

Beat P. Kneubuehl

# Handbuch Geschosse

Ballistik. Treffsicherheit. Wirksamkeit. Messtechnik

*2. Auflage*

---

# Handbuch Geschosse

---

Beat P. Kneubuehl

# Handbuch Geschosse

Ballistik. Treffsicherheit. Wirksamkeit.  
Messtechnik

2. Auflage

 Springer

Beat P. Kneubuehl  
bpk consultancy GmbH  
Thun, Schweiz

ISBN 978-3-662-69017-8      ISBN 978-3-662-69018-5 (eBook)  
<https://doi.org/10.1007/978-3-662-69018-5>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <https://portal.dnb.de> abrufbar.

1. Auflage: © Verlag Stocker-Schmid AG, Dietikon-Zürich, Schweiz 2013  
© Der/die Herausgeber bzw. der/die Autor(en), exklusiv lizenziert an Springer-Verlag GmbH, DE, ein Teil von Springer Nature 2024

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Planung/Lektorat: Andreas Ruedinger  
Springer ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer-Verlag GmbH, DE und ist ein Teil von Springer Nature.  
Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

Wenn Sie dieses Produkt entsorgen, geben Sie das Papier bitte zum Recycling.

---

## Vorwort zur 2. Auflage

Das vorliegende Buch ist ein korrigierter Nachdruck des im Ver-Stocker-Schmid (Dietikon, Schweiz) 2013 erschienenen Werkes «Geschosse Gesamtausgabe». Dieses wiederum entstand aus der vollständigen Überarbeitung und Zusammenfassung meiner zwei Bücher «Geschosse – Ballistik, Treffsicherheit, Wirkungsweise» (Band 1, erschienen 1994/98) und «Geschosse – Ballistik, Wirksamkeit, Messtechnik» (Band 2, erschienen 2003). Der große Erfolg der beiden ersten Publikationen hatte die Gesamtausgabe zur Folge, die wiederum innerhalb zweier Jahre vergriffen war. Weil es das letzte Buch war, das der Verlag Stocker-Schmid vor seiner Schließung verlegte, kam eine Neuauflage zu jenem Zeitpunkt nicht mehr in Frage.

In den Folgejahren wurde ich dennoch immer wieder angefragt, ob noch Restexemplare vorhanden wären oder ob eine Neuauflage geplant sei. Wegen der aufwändigen und zeitintensiven Arbeit am Lehrbuch «Ballistik – Theorie und Praxis» (Springer-Verlag, Berlin, 2018/2022) fand ich jedoch nicht Zeit, einen neuen Verleger zu suchen. Nun hat sich vor Kurzem der Springer-Verlag bereit erklärt, dieses Buch neu herauszugeben, wofür ich ihm sehr dankbar bin, bleibt es doch damit weiteren Leserinnen und Leser erhalten.

Wie die Untertitel bereits andeuten, wurde mit dieser Publikation nicht eine katalogähnliche Beschreibung der Geschosse angestrebt, die dann auch immer nachgeführt werden müsste. Ihr Ziel ist, das Hintergrundwissen darzulegen, das dem Verständnis des ballistischen Verhaltens der Geschosse, der Kerngedanken ihrer Konstruktionen, der Einflüsse auf die Treffwahrscheinlichkeit, ihrer Wirksamkeit und der Probleme der ballistischen Messtechnik dient. Der Inhalt bleibt damit allgemeingültig und betrifft alle Geschosse, alte und neue gleichermaßen.

Die Zusammenarbeit mit dem Springer-Verlag war bei dieser Neuauflage – wie bei allen gemeinsam herausgegebenen Büchern – äußerst angenehm. Dem Verlag sei dafür herzlich gedankt.

Thun, im Februar 2024

Beat P. Kneubuehl

---

# Vorwort zur 1. Auflage

Vor etwas mehr als 18 Jahren erschien im Verlag Stocker-Schmid, Dietikon (CH) das Buch «Geschosse» mit den Untertiteln: «Ballistik, Treffsicherheit, Wirkungsweise». Es behandelte die grundlegenden Beziehungen in der Ballistik, die Gesetzmäßigkeiten des Treffens und die Ideen, die hinter den vielfältigen Geschosskonstruktionen stehen. Zehn Jahre später folgte diesem Band ein zweiter, der sich mit speziellen Problemen der Ballistik, mit ballistischen Eigenheiten spezieller Waffen, mit Fragen der Wirksamkeit und Gefährlichkeit von Geschossen und mit ballistischer Messtechnik befasste.

Beiden Büchern war ein für mich überraschender Erfolg beschieden. Den physikalisch-ballistischen Zusammenhängen wird offensichtlich von vielen mit Schießen befassten Personen ein großes Interesse entgegengebracht. Seit die Bücher vergriffen sind, habe ich jährlich zahlreiche Anfragen nach einer Neuauflage erhalten.

Als der Verlag mir vorschlug, die beiden Bücher in einen Band zusammenzufassen, zu überarbeiten und zu ergänzen, habe ich sehr gerne zugesagt, ist es mir doch stets ein Anliegen gewesen, Verständnis für die komplizierten Abläufe beim Schießen zu wecken.

Der Schuss ist eine Verkettung außerordentlich komplexer physikalischer Vorgänge, denen man in erster Linie durch das Experiment auf die Spur kommt. Die richtige Einsicht stellt sich jedoch erst ein, wenn dem Experiment die physikalischen Modelle und ihre Gesetzmäßigkeiten zur Seite gestellt werden. Entsprechende Formeln und Gleichungen sind daher im Text eingestreut, sind aber in der Regel nur die Kurzform des im Text ohnehin beschriebenen Sachverhaltes. Sie können daher problemlos überlesen werden.

Allen Lesern, die mich auf Unstimmigkeiten und Druckfehler aufmerksam gemacht haben, sei an dieser Stelle herzlich gedankt. Für gewissenhafte und kritische Durchsicht des Manuskriptes und für viele wertvolle Ratschläge bin ich Ueli Geiger, Rüti (ZH), zu großem Dank verpflichtet. Ganz besonders danke ich meiner Frau für ihre Geduld während der Entstehung des Manuskriptes und für dessen minuziöse Durchsicht.

Ein weiterer Dank geht an armasuisse, Wissenschaft und Technologie, für die bereits den ersten Auflagen erteilte Bewilligung, Abbildungen verwenden zu dürfen. Die Zusammenarbeit mit dem Verlag Stocker-Schmid war einmal mehr außerordentlich angenehm; er hat dieses Werk wiederum hervorragend ausgestattet.

Thun, im November 2012

Beat P. Kneubuehl

# Inhalt

	<b>Vorwort zur 2. Auflage</b>	V
1	<b>Einleitung</b>	1
2	<b>Physikalische Grundlagen</b>	3
2.1	Allgemeines	3
2.1.1	Motivation	3
2.1.2	Bezugssysteme und Maßeinheiten	3
2.2	Mechanik	4
2.2.1	Kinematik	4
2.2.1.1	Allgemeines	4
2.2.1.2	Geradlinige Bewegungen	4
2.2.1.3	Kreisbewegungen	6
2.2.2	Masse, Kraft, Impuls	7
2.2.2.1	Die Masse	7
2.2.2.2	Die Newton'schen Axiome	7
2.2.2.3	Schwerpunkt und Punktmasse	9
2.2.2.4	Spannungen	9
2.2.3	Arbeit und Energie	9
2.2.3.1	Definition der Arbeit	9
2.2.3.2	Energie	10
2.2.4	Drehbewegungen	11
2.2.4.1	Das Drehmoment	11
2.2.4.2	Das Trägheitsmoment eines Körpers	11
2.2.4.3	Drehimpuls und Drehenergie	12
2.2.4.4	Vergleich zwischen linearer Bewegung und Drehbewegung	12
2.2.5	Erhaltungssätze	13
2.2.5.1	Erhaltung der Masse und des Schwerpunktes	13
2.2.5.2	Impulserhaltung	13
2.2.5.3	Energieerhaltung	13
2.2.6	Bewegungsgleichungen	14
2.2.6.1	Allgemeines	14
2.2.6.2	Das Prinzip von d'Alembert	14
2.2.6.3	Flugbahnen ohne Luftwiderstand	15
2.2.6.4	Wegabhängigkeit	16
2.2.7	Stoßvorgänge	16
2.2.7.1	Allgemeines, Stoßarten	16
2.2.7.2	Einfache Stoßgesetze	17
2.2.7.3	Spezialfälle	19
2.3	Strömungslehre	20
2.3.1	Allgemeines	20
2.3.2	Wichtige Sätze aus der Wärmelehre (Thermodynamik)	20
2.3.2.1	Temperatur und Wärme	20
2.3.2.2	Aggregatzustände	21
2.3.2.3	Zustandsgleichung der Gase	21

2.3.2.4	Wärme, Arbeit und innere Energie	22
2.3.2.5	Schallgeschwindigkeit und Machzahl	23
2.3.3	Strömungsgesetze	24
2.3.3.1	Reibung in Fluiden	24
2.3.3.2	Charakterisierung von Strömungen	24
2.3.3.3	Erhaltungssätze	24
2.3.3.4	Die Gleichung von Bernoulli	25
2.3.4	Kräfte auf umströmte Körper	25
2.3.4.1	Strömungswiderstand	25
2.3.4.2	Auftrieb	26
2.3.4.3	Der Magnus-Effekt	27
2.3.4.4	Drehmoment	28
2.3.4.5	Verdichtungsstöße	28
3	<b>Munitions- und waffentechnische Grundlagen</b>	29
3.1	Allgemeines, Begriffe	29
3.2	Die Bestandteile von Munition	29
3.2.1	Aufbau und Bezeichnung einer Patrone	29
3.2.2	Das Geschoss	30
3.2.3	Treibmittel	31
3.2.3.1	Allgemeines	31
3.2.3.2	Explosivstoffe	32
3.2.3.3	Schwarzpulver	32
3.2.3.4	Nitrotreibmittel (rauchschwache Pulver)	33
3.2.4	Das Zündelement	34
3.2.5	Die Hülse	36
3.3	Waffen	37
3.3.1	Wesentliche Bauteile einer Waffe	37
3.3.1.1	Die Baugruppen einer Waffe	37
3.3.1.2	Der Lauf	37
3.3.1.3	Der Verschluss	38
3.3.1.4	Die Abzugsvorrichtung	39
3.3.1.5	Die Zielvorrichtung	39
3.3.2	Waffenkategorien	40
3.3.2.1	Bezeichnungen	40
3.3.2.2	Kurzwaffen	40
3.3.2.3	Langwaffen	41
3.4	Munitionsarten	42
3.4.1	Munition für Kurzwaffen	42
3.4.1.1	Pistolenmunition	42
3.4.1.2	Revolvermunition	43
3.4.2	Munition für Langwaffen	44
3.4.2.1	Munition für Armeegewehre	44
3.4.2.2	Jagdmunition	45
3.4.2.3	Flintenmunition	46
4	<b>Ballistik</b>	47
4.1	Allgemeines	47
4.1.1	Die Teilgebiete der Ballistik	47
4.1.2	Größenordnungen	47
4.1.3	Die Querschnittsbelastung	48

---

4.2	Die Vorgänge in der Waffe (Innenballistik)	49
4.2.1	Allgemeines	49
4.2.2	Die Schussentwicklung	49
4.2.2.1	Die Zündung	49
4.2.2.2	Der Pulverabbrand	49
4.2.2.3	Geschossbewegung und Druckverlauf	50
4.2.2.4	Energiebilanz	51
4.2.3	Innenballistische Berechnungen	52
4.2.3.1	Das innenballistische Gleichungssystem	52
4.2.3.2	Der mittlere Druck und das Druckverhältnis	54
4.2.3.3	Die Methode von Heydenreich Berechnungsbeispiel: 7.5 × 55 Swiss (GP 11)	55 56
4.2.3.4	Das Entspannungsverhältnis	57
4.2.3.5	Die Leistenkräfte	58
4.2.3.6	Das Druckgefälle im Lauf	59
4.3	Der Geschossabgang (Abgangsballistik)	59
4.3.1	Die Vorgänge an der Mündung	59
4.3.1.1	Die Ausströmgeschwindigkeit der Pulvergase	59
4.3.1.2	Die Gasströmung aus der Mündung und ihre Auswirkungen	61
4.3.1.3	Feuerphänomene	61
4.3.2	Der Rückstoß	62
4.3.2.1	Ursachen des Rückstoßes	62
4.3.2.2	Bestimmung des Rückstoßimpulses	62
4.3.2.3	Rücklaufgeschwindigkeit und Rückstoßenergie	63
4.3.2.4	Das Hochschlagen der Waffenmündung	63
4.3.2.5	Möglichkeiten der Beeinflussung	65
4.4	Außenballistik	65
4.4.1	Allgemeines	65
4.4.2	Die Atmosphäre	65
4.4.2.1	Eigenschaften der Luft	65
4.4.2.2	Die ICAO - Atmosphäre	67
4.4.2.3	Wirkliche Verhältnisse	67
4.4.3	Der Luftwiderstand	68
4.4.3.1	Der Staudruck	68
4.4.3.2	Der Luftwiderstandsbeiwert	69
4.4.3.3	Die Anteile des Luftwiderstandes	69
4.4.3.4	Luftwiderstand und Verzögerung	72
4.4.4	Weitere Kräfte, die auf das Geschoss wirken	72
4.4.4.1	Das Gewicht	72
4.4.4.2	Antriebskräfte	73
4.4.4.3	Eigenbewegungen des Geschosses und daraus folgende Kräfte	73
4.4.5	Flugbahnrechnungen	74
4.4.5.1	Allgemeines zur Berechnung von Flugbahnen	74
4.4.5.2	Die Bewegungsgleichungen	75
4.4.5.3	Näherungen für flache Flugbahnen	76
4.4.5.4	Gipfelhöhe, Visierbereich und GEE	77
4.4.5.5	Der Einfluss von Querwind	79
4.4.5.6	Schusstafeln	80
4.4.5.7	Die amerikanische Berechnungsweise	81
4.4.6	Stabilität und Folgsamkeit	83
4.4.6.1	Definition der Stabilität	83
4.4.6.2	Stabilitätsbedingungen beim Geschoss	83
4.4.6.3	Geschosse mit Drallstabilisierung	84

	4.4.6.4	Stabilisierung dralloser Geschosse	85
	4.4.6.5	Schulterstabilisierung	86
	4.4.6.6	Folgsamkeit	86
4.4.7		Ausgewählte außenballistische Probleme	87
	4.4.7.1	Schrotgarben	87
	4.4.7.2	Der Einfluss der Erdrotation	88
	4.4.7.3	Der Schuss steil aufwärts in die Luft	89
4.5		Optimale Geschosse (Geschossaerodynamik)	90
4.5.1		Optimierungsprinzipien	90
4.5.2		Geschosse mit minimalem Luftwiderstand	91
	4.5.2.1	Optimierungsmöglichkeiten	91
	4.5.2.2	Optimierung der Geschosspitze nach Haack	91
	4.5.2.3	Optimierung der Geschosspitze nach Newton	93
	4.5.2.4	Experimenteller Vergleich	94
	4.5.2.5	Optimierung des Geschosshecks	94
	4.5.2.6	Geschosse mit Führungsbändern	96
4.5.3		Stabilität und Schlankheitsgrad	97
	4.5.3.1	Optimale Geschosse und gyroskopische Stabilität	97
	4.5.3.2	Die Munk'sche LuftschiFFormel	98
	4.5.3.3	Geschosse maximaler Stabilität	98
	4.5.3.4	Die optimale Geschossform	99
	4.5.3.5	Wie lang darf ein drallstabilisiertes Geschoss sein?	100
4.5.4		Flugbahnstreckung	101
	4.5.4.1	Maßzahlen der Flugbahnstreckung	101
	4.5.4.2	Die optimale Geschossmasse	102
4.5.5		Optimierung der Streuung	104
4.6		Schießen auf große Distanzen	105
4.6.1		Allgemeines	105
4.6.2		Langwaffen	105
	4.6.2.1	Historisches	105
	4.6.2.2	Die Bedeutung der Flugzeit	106
	4.6.2.3	Grundsätzliches zum Windeinfluss	107
	4.6.2.4	Querwind	108
	4.6.2.5	Längswind	109
	4.6.2.6	Der Einfluss der Mündungsgeschwindigkeit	110
	4.6.2.7	Folgerungen	111
4.6.3		Kurzwaffen	112
	4.6.3.1	Motivation	112
	4.6.3.2	Historischer Rückblick	112
	4.6.3.3	Einfluss von Wind und Mündungsgeschwindigkeit	113
	4.6.3.4	Waffentechnische Einflüsse	114
	4.6.3.5	Mögliche Schussdistanzen	115
4.6.4		Die maximale Reichweite	116
4.7		Endballistik der Materie	116
4.7.1		Allgemeines	116
	4.7.1.1	Vorbemerkungen	116
	4.7.1.2	Elementare Gesetzmäßigkeiten	117
	4.7.1.3	Materialarten	117
	4.7.1.4	Das Backman-Goldsmith-Diagramm	118
4.7.2		Ein- und Durchdringungsmodelle	119
	4.7.2.1	Das Stanzmodell	119
	4.7.2.2	Das Verdrängungsmodell	119
	4.7.2.3	Durchschießen dünner Schichten	119

---

4.7.3	Zielanordnungen	120
4.7.3.1	Ballistischer Schutz	120
4.7.3.2	Geneigte Ziele	120
4.7.3.3	Geschottete Ziele	121
4.7.3.4	Asymmetrische Anordnungen	122
4.7.4	Verhaltensmerkmale verschiedener Materialien	122
4.7.4.1	Metalle	122
4.7.4.2	Holz	123
4.7.4.3	Sand, Erde	123
4.7.4.4	Glasartige Materialien	124
4.7.5	Abprallende Geschosse	124
4.7.5.1	Allgemeines, Definitionen	124
4.7.5.2	Einflüsse auf das Abprallverhalten eines Geschosses	125
4.7.5.3	Prellkörper großer Masse	126
4.7.5.4	Der senkrechte Schuss gegen eine harte Oberfläche	126
4.7.5.5	Berührung mit leichten Gegenständen	127
4.7.5.6	Der Einfluss von Regen	128
4.7.5.7	Die Flugbahn des Prellschusses	128
4.8	Die ballistischen Paradoxa	129
5	<b>Kriterien des Treffens</b>	131
5.1	Einleitung	131
5.2	Der Umgang mit zufälligen Ereignissen	131
5.2.1	Grundlagen	131
5.2.1.1	Zufällige Ereignisse	131
5.2.1.2	Häufigkeitsverteilungen	132
5.2.1.3	Die Normalverteilung	133
5.2.1.4	Die Charakterisierung von Verteilungen	134
5.2.1.5	Das Ausmessen eines Trefferbildes	134
5.2.2	Maßzahlen der Lage	135
5.2.2.1	Mittelwert und mittlerer Treffpunkt	135
5.2.2.2	Der Median	136
5.2.3	Maßzahlen der Streuung	136
5.2.3.1	Die Standardabweichung	136
5.2.3.2	Die 50-%-Streuung	137
5.2.3.3	Spannweite und Streukreisdurchmesser	138
5.3	Auswertung und Beurteilung von Trefferbildern und Messreihen	139
5.3.1	Gesamtheit und Stichprobe	139
5.3.1.1	Gesamtheiten	139
5.3.1.2	Stichproben	139
5.3.2	Planung und Durchführung von Versuchen	140
5.3.2.1	Das Versuchsziel	140
5.3.2.2	Die Stichprobengröße	140
5.3.2.3	Testverfahren	144
5.3.3	Praktische Ermittlung von mittlerem Treffpunkt und Streuung	144
5.3.3.1	Berechnung der statistischen Maßzahlen	144
5.3.3.2	Angenäherte Bestimmung des mittleren Treffpunktes	144
5.3.3.3	Angenäherte Bestimmung der Streuung	145
5.3.3.4	Zusammenfassen von Trefferbildern	145
5.3.4	Vergleich zweier Trefferbilder (Stichproben)	145
5.3.4.1	Vergleichstest für Streuungen (F-Test)	145
5.3.4.2	Streuungsvergleich mittels Spannweite und Streukreisdurchmesser	147

	5.3.4.3	Vergleichstest für Mittelwerte	148
5.3.5		Ausreißerregeln	149
	5.3.5.1	Das Ausreißerproblem	149
	5.3.5.2	Begründbare Ausreißer	150
	5.3.5.3	Ausreißer ohne ersichtlichen Grund	150
	5.3.5.4	Ausreißerkriterien	151
	5.3.5.5	Berechnungsbeispiele	151
5.4		Einflüsse auf den Treffpunkt	153
5.4.1		Fehler und Störungen	153
5.4.2		Der Einfluss von Fehlern	153
	5.4.2.1	Zielfehler	153
	5.4.2.2	Verkanten	154
	5.4.2.3	Aufwärts- und Abwärtsschießen	155
5.4.3		Der Einfluss von Störungen	156
	5.4.3.1	Patronentemperatur	156
	5.4.3.2	Streuung der Geschossmasse	156
	5.4.3.3	Auszieh- und Einpresswiderstand, rotationsloser Geschossweg	156
	5.4.3.4	Der Abgangsfehler	157
	5.4.3.5	Nachwirkung der Pulvergase	157
	5.4.3.6	Die Streuung der Mündungsgeschwindigkeit	158
	5.4.3.7	Der Einfluss von Wind	158
	5.4.3.8	Luftdruck- und Temperaturschwankungen	159
5.5		Treffwahrscheinlichkeit und Trefferprognosen	159
5.5.1		Bestimmung der Treffwahrscheinlichkeit	159
	5.5.1.1	Allgemeines, Definitionen	159
	5.5.1.2	Die relative Häufigkeit	160
	5.5.1.3	Wahrscheinlichkeit	160
	5.5.1.4	Bestimmung weiterer Wahrscheinlichkeiten	161
5.5.2		Treffwahrscheinlichkeit beim Scheibenschießen	162
	5.5.2.1	Die Treffwahrscheinlichkeit eines Kreises	162
	5.5.2.2	Die Treffwahrscheinlichkeit eines Kreisringes	163
	5.5.2.3	Schätzen der Standardabweichung aus geschossenen Punktzahlen	164
	5.5.2.4	Der Einfluss von Kaliber und Schussdistanz auf die Trefferwahrscheinlichkeit	166
5.5.3		Die Beeinflussung der Streuung	166
	5.5.3.1	Die Anteile der Streuung	166
	5.5.3.2	Streuung und Visierlänge	167
	5.5.3.3	Wann lohnt sich Matchmunition?	167
5.5.4		Die Treffwahrscheinlichkeit beim jagdlichen Schießen	169
	5.5.4.1	Einflüsse auf den mittleren Treffpunkt	169
	5.5.4.2	Die Streuung des mittleren Treffpunktes	169
	5.5.4.3	Schätzung der Spannweite	170
5.6		Treffen in der Bewegung	170
5.6.1		Allgemeines	170
5.6.2		Ziel in Bewegung	171
	5.6.2.1	Das Begegnungsproblem	171
	5.6.2.2	Die Schusszeit	172
	5.6.2.3	Vorhaltmaße bei Zielweg senkrecht zur Schussrichtung	173
	5.6.2.4	Vorhaltmaße bei zur Schussrichtung geneigtem Zielweg	173
	5.6.2.5	Mitbewegen der Waffe	173
5.6.3		Schütze in Bewegung	175
	5.6.3.1	Relativbewegungen	175
	5.6.3.2	Bewegung in Schussrichtung	176
	5.6.3.3	Bewegung quer zur Schussrichtung	177
	5.6.3.4	Querwindsimulation	177

---

6	<b>Besondere Waffengattungen und ihre Ballistik</b>	179
6.1	Ballistik alter Waffen («Schwarzpulverballistik»)	179
6.1.1	Einleitung	179
6.1.2	Schwarzpulver	179
6.1.2.1	Geschichtliches	179
6.1.2.2	Bestandteile	180
6.1.2.3	Herstellung	181
6.1.2.4	Rezepturen und Reaktionsprodukte	182
6.1.2.5	Ballistische Eigenschaften	182
6.1.3	Innenballistik von Schwarzpulverwaffen	183
6.1.3.1	Gasdruck und innenballistische Auslegung	183
6.1.3.2	Der Einfluss der Pulverkorngröße	184
6.1.3.3	Der Wirkungsgrad	185
6.1.3.4	Leistungsbeurteilung	186
6.1.4	Außenballistik	187
6.1.4.1	Einflüsse auf die Flugbahn	187
6.1.4.2	Schusstafeln	187
6.1.4.3	Streuung und Treffgenauigkeit	188
6.2	Bogen, Armbrust und andere Federwaffen	189
6.2.1	Allgemeines	189
6.2.2	Beschleunigung mittels Federkraft («Innenballistik» der Federwaffen)	189
6.2.2.1	Grundlegendes	189
6.2.2.2	Das Weg-Kraft-Diagramm	190
6.2.2.3	Bogen und Armbrust	191
6.2.2.4	Federpistole und Federgewehr	192
6.2.2.5	Schleudern	192
6.2.2.6	Der Recurvefaktor	193
6.2.2.7	Die Beschleunigung des Projektils	193
6.2.2.8	Der Wirkungsgrad	195
6.2.3	Die optimale Projektillmasse und weitere ballistische Fragen	196
6.2.3.1	Optimierungsmöglichkeiten	196
6.2.3.2	Die optimale Pfeilmasse bei Bogen und Armbrust	197
6.2.3.3	Außenballistische Eigenschaften des Pfeils	199
6.2.3.4	Ballistische Eigenschaften der Federpistole	200
6.2.3.5	Ballistische Eigenschaften der Schleuder	202
7	<b>Wirksamkeit und Gefährlichkeit von Geschossen</b>	203
7.1	Zur Wirksamkeit von Geschossen	203
7.1.1	Einführung	203
7.1.2	Wirksamkeit und Wirkung	204
7.1.2.1	Definitionen	204
7.1.2.2	Anteile der Wirkung	205
7.1.3	Wirksamkeitskriterien	206
7.1.3.1	Historisches	206
7.1.3.2	Zur mechanischen Aufhaltekraft eines Geschosses («Stopping Power»)	208
7.1.3.3	Wirksamkeitskriterien auf der Basis des Geschossimpulses	209
7.1.3.4	Wirksamkeitskriterien auf der Basis der Geschossenergie	210
7.1.3.5	Statistische Wirksamkeitskriterien	212
7.1.3.6	Militärische Wirksamkeitskriterien	213
7.2	Bestimmung der Wirksamkeit	215
7.2.1	Grundsätzliches	215
7.2.1.1	Definition der Wirksamkeit	215
7.2.1.2	Wirkungsweisen eines Geschosses	216

7.2.2	Simulanzen	217
7.2.2.1	Allgemeines	217
7.2.2.2	Gelatine	217
7.2.2.3	Glyzerinseife	218
7.2.2.4	Wasser	219
7.2.2.5	Feuchter Ton	220
7.2.3	Ermitteln der Wirksamkeit	221
7.2.3.1	Messtechnik	221
7.2.3.2	Wirksamkeitsfunktionen von Kurzwaffengeschossen	222
7.2.3.3	Wirksamkeitsfunktionen von Langwaffengeschossen	223
7.2.3.4	Vergleich zwischen Kurz- und Langwaffengeschossen	224
7.3	Wundballistik	224
7.3.1	Allgemeines	224
7.3.2	Geschossbewegung und -verhalten im Körper	224
7.3.2.1	Voll- und Vollmantelgeschosse	224
7.3.2.2	Kugelige und zylinderförmige Projektile	226
7.3.2.3	Deformierende und zerlegende Geschosse	226
7.3.2.4	Pfeile und Flechettes	227
7.3.3	Anwendungen	228
7.3.3.1	Kriegs- und Notfallchirurgie	228
7.3.3.2	Kriminalistik	228
7.3.3.3	Internationale Vereinbarungen	228
7.4	Gefährlichkeit von Projektilen	229
7.4.1	Definition der Gefährlichkeit	229
7.4.1.1	Ein gefährliches Ungefährlichkeitskriterium	229
7.4.1.2	Gefährlichkeitskriterien	230
7.4.1.3	Biologische Grenzwerte	230
7.4.2	Gefährlichkeitskriterien in der Praxis	230
7.4.2.1	Gefährlichkeitsgrenzwerte bei bekannten Projektilen	230
7.4.2.2	Gefährlichkeit bei maximaler Schussdistanz	232
7.4.2.3	Gefährlichkeit des Schießens steil aufwärts in die Luft	233
7.4.2.4	Gefährlichkeit abgeprallter Geschosse	234
7.4.2.5	«Softair»-Waffen und Schleudern	235
8	<b>Geschosskonzepte</b>	236
8.1	Vorbemerkung	236
8.2	Allgemeines	236
8.2.1	Das Grundprinzip des Geschosses	236
8.2.2	Energieverhältnisse	237
8.2.3	Historische Entwicklung des Geschosses	238
8.2.3.1	Steingeschosse	238
8.2.3.2	Pfeile und Speere	239
8.2.3.3	Kugeln	240
8.2.3.4	Das Langgeschoss	241
8.2.3.5	Kurzwaffengeschosse	243
8.3	Geschosse für Kurzwaffen	244
8.3.1	Das Dilemma der Kurzwaffengeschosse	244
8.3.2	Voll- und Vollmantelgeschosse	245
8.3.2.1	Klassische Geschosskonstruktionen	245
8.3.2.2	Die leichten Vollgeschosse	246
8.3.2.3	Deformierende Vollmantelgeschosse	246
8.3.2.4	Bleiarms und bleifreie Geschosse	247
8.3.3	Deformations- und Zerlegungsgeschosse	247

---

8.3.3.1	Klassische Geschosskonstruktionen	247
8.3.3.2	Monoblock-Deformationsgeschosse	248
8.3.3.3	Geschosse mit sekundären Projektilen	250
8.3.3.4	Nicht-deformierende Teilmantelgeschosse	250
8.3.4	Weitere Geschosse	251
8.3.4.1	Die «Personal Defence Weapon» (PDW)	251
8.3.4.2	Seltenere Geschosskonstruktionen	252
8.4	Geschosse für Langwaffen, gezogene Läufe	253
8.4.1	Geschosse für militärische Anwendungen	253
8.4.1.1	Voll- und Vollmantelgeschosse	253
8.4.1.2	Leuchtpurgeschosse	255
8.4.1.3	Brand- und Explosivgeschosse	256
8.4.1.4	Die sogenannten «Dumdumgeschosse»	257
8.4.1.5	Hartkerngeschosse	258
8.4.1.6	Kurzbahngeschosse	258
8.4.2	Jagdgeschosse	259
8.4.2.1	Frühe Jagdgeschosse	259
8.4.2.2	Die Kontroverse um Deformation und Durchschlagskraft	260
8.4.2.3	Energieumsetzung und Eindringtiefe	261
8.4.2.4	Moderne Jagdgeschosse	262
8.4.2.5	Zur Wirksamkeit von Jagdgeschossen	263
8.4.3	Entwicklungstendenzen	265
8.5	Geschosse für Langwaffen, glatte Läufe	266
8.5.1	Allgemeines	266
8.5.2	Schrot	266
8.5.3	Flintenlaufgeschosse	267
8.5.3.1	Frühe Flintenlaufgeschosse	267
8.5.3.2	Klassische Flintenlaufgeschosse	269
8.5.3.3	Neuere Entwicklungen	269
8.5.3.4	Eine charakteristische Eigenschaft der Flintenlaufgeschosse	270
8.6	Spezialkonstruktionen	271
8.6.1	Unterkalibergeschosse und Flechettes	271
8.6.2	Geschosse für konische Läufe	272
8.6.3	Das Röhrengeschoss	273
8.6.4	Mehrfachgeschosse	274
8.6.5	Raketengeschosse	275
8.7	Die so genannten «nicht-letalen» Geschosse	277
8.7.1	Allgemeines	277
8.7.1.1	Abgrenzung	277
8.7.1.2	Ballistisch-biomechanische Zusammenhänge	277
8.7.2	Geschosskonstruktionen	278
8.7.2.1	Geschosse normaler Bauart	278
8.7.2.2	Geschosse kleiner Querschnittsbelastung	279
8.7.2.3	Expandierende Geschosse	280
8.7.2.4	Gummischrot	282
8.7.2.5	Geschosse großer Masse	283
8.7.2.6	Spezialgeschosse für Kurzwaffen	283
9	<b>Messen ballistischer Größen</b>	285
9.1	Einleitung	285
9.1.1	Allgemeines	285
9.1.2	Ballistische Messgrößen	286
9.1.2.1	Die wichtigsten physikalischen Größen der Ballistik	286

---

	9.1.2.2	Welche Größen können gemessen werden?	286
	9.1.2.3	Das Problem Zeitmessung	287
9.2		Geschwindigkeitsmessungen	287
	9.2.1	Frühe Messgeräte	287
	9.2.1.1	Das ballistische Pendel	287
	9.2.1.2	Die Messapparatur von LE BOULENGÉ	288
	9.2.1.3	Der Spulen-Boulengé	290
	9.2.1.4	Der Papierfunkenchronograf	290
	9.2.1.5	Der Kondensatorchronograf	292
	9.2.2	Moderne Geschwindigkeitsmessung	292
	9.2.2.1	Lichtschranken und Impulszähler	292
	9.2.2.2	Fehlerquellen bei Lichtschrankenmessungen	293
	9.2.2.3	Radar	294
	9.2.2.4	Fehlerquellen bei Radarmessungen	295
	9.2.2.5	Bestimmung der Geschossgeschwindigkeit mittels Schattenaufnahmen	295
9.3		Innenballistische Druckmessungen	296
	9.3.1	Allgemeines	296
	9.3.2	Historische Messverfahren	297
	9.3.2.1	Die ersten Messversuche	297
	9.3.2.2	Methode der sukzessiven Laufverkürzung	297
	9.3.2.3	Methode der Rücklaufmessung	298
	9.3.2.4	Methode der «Seitenstollen»	299
	9.3.3	Messung mit Stauchkörper	300
	9.3.3.1	Messprinzip	300
	9.3.3.2	Fehlerquellen	301
	9.3.3.3	Patronierte Munition	302
	9.3.4	Piezoelektrische Verfahren	302
	9.3.4.1	Der piezoelektrische Effekt	302
	9.3.4.2	Messtechnik	302
	9.3.4.3	Fehlerquellen	303
	9.3.4.4	Patronierte Munition	304
	9.3.4.5	Andere elektrische Druckmessverfahren	304
9.4		Rücklauf- und Rückstoßmessungen	305
	9.4.1	Entstehung des Rückstoßes	305
	9.4.2	Messverfahren	305
	9.4.2.1	Bestimmung der Rücklaufgeschwindigkeit	305
	9.4.2.2	Messung der Rückstoßkraft	307
	9.4.2.3	Die Rückstoßenergie	307
9.5		Außenballistische Messungen	308
	9.5.1	Allgemeines	308
	9.5.2	Bestimmung des Luftwiderstandsbeiwertes	309
	9.5.2.1	Bestimmung mit Zeit-Weg-Messungen	309
	9.5.2.2	Bestimmung mit Weg-Geschwindigkeit-Messungen	309
	9.5.2.3	Bestimmung mit Radar	310
	9.5.3	Die Eigenbewegung des Geschosses	311
	9.5.3.1	Beschreibung der Eigenbewegung	311
	9.5.3.2	Bestimmung des Anstellwinkels eines Geschosses	311
	9.5.3.3	Bestimmung der Trägheitsmomente	313
9.6		Bildgebende Verfahren	313
	9.6.1	Allgemeines	313
	9.6.2	Lichtquellen	314
	9.6.2.1	Kontinuierliche Lichtquellen	314
	9.6.2.2	Diskontinuierliche Lichtquellen	314
	9.6.3	Gegenlichtaufnahmen	315

	9.6.3.1	Schattenaufnahmen	315
	9.6.3.2	Schlierenaufnahmen	315
9.6.4		Kinematografie	316
	9.6.4.1	Funkenkinematografie nach CRANZ-SCHARDIN	316
	9.6.4.2	Hochgeschwindigkeitskamera IMACON 200	317
	9.6.4.3	Hochgeschwindigkeits-Video	318
		<b>Anhang</b>	<b>319</b>
A.1		Tabellen	319
	A.1.1	Einheiten und Bezeichnungen	319
		A.1.1.1 U.S.-Einheiten > metrische Einheiten	319
		A.1.1.2 Metrische Einheiten > U.S.-Einheiten	319
	A.1.2	Physikalische Daten	320
		A.1.2.1 Stoffzahlen von Geschosswerkstoffen	320
		A.1.2.2 Trägheitsmomente und Schwerpunktsabstand ausgewählter Geschosse	320
		A.1.2.3 Geschoss- und Laufabmessungen (nach C.I.P., 2007)	321
	A.1.3	Ballistische Daten	323
		A.1.3.1 Kurzwaffen (Standardgeschosse)	323
		A.1.3.2 Kurzwaffen (Polizeigeschosse)	324
		A.1.3.3 Langwaffen (Armeeewaffen, Standardgeschosse)	324
		A.1.3.4 Langwaffen (Jagdewaffen, Standardgeschosse)	325
		A.1.3.5 Alte Waffen	326
		A.1.3.6 Flinten	326
		A.1.3.7 Federwaffen (Bogen, Armbrust, Federpistole, Schleuder)	327
	A.1.4	Schusstafeln	327
		A.1.4.1 Erklärung zu der Schusstafeln	327
		A.1.4.2 Kurzwaffen	327
		A.1.4.3 Langwaffen	332
		A.1.4.4 Alte Langwaffen	338
		A.1.4.5 Diverses	339
		A.1.4.6 Flinten	342
		A.1.4.7 Maximale Schussweiten	343
	A.1.5	Heydenreich-Tabellen	344
		A.1.5.1 Heydenreich'sche Faktoren $F_1$ - $F_5$	344
		A.1.5.2 Heydenreich'sche Faktoren $F_6$ - $F_8$	345
A.2		Begriffe, Symbole, Abkürzungen	346
	A.2.1	Definitionen	346
	A.2.2	Verwendete Symbole, Maßeinheiten	346
	A.2.3	Abkürzungen	348
A.3		Zusammenfassung der wichtigsten Formeln und Gesetze	349
	A.3.1	Physik	349
		A.3.1.1 Kinematik der geradlinigen Bewegungen	349
		A.3.1.2 Kinematik der Drehbewegungen	349
		A.3.1.3 Masse, Impuls, Kraft	350
		A.3.1.4 Arbeit, Energie	350
		A.3.1.5 Flugbahnen ohne Luftwiderstand	351
		A.3.1.6 Wichtige Sätze aus der Wärmelehre	351
		A.3.1.7 Schallgeschwindigkeit und Machzahl	351
		A.3.1.8 Strömungsgesetze	352
		A.3.1.9 Kräfte und Momente in Strömungen	352
	A.3.2	Innen- und Abgangsbalistik	352
		A.3.2.1 Geschossbewegung im Lauf	352
		A.3.2.2 Mündungsenergie und Wirkungsgrad	352

	A.3.2.3	Rückstoß	353
A.3.3		Außenballistik	353
	A.3.3.1	Flugbahn	353
	A.3.3.2	Windablage und Streuung	354
A.3.4		Gesetzmäßigkeiten der Endballistik	354
	A.3.4.1	Materialarten	354
	A.3.4.2	Eindringtiefe und Zerstörungspotenzial	354
A.4		Literaturverzeichnis	355
	A.4.1	Lehrbücher und Nachschlagewerke	355
	A.4.2	Physikalische Grundlagen	355
	A.4.3	Munitions- und waffentechnische Grundlagen	355
	A.4.4	Ballistik	355
	A.4.5	Kriterien des Treffens	356
	A.4.6	Besondere Waffengattungen und ihre Ballistik	357
	A.4.7	Wirksamkeit und Gefährlichkeit von Geschossen	357
	A.4.8	Geschosskonzepte	358
	A.4.9	Ballistische Messtechnik	358
A.5		Nachweis der Abbildungen	359
A.6		Stichwortverzeichnis	360



# 1 Einleitung

Ballistik – die Lehre der Bewegung und des Verhaltens von Geschossen – ist eine ausgesprochen experimentelle Wissenschaft. Dies hängt unter anderem damit zusammen, dass einige entscheidende ballistische Vorgänge in einem physikalischen Umfeld ablaufen, das sich der menschlichen Vorstellung völlig entzieht. Beschleunigungen, weit höher als das 100'000-fache der Erdbeschleunigung, treten zusammen mit Drücken von mehreren Tausend Bar und Temperaturen von Tausenden von Grad Celsius auf. Mit Hilfe oft einfacher physikalischer Modelle lassen sich jedoch viele dieser Ereignisse so veranschaulichen, dass wir zu verstehen glauben dürfen, was wirklich geschieht.

Dieses Buch ist eine Gesamtausgabe der beiden in diesem Verlag erschienenen Bücher «Geschosse – Ballistik, Treffsicherheit, Wirkungsweise» (1994/1998) und «Geschosse 2 – Ballistik, Wirksamkeit, Messtechnik» (2004). Im ersten Band wurden vor allem die allgemeinen ballistischen Grundlagen und die Konzepte klassischer Kurz- und Langwaffengeschosse besprochen. Der zweite Band ging auf spezielle Fragen ein wie Ballistik spezieller Waffen, Schießen in der Bewegung, Wirksamkeit und Gefährlichkeit von Geschossen, sowie auf die ballistische Messtechnik. Die Zusammenfassung der beiden Bände in ein Buch erlaubte es nun, dem Werk eine einheitliche Gesamtstruktur zu geben. Gleichzeitig wurden viele Abschnitte überarbeitet und teilweise vertiefter behandelt, wobei auch neuere Geschosskonstruktionen Eingang gefunden haben. Das der Einleitung folgende Kapitel gibt einen Überblick über die für die Ballistik erforderlichen *physikalischen Grundlagen*, wobei nur die wirklich relevanten Themen besprochen werden (Bewegungs-, Wärme- und Strömungslehre). Im dritten Kapitel werden einige wichtige *technische Grundlagen* zu Waffen und Munition vermittelt, die im Zusammenhang mit den weiteren Kapiteln des Buches bedeutungsvoll sind. Gleichzeitig dient es auch der Festlegung der verwendeten Fachbegriffe.

Das vierte Kapitel ist eines der Hauptkapitel dieses Buches. Es behandelt die wichtigsten Aspekte aller Teilgebiete der *Ballistik*, von der Zündung der Treibladung bis hin zum Zeitpunkt, wo das Geschoss auf oder in einem Material zum Stillstand gekommen ist. Spezielle Abschnitte sind den optimalen Geschossauslegungen und dem Schießen auf große Distanzen gewidmet.

Im fünften Kapitel – *Kriterien des Treffens* – wird vor allem der Frage nachgegangen, weshalb ein Schuss fast nie genau dort eintrifft, wo man ihn erwartet. Weil dadurch das Treffen zu einer statistischen Frage wird, beginnt das Kapitel mit einigen Grundzügen der Statistik, die es dann auch erlauben, Trefferbilder auszuwerten und zu beurteilen und Treffwahrscheinlichkeiten und Treffererwartungen zu bestimmen.

Das sechste Kapitel ist *besonderen Waffengattungen und ihrer Ballistik* gewidmet. Betrachtet werden die ballistischen Eigenheiten von Schwarzpulver-Schusswaffen und Federwaffen (Bogen, Armbrust, Federpistole und Schleuder), die in der Literatur sonst recht selten beschrieben sind. Mit den Auswirkungen des Schießens befasst sich das siebte Kapitel. Darin werden die Begriffe *Wirksamkeit und Gefährlichkeit* im Zusammenhang mit Schießen und Geschossen eingehend besprochen. Dabei wer-

den einerseits die verschiedenen Wirkungskriterien kritisch beleuchtet, andererseits wird auch die Gefährlichkeit von Geschossen unter die Lupe genommen. Ein kurzer Blick auf die «Internationalen Konventionen» darf dabei nicht fehlen.

Das achte Kapitel, *Geschosskonzepte*, geht auf die Vielfalt der Geschosse ein und analysiert deren Konstruktionen. Obwohl viele Geschossauslegungen intuitiv erfolgten, gibt es doch physikalische Erklärungen für ihre Wirkungsweise oder ihr Versagen. Ein Abschnitt dieses Kapitels ist den so genannten «nicht-letal» Waffen gewidmet, die im Verlauf der letzten Jahre stark an Bedeutung gewonnen haben.

Für die Ballistik (als ausgesprochen experimentelle Wissenschaft) ist Messen außerordentlich wichtig. Das neunte Kapitel ist deshalb ganz der *ballistischen Messtechnik* gewidmet, wobei auch auf historische Messverfahren eingegangen wird. Die Schwierigkeiten, die sich aus der Kurzzeitigkeit der Vorgänge ergaben, wurden oft mit genialen Tricks überwunden, aus denen noch heute viel gelernt werden kann.

Im *Anhang* sind Umrechnungsfaktoren zur Umrechnung von anglo-amerikanischen Einheiten in metrische (und umgekehrt) angegeben. In Tabellen sind die physikalischen und ballistischen Grunddaten der gängigsten Geschosse zusammengestellt. Die angegebenen Werte folgen den Festlegungen der C.I.P. («Commission Internationale permanente pour l'Épreuve des Armes à Feu portatives»), die zum Teil seit dem Erscheinen des ersten Bandes angepasst worden sind. Anschließend findet sich eine Reihe von Schusstafeln für verschiedene (auch alte) Kurz- und Langwaffengeschosse. Eine Liste von Begriffsdefinitionen, Symbolen und Abkürzungen soll den Gebrauch des Buches erleichtern. Das Literaturverzeichnis enthält das beim Erarbeiten dieses Buches verwendete Schrifttum und einige weiterführende Bücher. Literaturhinweise im Text sind durch eckige Klammern gekennzeichnet.

## 2 Physikalische Grundlagen

### 2.1 Allgemeines

#### 2.1.1 Motivation

Begnügt man sich nicht allein mit der äußeren Beschreibung von Munition, sondern interessiert sich auch für deren Verhalten während des Schusses, so kommt man nicht darum herum, sich mit einigen physikalischen Grundbegriffen auseinanderzusetzen. Die Vorgänge in der Waffe und beim Eindringen eines Geschosses in ein Ziel beruhen auf den Gesetzen der Mechanik und der Wärmelehre, und der Flug durch die Luft wird zudem durch die Aerodynamik mitbestimmt. In diesem Kapitel werden aus diesen Teilgebieten der Physik diejenigen Sätze herausgegriffen und besprochen, die für das Verständnis der ballistischen Geschehnisse wichtig sind.

#### 2.1.2 Bezugssysteme und Maßeinheiten

Die Einsicht in physikalische Vorgänge erfordert ein möglichst genaues Beschreiben der Abläufe. Dies ist jedoch nur dann möglich, wenn die beteiligten physikalischen Größen gemessen werden können. Dafür müssen Bezugssysteme und entsprechende Maßeinheiten festgelegt werden.

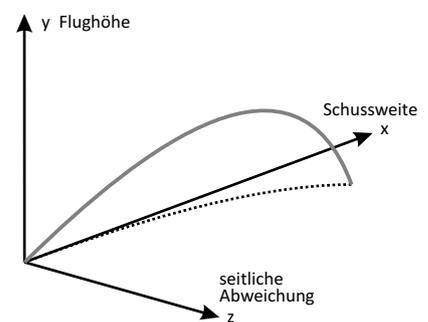
In der Ballistik wird für die Darstellung der Ereignisse im Raum das so genannte *ballistische Koordinatensystem* verwendet, das folgendermaßen definiert ist: x- und y-Achse spannen eine vertikale Ebene auf, wobei die x-Achse horizontal und die y-Achse der Fallrichtung entgegengesetzt ist. Die z-Achse ergänzt die x-y-Ebene zu einem räumlichen Rechtssystem (Abb. 2-1).

Für die Maßeinheiten wird durchweg das SI-System (internationales Einheitensystem, *Système international d'unités*) verwendet. Die Grundeinheit für die Länge ist damit der Meter, für die Masse das Kilogramm und für die Zeit die Sekunde. Dieses System ist seit über vierzig Jahren in den meisten Ländern gesetzlich vorgeschrieben. Trotzdem werden die alten, überlieferten Einheiten (wie z. B. Inch, Grain) immer noch recht häufig verwendet. Die entsprechenden Umrechnungsfaktoren sind deshalb im Tabellenanhang aufgeführt.

Messungen physikalischer Größen beginnen häufig nicht im Nullpunkt des Koordinatensystems. Die Änderung der gemessenen Größe ergibt sich dann als Differenz zwischen dem Wert am Ende ( $X_e$ ) und dem Wert zu Beginn ( $X_a$ ) der Messung. Solche Differenzen werden mit dem griechischen Symbol  $\Delta$  (Delta) bezeichnet (X steht für eine beliebige gemessene Größe).

$$(2.1:1) \quad \Delta X = X_e - X_a$$

Bei Größen, die sich stark ändern, werden Anfangs- und Endwert möglichst nahe beieinander gewählt. Der ermittelte Wert heißt dann Momentanwert.



**Abb. 2-1.** Ballistisches Koordinatensystem.

2.2 Mechanik

2.2.1 Kinematik

2.2.1.1 Allgemeines

Die Kinematik ist ein Teilgebiet der Mechanik, das sich ausschließlich mit der Bewegung eines Körpers im Raume befasst. Ihre Hauptaufgabe ist es, den Weg («die Bahn»), den der Körper zurücklegt, mitsamt dem zeitlichen Ablauf genau zu beschreiben. Alle übrigen Eigenschaften des Körpers (Ausdehnung, Form, Gewicht) bleiben unberücksichtigt. Er kann deshalb ohne weiteres als punktförmig angesehen werden (so genannte Punktmasse).

Ein Körper kann mehrere Bewegungen gleichzeitig ausführen, wobei sich die einzelnen Bewegungen gegenseitig nicht beeinflussen. Dieses *Grundprinzip der Unabhängigkeit von Bewegungen* lässt sich experimentell einfach nachweisen.

Umgekehrt erlaubt das Unabhängigkeitsprinzip, eine komplizierte Bewegung so zu betrachten, als sei sie aus verschiedenen einfachen Bewegungen zusammengesetzt. Diese sind oft leichter zu verstehen und zu beschreiben. Die Bewegung eines Körpers im Raum lässt sich demnach (mit Hilfe eines Koordinatensystems) stets als drei Bewegungen in Richtung der drei Koordinatenachsen auffassen.

2.2.1.2 Geradlinige Bewegungen

Die bekannteste kinematische Größe ist die *Geschwindigkeit*. Sie ist das Verhältnis der Länge des zurückgelegten Wegstückes (der Ortsänderung) zu der dazu benötigten Zeit. Mit den Wegkomponenten  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  und  $\Delta z$  und der Zeitdifferenz  $\Delta t$  ergeben sich somit die folgenden Geschwindigkeitskomponenten:

$$(2.2:1) \quad v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad v_y = \frac{\Delta y}{\Delta t}, \quad v_z = \frac{\Delta z}{\Delta t} \quad [\text{m/s}]$$

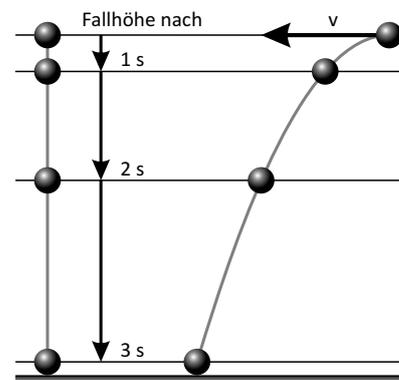
Der Betrag der effektiven (räumlichen) Bahngeschwindigkeit des Körpers ist dann gegeben durch:

$$(2.2:2) \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad [\text{m/s}]$$

Da eine Ortsänderung in einer bestimmten Richtung erfolgt, gehört zur Geschwindigkeit auch stets die Angabe der Bewegungsrichtung. Die Geschwindigkeit ist demnach eine gerichtete Größe. Geschwindigkeiten mit gleichem Betrag, aber unterschiedlichen Richtungen werden als verschieden betrachtet.

Die Maßeinheit der Geschwindigkeit im SI-System ist «Meter pro Sekunde» [m/s]. Umrechnungsformeln für die immer noch oft verwendete angloamerikanische Einheit «Feet per Second» [ft/s] sind im Anhang A (A.1.1) zusammengestellt.

Zwei Kugeln, die sich auf gleicher Höhe befinden, werden gleichzeitig in Bewegung versetzt. Die eine wird nur fallengelassen, die andere horizontal geworfen. Beide kommen zum selben Zeitpunkt auf dem Boden an (siehe Abb. 2-2). Die zusätzliche horizontale Bewegung der zweiten Kugel nimmt auf ihre Fallbewegung keinen Einfluss.



**Abb. 2-2.** Experiment zum Nachweis der Unabhängigkeit von Bewegungen: Die horizontal weggeworfene Kugel und die gleichzeitig fallen gelassene Kugel treffen gleichzeitig auf den Boden auf.

Tabelle 2-1. Typische Geschwindigkeiten in m/s

Geschosseschwindigkeiten (Richtwerte)	
geworfener Stein	10 ... 20
Bogen- und Armbrustpfeil	35 ... 70
Pistolen- und Revolvergeschoss	250 ... 450
Gewehrgeschoss	600 ... 1000
Artilleriegranate (je nach Ladung)	240 ... 900
Splitter	bis über 2000
Schallgeschwindigkeit	
in der Luft (15 °C)	340
im Wasser (20 °C)	1483
in Stahl	5180

Typische Geschwindigkeiten, wie sie in der Ballistik vorkommen, sind in der Tabelle 2-1 zusammengestellt.

Ist die Geschwindigkeit konstant, lässt sich der Weg mit der folgenden Beziehung bestimmen:

$$(2.2:3) \quad x = v_x \cdot t \quad [m]$$

Das Verhältnis einer Geschwindigkeitsänderung zu der dazu benötigten Zeit heißt bei zunehmender Geschwindigkeit und im allgemeinen *Beschleunigung*. Nimmt die Geschwindigkeit ab, so ist die Beschleunigung negativ. Sie wird in diesem Falle auch als *Verzögerung* bezeichnet.

$$(2.2:4) \quad a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}, \quad a_y = \frac{\Delta v_y}{\Delta t}, \quad a_z = \frac{\Delta v_z}{\Delta t} \quad [m/s^2]$$

Analog der Geschwindigkeit gilt auch hier für den Betrag der Beschleunigung:

$$(2.2:5) \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad [m/s^2]$$

und für die Maßeinheit im SI-System ergibt sich aus der Definition  $[m/s^2]$ . Typische in der Ballistik auftretende Beschleunigungen und Verzögerungen können der Tabelle 2-2 entnommen werden.

Weil die Geschwindigkeit richtungsabhängig ist, treten Beschleunigungen nicht nur dann auf, wenn sich ihr Betrag ändert, sondern auch dann, wenn sich eine andere Bewegungsrichtung einstellt (z. B. bei einer Kurvenfahrt).

Tabelle 2-2. Typische Beschleunigungen in  $m/s^2$ 

Geschossbeschleunigungen (Richtwerte)		
Pistolengeschoss in Luft	-200	
Gewehrgeschoss in Luft	-400	
Artilleriegranate in Luft (je nach Ladung)	-5 ... -50	
5 mm Stahlkugel in Luft	$v = 50 \text{ m/s}$	-20
	$v = 250 \text{ m/s}$	-775
	$v = 1000 \text{ m/s}$	-21 900
Bogen- und Armbrustpfeil beim Abschuss	bis 8 500	
Geschoss beim Abschuss im Lauf	bis 1 000 000	

Eine wichtige Beschleunigung, die oft als Bezugsmaß dient, ist die Erdbeschleunigung. Ihr standardisierter Normalwert beträgt

$$g = -9.80665 \text{ m/s}^2$$

Das negative Vorzeichen ergibt sich, weil die Fallbeschleunigung der y-Achsenrichtung entgegengesetzt ist (siehe Abb. 2-1).

Ist die Beschleunigung konstant, so kann die Bahngeschwindigkeit und der zurückgelegte Weg mit den folgenden einfachen Gleichungen berechnet werden:

$$(2.2:6) \quad v = a \cdot t \quad [\text{m/s}]$$

$$(2.2:7) \quad x = \frac{1}{2} \cdot a_x \cdot t^2 \quad [\text{m}]$$

Mit (2.2:7) lässt sich die Fallhöhe eines Körpers im freien Fall bestimmen:

$$(2.2:8) \quad y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad [\text{m}]$$

### 2.2.1.3 *Kreisbewegungen*

Bewegungen längs gekrümmter Bahnen können stets auf die Bewegung längs eines Kreisbogenstückes zurückgeführt werden. Diese so genannten Rotationsbewegungen werden mit der Winkelgeschwindigkeit erfasst. Diese ist analog zur Geschwindigkeit definiert durch das Verhältnis der Winkeländerung und der dazu benötigten Zeit:

$$(2.2:9) \quad \omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad [1/\text{s}]$$

wobei  $\Delta\varphi$  im Bogenmaß gemessen wird (ganze Drehung =  $2\pi$ ).

Die Drehfrequenz (Anzahl Umdrehungen pro Sekunde) ergibt sich aus der Winkelgeschwindigkeit durch

$$(2.2:10) \quad \nu = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \quad [1/\text{s}]$$

Sowohl Drehfrequenz als auch Winkelgeschwindigkeit erhalten als Maßeinheit [1/s].

Ist die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  konstant, so heißt die Kreisbewegung gleichförmig. Für den Betrag der Bahngeschwindigkeit im Abstand  $r$  vom Kreiszentrum ergibt sich dann:

$$(2.2:11) \quad v = r \cdot \omega \quad [\text{m/s}]$$

In der Ballistik treten Drehbewegungen beispielsweise bei drallstabilisierten Geschossen als Rotation um die Längsachse auf. Typische Winkelgeschwindigkeiten und Drehfrequenzen, die dabei vorkommen, sind in der Tabelle 2-3 zusammengestellt.

Bei einer Drehbewegung ändert die Bahngeschwindigkeit ständig ihre Richtung. Es handelt sich deshalb um eine beschleunigte Bewegung auch wenn der Betrag der Geschwindigkeit dabei gleich bleibt. Die Beschleunigung steht dann senkrecht auf der Bewegungsrichtung und ist zum Zentrum des (momentanen) Kreisbogens der Bahn hin gerichtet. Ihr Betrag lautet:

$$(2.2:12) \quad a = r \cdot \omega^2 = v \cdot \omega = \frac{v^2}{r} \quad [\text{m/s}^2]$$

Die Umrechnung zwischen den verschiedenen Darstellungen erfolgt mit der Gleichung (2.2:11).

Ändert sich die Winkelgeschwindigkeit im zeitlichen Verlauf, so wird dies als Winkelbeschleunigung bezeichnet. Analog zur Definition der Beschleunigung wird festgesetzt:

$$(2.2:13) \quad \alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad [1/s^2]$$

Tabelle 2-3. Typische Winkelgeschwindigkeiten und Drehfrequenzen in [1/s]

		$\omega$	$\nu$
Pistolengeschoss	9 mm Luger	8 800	1 400
Revolvergesschoss	38 Spl.	4 150	660
Gewehrgeschosse	5.56 mm NATO	32 510	5 175
	5.6 mm Gw Pat 90	22 745	3 620
	308 Win.	17 090	2 720
Artilleriegranate (155 mm), große Ladung		1 620	260

Ein Beispiel für eine negative Winkelbeschleunigung ist die Abnahme des Dralles bei drallstabilisierten Geschossen.

## 2.2.2 Masse, Kraft, Impuls

### 2.2.2.1 Die Masse

Masse ist eine Grundeigenschaft eines Körpers, die sich in zwei Erscheinungen äußert:

- Der Bewegungszustand eines Körpers ändert sich nicht von selbst. Es braucht eine äußere Einwirkung, gegen die der Körper jedoch Widerstand leistet. Dieses Verhalten heißt *Trägheit*, die zugehörige Maßzahl die *träge Masse*.
- Ein Körper bewirkt Änderungen des Bewegungszustandes anderer Körper. Diese Eigenschaft heißt *Gravitation* (Schwere) und die zugehörige Maßzahl *schwere Masse*.

Träge Masse und schwere Masse sind zueinander proportional. Dies ergibt sich aus der experimentell nachweisbaren Tatsache, dass alle Körper in einem (zur Vermeidung von Luftwiderstand) luftleer gepumpten Behälter gleich schnell fallen.

Der Proportionalitätsfaktor zwischen träger und schwerer Masse ist durch keine physikalische Gesetzmäßigkeit gebunden. Er wird vorteilhafterweise 1 gesetzt. Schwere und träge Masse werden dadurch auch betragsmäßig gleich, und es genügt, allgemein von der *Masse* des Körpers zu sprechen.

Im SI-Maßsystem wird die Masse in kg oder in g angegeben. Im anglo-amerikanischen Raum sind zudem oft noch das «grain» und das «pound» anzutreffen. Umrechnungsfaktoren zwischen diesen Einheiten sind im Anhang A, A.1.1 zusammengestellt.

Da die Bewegungszustände völlig unterschiedlicher Körper (z. B. Flaumfeder und Bleikugel) beim freien Fall im luftleeren Raum stets gleich sind, muss die Größe, die den Bewegungszustand ändert (schwere Masse) und die Größe, die sich dieser Änderung widersetzt (träge Masse) bei jedem Körper dasselbe Verhältnis haben.

### 2.2.2.2 Die Newton'schen Axiome

Masse (Trägheit) und Geschwindigkeit eines Körpers bestimmen seinen Bewegungszustand. Das Produkt dieser beiden Werte heißt *Impuls* oder Bewegungsgröße  $p$  des Körpers. Es ist eine gerichtete Größe mit derselben Richtung wie die Geschwindigkeit.

$$(2.2:14) \quad p = m \cdot v \quad [N \times s]$$

Aus physikalischer Sicht wird die Kraft  $F$  als diejenige Größe eingeführt, die den Bewegungszustand eines Körpers zu ändern vermag oder den Körper deformieren kann. Sie wird durch die Newton'schen Axiome festgelegt. Das 1. Axiom sagt aus, dass bei einer Bewegung ohne äußere Einflüsse die Geschwindigkeit stets konstant ist («Trägheitsgesetz»).

$$(2.2:15) \quad F = 0 \Rightarrow v = \text{const}$$

Das 2. Axiom definiert die Kraft als die zeitliche Änderung der Bewegungsgröße. Dies kann sowohl durch Änderung der Masse als auch durch Änderung der Geschwindigkeit geschehen. Es gilt also

$$(2.2:16) \quad F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot v + m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad [N]$$

Falls die Masse eines Körpers nicht ändert ( $\Delta m/\Delta t = 0$ ), ergibt Gleichung (2.2:16) für die Kraft die bekannte Beziehung «Kraft gleich Masse mal Beschleunigung».

$$(2.2:17) \quad F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \cdot a \quad [N]$$

Eine spezielle Kraft ist das Gewicht, das auftritt, wenn auf eine Masse die Erdbeschleunigung wirkt.

$$(2.2:17a) \quad F_G = -m \cdot g \quad [N]$$

In der Tabelle 2-4 sind einige typische Kräfte aufgelistet, wie sie bei ballistischen Vorgängen auftreten können.

Tabelle 2.4. Typische Kräfte in der Ballistik in [N]

Bremskräfte auf ein Geschoss	
Gewehrgeschoss in Luft	4
Artilleriegranate in Luft (große Ladung)	2100
Gewehrgeschoss im Wasser	5000
max. Beschleunigungskräfte im Lauf	
Pistolengeschoss	16 500
Gewehrgeschoss (Kal. 7.62 mm)	14 500
Artilleriegranate (große Ladung)	4 415 000

Das 3. Axiom besagt, dass jede Kraft mit einer betragsmäßig gleich großen Gegenkraft verbunden ist («Actio gleich Reactio»).

Kräfte sind – genau so wie die Beschleunigungen – gerichtete Größen. Sie lassen sich deshalb nach den Regeln gerichteter Größen (Vektoren) zusammensetzen und in Komponenten zerlegen.

Zwei Kräfte  $F_1$  und  $F_2$ , die auf einen Körper einwirken, verursachen die gleiche Bewegungsänderung wie eine Kraft  $F$ , die der Diagonalen des von  $F_1$  und  $F_2$  aufgespannten Parallelogramms entspricht (siehe Abb. 2-3). Umgekehrt kann eine Kraft  $F$  in zwei Teilkräfte beliebiger Richtung aufgeteilt werden. Dies gilt übrigens nicht nur für Kräfte, sondern für alle vektoriellen Größen wie z. B. die Geschwindigkeit.

Um eine Kraft zu kennzeichnen, sind drei Angaben notwendig: Betrag, Richtung und Angriffspunkt. Die Maßeinheit für die Kraft ist das *Newton*, wobei gilt:

1 Newton (N) = 1 kg·m/s<sup>2</sup>

Im angloamerikanischen Maßsystem wird die Kraft in «pound-forces» gemessen (Umrechnungsfaktor siehe Anhang A, A.1.1).

## 2.2.2.3

*Schwerpunkt und Punktmasse*

Zu jedem Körper gibt es einen Punkt, der sich – auch unter Einwirkung von Kräften – so bewegt, wie wenn die gesamte Masse des Körpers in ihm vereinigt wäre. Dieser Punkt wird *Schwerpunkt* oder *Massenmittelpunkt* des Körpers genannt.

Der Schwerpunkt kann auch außerhalb eines Körpers liegen (z. B. bei einer Röhre).

Gehören mehrere von einander getrennte Massen zueinander, so kann ihnen ein gemeinsamer Schwerpunkt zugeordnet werden (z. B. bei einer Schrotgarbe).

Bei vielen physikalischen Vorgängen spielt die räumliche Ausdehnung eines Körpers eine untergeordnete Rolle. In diesen Fällen kann der Körper als Punkt angenommen werden, dem die gesamte Körpermasse zugeordnet wird (*Punktmasse*). Der Ort dieses Punktes fällt mit dem Schwerpunkt des Körpers zusammen. Dies gilt auch für mehrere zusammengefasste Körper, bei denen der Schwerpunkt stellvertretend für die Gesamtheit betrachtet werden kann. So lässt sich beispielsweise die Flugbahn einer Schrotgarbe durch die Flugbahn des gemeinsamen Schwerpunktes darstellen.

## 2.2.2.4

*Spannungen*

Es ist oft nützlich, Kräfte mit der Fläche in Beziehung zu bringen, an denen sie angreifen. Eine auf die Flächeneinheit bezogene Kraft heißt *Spannung*. Wirkt die Kraft senkrecht zur Fläche (Zug- oder Druckkraft), so spricht man von *Zug-* bzw. *Druckspannung*. Wirkt sie parallel zur Fläche (Schubkraft), so spricht man von *Schubspannung*. Da Spannungen in der Physik einen bedeutenden Platz einnehmen, werden sie in einer eigenen Maßeinheit gemessen, dem Pascal.

$$1 \text{ Pa} \Leftrightarrow 1 \text{ N/m}^2$$

Für Druckspannungen, insbesondere für den Luftdruck wird zudem noch die Einheit «bar» zugelassen, wobei die folgende Umrechnungsformel gilt:

$$1 \text{ bar} \Leftrightarrow 100'000 \text{ Pa}$$

Im anglo-amerikanischen Gebiet ist noch die Druckeinheit «lbs/in<sup>2</sup>» anzutreffen. Die Umrechnungsfaktoren können dem Anhang A (A.1.1) entnommen werden.

## 2.2.3

**Arbeit und Energie**

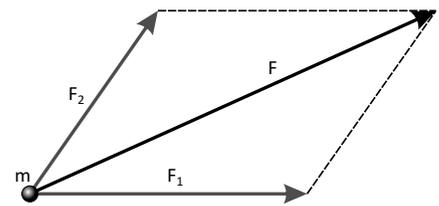
## 2.2.3.1

*Definition der Arbeit*

Arbeit ist definiert als das Produkt aus wirkender Kraft und zurückgelegtem Weg:

$$(2.2:18) \quad W = F \cdot x \quad [J]$$

Jede Lageveränderung und jede Veränderung der Struktur von Materie ist somit nur durch Erbringen («Leisten») von Arbeit möglich.



**Abb. 2-3.** Kräfteparallelogramm. Kraft F hat die gleiche Wirkung auf die Masse m wie die beiden Kräfte F<sub>1</sub> und F<sub>2</sub> zusammen.

Als Maßeinheit für die Arbeit ergibt sich direkt aus der obigen Definition [Nm], für die wegen deren Wichtigkeit das Joule [J] eingeführt wurde.

$$1 \text{ Joule} \Leftrightarrow 1 \text{ Newton} \cdot \text{Meter}$$

Den angloamerikanischen Kraft- und Längeneinheiten entsprechend, ist noch die Maßeinheit «ft-lbs» anzutreffen (Umrechnungsfaktoren siehe Anhang A, A.1.1).

Wird ein Körper entgegen dem Gravitationsfeld der Erde bewegt, so ist dazu eine Kraft notwendig, die dem Gewicht des betreffenden Körpers entspricht. Die dabei erbrachte Arbeit («Hubarbeit») lässt sich dann gemäß (2.2:18) mit der folgenden Formel berechnen:

$$(2.2:19) \quad W = m \cdot g \cdot y \quad [J]$$

wobei mit  $y$  die Weglänge bezeichnet ist, die der Körper entgegen der Gravitation bewegt wurde.

Deformationsarbeit (z. B. zum Spannen einer Feder) basiert ebenfalls auf der Grunddefinition (2.2:18). Im Unterschied zur Hubarbeit ist jedoch die Kraft nicht konstant, sondern nimmt proportional dem Weg zu. Die erbrachte Arbeit ergibt sich dann zu:

$$(2.2:20) \quad W = \frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2 \quad [J]$$

$D$  bedeutet die Federkonstante in N/m (Kraft, die für die Änderung einer Längeneinheit erforderlich ist) und  $x$  den Federweg.

Erfährt jedoch der Körper durch die wirkende Kraft eine Beschleunigung, so resultiert aus der erbrachten Arbeit eine Bewegung. Durch Kombinieren der Gleichung (2.2:18) mit den Gleichungen (2.2:6 und 2.2:7) ergibt sich

$$(2.2:21) \quad W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad [J]$$

Aufgewendete Arbeit kann sich somit in einer Lageänderung, in Deformation oder in Bewegung äußern.

### 2.2.3.2 *Energie*

Sowohl der angehobene wie auch der (elastisch) deformierte und der sich bewegende Körper sind nun selber fähig, Arbeit zu erbringen. Fähigkeit zu Arbeit wird allgemein Energie genannt; im Falle des angehobenen Körpers oder der gespannten Feder heißt sie *potenzielle Energie*, und beim bewegten Körper wird sie Bewegungs- oder *kinetische Energie* genannt. Arbeit und Energie sind damit physikalisch gleichwertig. Weder das eine noch das andere kann geschaffen oder vernichtet werden. Sie werden nur untereinander ausgetauscht. Für die kinetische Energie eines sich in Bewegung befindenden Körpers ergibt sich demnach eine zu (2.2:21) analoge Beziehung (und damit auch die gleiche Maßeinheit [J]):

$$(2.2:22) \quad E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad [J]$$

Die potenzielle Energie einer gespannten Feder folgt aus (2.2:20)

$$(2.2:23) \quad E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2 \quad [\text{J}]$$

und die potenzielle Energie der Lage im Gravitationsfeld lässt sich entsprechend der Formel (2.2:19) darstellen:

$$(2.2:24) \quad E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot y \quad [\text{J}]$$

Auch die inelastische Verformung und Zerstörung von Materie durch ein Geschoss ist eine Frage des Austausches von Energie und Arbeit. Allerdings ist dieser Vorgang zu einem guten Teil nicht-mechanisch, indem die dem Projektil entzogene Energie in erster Linie Arbeit an der molekularen Struktur erbringt (Dehnungen und Deformationen). Die Energie wird in diesem Falle letztlich in Form von Wärme vorliegen.

## 2.2.4 Drehbewegungen

### 2.2.4.1 Das Drehmoment

Wirkt eine Kraft auf einen drehbaren Körper außerhalb dessen Drehachse, so beginnt sich der Körper zu drehen. Die dabei erzielte Winkelgeschwindigkeit ist umso größer, je größer die Kraft ist und je weiter entfernt von der Drehachse sie angreift. Die Drehbewegung wird also sowohl bei Zunahme der Kraft als auch bei größer werdendem Abstand winkelbeschleunigt. Dies legt nahe, das *Drehmoment* als das Produkt aus der Kraft und deren Abstand von der Drehachse zu definieren (Abb. 2-4). Damit erhält das Drehmoment bei Drehbewegungen dieselbe Bedeutung wie die Kraft bei geradlinigen Bewegungen.

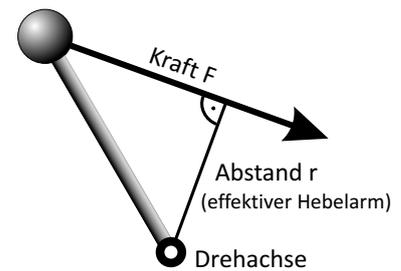


Abb. 2-4. Zur Definition des Drehmomentes.

$$(2.2:25) \quad T = F \cdot r \quad [\text{N}\times\text{m}]$$

Mit  $r$  wird der Abstand der Kraftwirkungsrichtung von der Drehachse bezeichnet.

Das Drehmoment eines Massenpunktes im Abstand  $r$  von der Drehachse ergibt sich mit (2.2:17) und (2.2:11) zu:

$$T = m \cdot a \cdot r = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \cdot r = m \cdot \frac{r \cdot \Delta \omega}{\Delta t} \cdot r$$

$$(2.2:26) \quad T = m \cdot r^2 \cdot \alpha \quad [\text{N}\times\text{m}]$$

Bei der Drehbewegung eines Massenpunktes ist somit das Drehmoment zur Winkelbeschleunigung proportional, in Analogie zu Kraft und Beschleunigung bei der linearen Bewegung. Als Proportionalitätsfaktor tritt allerdings nicht die Masse, sondern das Produkt aus Masse und dem Quadrat des Abstandes Kraftwirkungsrichtung-Drehachse auf.

### 2.2.4.2 Das Trägheitsmoment eines Körpers

Offensichtlich verhält sich ein Körper auch gegenüber Änderungen des Drehbewegungszustandes träge. Das Maß für diese Trägheitseigenschaft heißt *Trägheitsmoment* und ist – in Anlehnung an Gleichung (2.2:18) – der Proportionalitätsfaktor zwischen Drehmoment und erzeugter Winkelbeschleunigung.

$$(2.2:27) \quad T = J \cdot \alpha \quad [\text{N}\cdot\text{m}]$$

Das Trägheitsmoment hat somit bei der Drehbewegung dieselbe Bedeutung wie die Masse bei der geradlinigen Bewegung. Mit Gleichung

(2.2:26) folgt für das Trägheitsmoment eines Massenpunktes:

$$(2.2:28) \quad J = m \cdot r^2 \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$$

Trägheitsmomente beliebiger Körper können entweder rechnerisch ermittelt werden (Anwendung von Differenzial- und Integralrechnung), oder sie lassen sich mit der so genannten Trägheitsmomentenwaage messtechnisch bestimmen.

Für elementare, homogene Körper ergeben sich zum Teil recht einfache Formeln. Einige sind in der Tabelle 2-5 zusammengestellt.

Tabelle 2-5. Trägheitsmomente homogener Körper

Körper		Formel
Punktmasse		$m \cdot r^2$
Kugel		$\frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2$
Zylinder	längs	$\frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$
	quer	$\frac{1}{12} \cdot m \cdot (3r^2 + h^2)$
Kegel	längs	$\frac{3}{10} \cdot m \cdot r^2$
	quer	$\frac{3}{80} \cdot m \cdot (4r^2 + h^2)$

### 2.2.4.3 Drehimpuls und Drehenergie

Analog zum Moment einer Kraft lässt sich bei der Rotation auch dem Impuls ein Moment zuordnen. Das Produkt aus Impuls und Abstand des Impulsvektors von der Drehachse heißt Drehimpuls oder Drall.

$$L = p \cdot r = m \cdot v \cdot r = m \cdot r^2 \cdot \omega$$

$$(2.2:29) \quad L = J \cdot \omega \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}]$$

Die kinetische Energie einer rotierenden Punktmasse ergibt sich aus den bereits erwähnten Formeln zu

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{rot}}^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega^2$$

$$(2.2:30) \quad E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2 \quad [\text{J}]$$

### 2.2.4.4 Vergleich zwischen linearer Bewegung und Drehbewegung

Die Analogie der Formeln für Linear- und Rotationsbewegungen ist so frappant, dass sich eine Gegenüberstellung lohnt. In der Tabelle 2-6 sind die entsprechenden physikalischen Größen einander gegenübergestellt. Dieser Vergleich lässt sich natürlich ebenfalls mit allen abgeleiteten Beziehungen durchführen.