierten Informationen und Inhalten in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit anregen.“ (Stepancik 2008, S. 152) Um dies zu erreichen, reicht es nach Franz Embacher nicht, geeignete dynamische computerbasierte Lernmaterialien auszuwählen und aneinanderzureihen. Vielmehr ist „die Gestaltung und innere Logik der Beschreibungstexte, die sich auf die einzelnen Materialien beziehen, [...] der entscheidende Punkt. Erst dadurch bekommt der ‚Pfad‘ durch den Contentpool einen auf das Lernen bezogenen Sinn, und hierin liegt der Schlüssel zur didaktischen Qualität eines Lernpfads. Das gilt insbesondere dann, wenn Lernpfade zur Organisation selbstgesteuerten, eigenverantwortlichen Lernens eingesetzt werden.“ (Embacher 2004, S. 3) Diese Sichtweise deckt sich mit der von Markus Mann und Anita Dorfmayr (2007), für die Lernpfade strukturierte Materialienpools im Internet sind, die interaktive Materialien wie Applets, dynamische Arbeitsblätter und Tests enthalten. Wesentlich ist für sie dabei, dass ein Arbeitsplan vorliegt, der auf Schüler selbsttätigkeit abzielt und die Schülerinnen und Schüler entdecken, Vermutungen formulieren, argumentieren und begründen lässt.

Astrid Ernst (2005), die sich in ihrer Dissertation mit der konstruktivistisch orientierten Aufbereitung mathematikdidaktischer Inhalte für Hypermedia auseinandergesetzt hat, benennt schlaglichtartig Problembereiche, die dabei auftreten können. So muss festgestellt werden, dass die eigenverantwortliche Steuerung der Lernprozesse bei Schülerinnen und Schülern zu Beginn noch nicht ausreichend funktioniert und sie sich auch deshalb in den bereitgestellten Materialien verlieren („lost in hyperspace“). Maßnahmen die dieser Pro-



blematik entgegenwirken sollen, sind „Pfade durch den Informationsbestand: Die Pfade sollen von der LernerIn verlassen werden können, um eigengesteuert einen Weg zu suchen. Anschließend soll die LernerIn auf den Pfad zurückkehren können. Pfade in unterschiedlichen Schwierigkeitsstufen könnten ebenfalls vorteilhaft sein.“ (Ernst 2005, S. 69)

Vollrath und Roth (2012, S. 219) fassen wesentliche Aspekte von Lernpfaden wie folgt zusammen: „Lernpfade (manchmal auch als *dynamische Lernumgebungen* bezeichnet) gehen insoweit über interaktive Arbeitsblätter hinaus, als sie in der Regel eine ganze Sequenz von aufeinander abgestimmten interaktiven Aufgaben umfassen (Eirich und Schellmann 2008, 2009; Ulm 2005). Es handelt sich hierbei um ganze Unterrichtseinheiten, die von den Schülerinnen und Schülern selbstständig bearbeitet werden. Zu den jeweiligen Arbeitsaufträgen gibt es jeweils abrufbare Hilfen und in der Regel die Möglichkeit, die eigenen Ergebnisse zu kontrollieren. Lernpfade weisen häufig eine Bausteinstruktur auf, so dass Schülerinnen und Schüler im Sinne der Differenzierung entsprechend ihres jeweiligen Leistungsstands für sie geeignete Bausteine auswählen können. Wichtig ist, dass die Erarbeitungsergebnisse in einem Protokoll festgehalten werden und dies auch immer im Rahmen der Arbeitsaufträge eingefordert wird. Selbst komplexe Lernpfade sind, da in der Regel im Internet abrufbar, jederzeit verfügbar und damit zeitökonomisch einsetzbar.“ Es gibt „hervorstechende Merkmale beim Einsatz von Lernpfaden: Handlungsorientierung, Selbsttätigkeit und Zielorientierung – die Schülerinnen und Schüler sollen ein Ziel vor Augen haben und auf dieses Ziel selbsttätig und handlungsorientiert hinarbeiten.“ (Schmidt 2009, S. 2) Dabei ist insbesondere das Angebot von schriftlichen Hilfestellungen an problematischen Stellen wichtig, wodurch Lernpfade eine individuelle Förderung möglich machen und es den Lehrkräften darüber hinaus erlauben, individuell auf die Bedürfnisse einzelner Schülerinnen und Schüler einzugehen (Weigel 2013, S. 85). Die genannten Aspekte können an Beispielen für Lernpfade unter der Internetadresse [www.lernpfade.mathematikunterricht.net](http://www.lernpfade.mathematikunterricht.net) genauer analysiert werden.

Aus den hier zusammengestellten Aspekten lässt sich folgende Definition für den Begriff Lernpfad ableiten:

#### **Definition Lernpfad**

Ein Lernpfad ist eine internetbasierte Lernumgebung, die mit einer Sequenz von aufeinander abgestimmten Arbeitsaufträgen strukturierte Pfade durch interaktive Materialien (z. B. Applets) anbietet, auf denen Lernende handlungsorientiert, selbsttätig und eigenverantwortlich auf ein Ziel hin arbeiten. Da die Arbeitsaufträge eine Bausteinstruktur aufweisen, können die Lernenden jeweils für ihren Leistungsstand geeignete auswählen. Durch individuell abrufbare Hilfen und Ergebniskontrollen sowie die regelmäßigen Aufforderungen zum Formulieren von Vermutungen, Experimentieren, Argumentieren sowie Reflektieren und Protokollieren der Ergebnisse in den Arbeitsaufträgen wird die eigenverantwortliche Auseinandersetzung mit dem Lernpfad explizit gefördert.

## 1.2 Was macht einen guten Lernpfad aus?

Pointiert formuliert, wurden Lernpfade aus drei Gründen entwickelt: 1) Der *selbsttätige Einsatz von Computerwerkzeugen durch Schülerinnen und Schüler* im Mathematikunterricht soll mit ihnen unterstützt werden. 2) Die *sinnvolle Nutzung von digitalen Werkzeugen* im Rahmen von Lernpfaden soll dazu beitragen *die Ziele des Mathematikunterrichts zu erreichen*. 3) Mit Lernpfaden sollen *Probleme gelöst oder zumindest gemildert werden, die in der Unterrichtspraxis beim Umgang mit Computerwerkzeugen auftreten*. Das Wort „Umgang“ umfasst hier drei Aspekte, nämlich die Handhabung (Werkzeugkompetenz), die methodische Unterrichtseinbindung (Methodenkompetenz) und die technisch-organisatorische Verfügbarkeit. In diesem Abschnitt werden zunächst Problembereiche beim Einsatz von digitalen Medien im Unterricht herausgearbeitet, die alle drei Aspekte des Umgangs mit Computerwerkzeugen umfassen. Anschließend wird auf dieser Grundlage ein Kriterienkatalog für die Gestaltung und Bewertung von Lernpfaden aufgestellt.

### 1.2.1 Problembereiche beim Einsatz von digitalen Medien

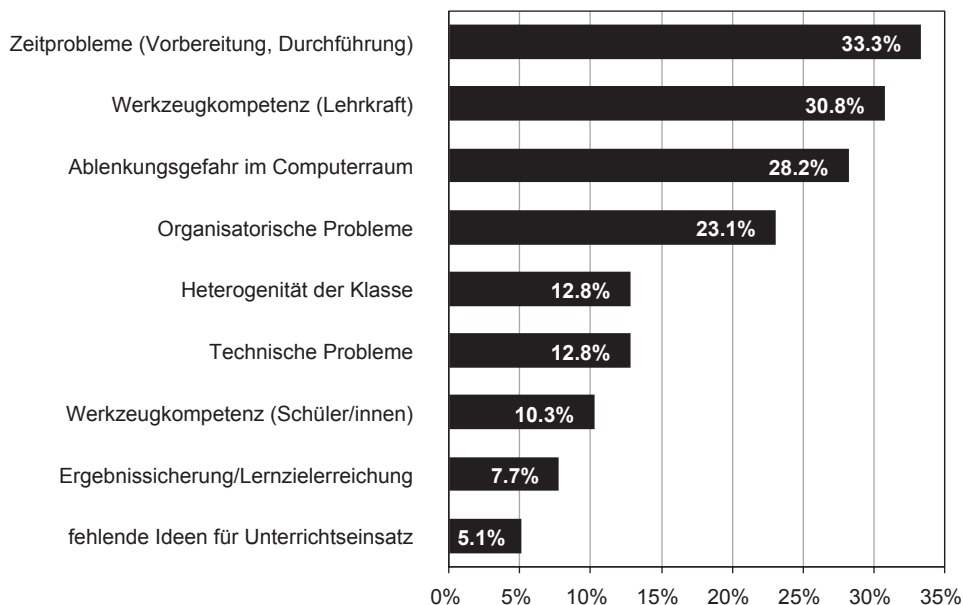
Lehrerfortbildungsangebote zum Einsatz von Computerwerkzeugen im Mathematikunterricht werden erfahrungsgemäß intensiv genutzt. Dies gilt auch für Fortbildungen, die sich über ein ganzes Semester erstrecken. Daraus lässt sich schließen, dass Lehrerinnen und Lehrer für sich selbst Fortbildungsbedarf und Problembereiche bzgl. des Einsatzes von Computerwerkzeugen im Mathematikunterricht sehen. Um diese Problembereiche zu erfassen, wurden zu Beginn zweier Fortbildungen Fragebögen an die Teilnehmerinnen und Teilnehmer verteilt (vgl. Roth 2006). Diese Fortbildungen, die der Autor im Wintersemester 2005/2006 an der Universität Würzburg durchgeführt hat, fanden jeweils ein ganzes Semester lang wöchentlich statt und bezogen sich auf den Einsatz des dynamischen Geometriesystems EUKLID DynaGeo bzw. des dynamischen Mathematiksystems GeoGebra im Mathematikunterricht. 39 der insgesamt knapp 50 teilnehmenden Lehrkräfte haben den Fragebogen bearbeitet. Von diesen haben 17 an Realschulen, 17 an Gymnasien und 5 an Berufs- bzw. Fachoberschulen unterrichtet. Unter den 39 Lehrkräften waren 16 Frauen und 23 Männer.<sup>2</sup> Neben anderen wurden folgende offene Fragen gestellt:

- Welche Schwierigkeiten haben Sie bzw. erwarten Sie beim Einsatz von Computerwerkzeugen im Unterricht?
- Was erwarten Sie von dieser Fortbildung?

---

<sup>2</sup> Die Stichprobe ist zwar relativ klein, die Ergebnisse decken sich aber mit langjährigen Erfahrungen des Autors und weiterer Kolleginnen und Kollegen, die regelmäßig Lehrerfortbildungen zum Einsatz von Computerwerkzeugen im Mathematikunterricht anbieten.

### Schwierigkeiten beim Unterrichtseinsatz (N = 39)



**Abb. 1.1** Von den Lehrkräften bei der Befragung genannte Schwierigkeiten beim Unterrichtseinsatz von Computerwerkzeugen (Aufgenommen wurden nur Kategorien mit mehr als einer Nennung. Mehrfachnennungen waren möglich)

Aus den Antworten auf die erste Frage lassen sich Problembereiche unmittelbar und aus denen auf die zweite Frage mittelbar erschließen. Dazu wurden die gegebenen Antworten inhaltlich analysiert und Kategorien gebildet. Die relative Häufigkeit der Nennung der jeweiligen Kategorie wird für alle Kategorien mit mehr als einer Nennung in den Balkendiagrammen in den Abb. 1.1 und 1.2 dargestellt.

Einige dieser Problembereiche sollen hier zusammengestellt werden.

1. *Lehrkräfte schätzen ihre Fähigkeiten im Umgang mit Computerwerkzeugen häufig als nicht ausreichend ein.*

30,8% der Lehrkräfte geben an, dass es Probleme beim Unterrichtseinsatz von Computerwerkzeugen gibt oder sie solche antizipieren, weil sie ihre eigene Werkzeugkompetenz als zu gering einschätzen. Dies wird dadurch untermauert, dass zwei Drittel der Lehrkräfte von einer Fortbildung zu einem Computerwerkzeug erwarten, dass ihre eigenen Kompetenzen im Umgang mit diesem Werkzeug ausgebaut werden. Das heißt sie wollen selbst mit den Funktionen des Computerwerkzeugs vertraut werden, einen Überblick über die Möglichkeiten erhalten, die das Werkzeug bietet, Tipps und Tricks zur Bedienung mitnehmen und Sicherheit im Umgang erlangen.