

SIMON ZWEIDLER



BAUSTATIK II

Weitere aktuelle vdf-Publikationen
finden Sie in unserem **Webshop:**

vdf.ch

- › Bauwesen
- › Naturwissenschaften,
Umwelt und Technik
- › Informatik, Wirtschafts-
informatik und Mathematik
- › Wirtschaft
- › Geistes- und Sozialwissen-
schaften, Interdisziplinäres,
Militärwissenschaft,
Politik, Recht

Gerne informieren wir Sie regelmässig per
E-Mail über unsere Neuerscheinungen.

Newsletter abonnieren

[Anmeldung auf vdf.ch](#)





SIMON ZWEIDLER

BAUSTATIK II

Dr. Simon Zweidler hat zum Thema «Kraftfluss in Stahlbetonplatten» promoviert. Er lehrt und forscht an der ETH Zürich. Sein Interessenschwerpunkt liegt in der Kontinuums- bzw. Strukturmechanik sowie im Speziellen in der Plastizitätstheorie und deren Anwendung auf Stahlbetonstrukturen.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

ISBN 978-3-7281-3807-1

ISBN 978-3-7281-4096-8

DOI-Nr. 10.3218/4096-8

© 2017, vdf Hochschulverlag AG an der ETH Zürich

www.vdf.ethz.ch

verlag@vdf.ethz.ch

Das Werk einschliesslich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung ausserhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt besonders für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Vorwort

Die Baustatik hat ihre Anfänge bei den von Archimedes gefundenen Hebelgesetzen. Der stetige Zuwachs von darauf folgenden Entdeckungen, wie beispielsweise die durch Galilei begründete Festigkeitslehre, die durch Newton und Euler aufgestellte Impuls- bzw. Drallerhaltung oder das geistige Freischneiden eines infinitesimalen Volumenelementes nach Euler, hat im historischen Kontext in dieser grossen Zeitspanne letztendlich zur heute weit ausgebauten sowie auf thermodynamischen Grundsätzen basierenden Kontinuums- bzw. Strukturmechanik geführt. Die Entwicklung der einzelnen baustatischen Verfahren verlief dabei unstetig und ohne klaren Aufbau. In den unterschiedlichen Entwicklungsphasen fehlten teilweise noch nicht vorhandene mathematische Hilfsmittel oder andere entscheidende mechanische Grundlagen, so dass erst im Verlauf der Zeit durch Zusammenführen der einzelnen Teile das heute vorhandene Gesamtbild entstand.

Die vorliegende Einführung Baustatik II trägt diesem Umstand Rechnung und erhebt gerade deshalb den zeitgemässen Anspruch an einen axiomatischen Aufbau; es werden dabei die aufbereiteten Grundlagen der im Herbst 2016 erschienenen Einführung Baustatik I konsequent weitergeführt. In der Einführung Baustatik I wird als zentrales Element das Prinzip der virtuellen Arbeiten hergeleitet, von welchem sich die baustatischen Verfahren wie beispielsweise der Arbeitssatz, die Energiesätze oder die Sätze nach Castigliano bzw. Engesser ableiten lassen. Der Abschluss bildet dabei die Herleitung der Kraftmethode.

Die Einführung Baustatik II beginnt mit der zur Kraftmethode dualen Verformungsmethode, welche sich von der kinematischen Verträglichkeitsbedingung der Kraftmethode ableiten lässt. Mit den beiden eingeführten Methoden lassen sich Schnittgrössen beziehungsweise Zustandslinien von statisch unbestimmten Tragwerken im elastischen Zustand ermitteln. Ebenso werden Einflusslinien von statisch unbestimmten Tragwerken bestimmt, was mittels Differenzialgleichung sowie den verallgemeinerten Funktionen (Distributionen) auf elegante Weise gelingt.

Für in duktiler Bauweise auszuführende Tragwerke lässt sich anhand der Ausführungen im Kapitel «Elastisch-plastische Systeme» das entsprechende Tragverhalten bis zum Erreichen der Traglast ermitteln. Dabei kommen zur Bestimmung der Schnittgrössen die beiden erwähnten Methoden unter Berücksichtigung von plastischen Gelenken zum Einsatz. Im Kapitel «Plastizitätstheorie» lässt sich auf der Basis des zweiten thermodynamischen Hauptsatzes sowie unter Vorgabe der Dissipationsleistung mittels Legendre-Transformation das plastische Potenzial (Fließbedingung) sowie das zugeordnete Fließgesetz gewinnen; es werden weiter die gebräuchlichsten Fließbedingungen angegeben.

Damit stehen im Kapitel «Traglastverfahren» die Grundlagen für die Einführung der statischen und kinematischen Methode nach der Plastizitätstheorie bereit, womit sich die Traglast eingrenzen bzw. bei Vorliegen der vollständigen Lösung finden lässt. Die Herleitung der dazu notwendigen Grenz-

wertsätze basiert auf dem Prinzip der virtuellen Leistungen unter Verwendung der maximalen Dissipationsleistung. Dabei kommt wiederum die Eigenschaft von nicht zwingend zueinander verträglichen Zuständen zum Tragen, welche bereits bei der Herleitung des Prinzips der virtuellen Arbeiten in der Einführung Baustatik I ausführlich diskutiert wird und sich beim Arbeitssatz auf exemplarische Weise zeigt. Die Grenzwertsätze der Plastizitätstheorie sind dabei eng verwandt mit den in der Baustatik I eingeführten Grenzwertsätzen der Elastizitätstheorie.

Abschliessend werden im Kapitel «Stabilitätsprobleme» die Stabilitätsphänomene stellvertretend am Beispiel des Biegeknickens ausführlich diskutiert und illustriert. Das entsprechende Tragverhalten erfordert im Unterschied zu den bisherigen in den Einführungen Baustatik I und II erläuterten Methoden eine Berechnung nach Theorie 2. Ordnung; die Gleichgewichtsbedingungen sind in der ausgelenkten (verformten) Lage zu formulieren.

Das Ziel der Einführung Baustatik I und II besteht in der Vermittlung eines vertieften Verständnisses für die baustatischen Zusammenhänge auf Grundlage der weit ausgebauten Kontinuums- bzw. Strukturmechanik, ohne dabei hinsichtlich der Modellbildung die für Bauingenieurinnen und Bauingenieure essenziellen Vorteile einer pragmatischen Vereinfachung aus den Augen zu verlieren. Es wird dabei das konsequente Denken in zulässigen Zuständen proklamiert, welches sich durch alle zu behandelnden Teilgebiete zieht. Dies kommt bei den Grenzwertsätzen der Plastizitätstheorie (Baustatik II) ebenso wie bei der Ermittlung von Schranken für die verallgemeinerte Steifigkeit in der Elastizitätstheorie (Baustatik I) zum Tragen, was sich bei den numerischen Verfahren wie beispielsweise der Finiten-Elemente-Methode (FEM) bemerkbar macht.

Das Denken in zulässigen Zuständen und die damit vollzogene Auftrennung in Statik und Kinematik lässt die Bauingenieurin bzw. den Bauingenieur den Fokus auf das essenzielle Gleichgewicht richten, wie es in der Tradition der Zürcher Schule steht. Die Einführung der Plastizitätstheorie im Stahlbeton sowie die konsequente Anwendung des unteren Grenzwertsatzes (statische Methode) durch die Professoren Bruno Thürlimann und Peter Marti zeugen davon. Ebenso wertvolle Beiträge der Zürcher Schule zur Baustatik stammen von den Professoren Karl Culmann, Fritz Stüssi und Christian Menn. Einige der hier verwendeten Anwendungsbeispiele gehen auf die Manuskripte der genannten Personen zurück.

Der mit dieser Einführung aufgearbeitete Lehrinhalt wird an der ETH Zürich im Rahmen der Vorlesung Baustatik II in einem Semester mit zwei Vorlesungsstunden pro Woche vermittelt. Nach einer Einführung mit aktuellen Bauwerksbeispielen wird zunächst die Theorie erklärt und an den hier aufgeführten, bewusst einfach gewählten Anwendungsbeispielen angewendet. Den Abschluss bildet meistens ein Demonstrationsversuch, welcher einem anschaulicheren Verständnis sowohl für die Theorie als auch für die Anwendung dienen soll; die Demonstrationsversuche sind in dieser Einführung an den entsprechenden Stellen ausgewiesen. Nebst der Vorlesung findet pro Woche ein Kolloquium im Umfang von zwei Vorlesungsstunden statt mit dem Ziel, Theorie und Anwendung zu vertiefen. Die Aufgaben des Kolloquiums sind nicht Bestandteil dieser Einführung.

Die Einführungen zu Baustatik I und II sind während des Herbstsemesters 2014 bzw. des Frühjahrssemesters 2015 in handschriftlicher Form entstanden. Bei der Umsetzung zu dieser Publikation haben mich zwei Bauingenieurstudenten unterstützt: Michael Zahler hat den Text und die Formeln digitalisiert, und Emanuel Zweifel hat alle Zeichnungen erstellt. Severin Häfliger, Demis Karagiannis und Duc Thong Tran haben die Vorlesungen in den Jahren 2015 bis 2017 ausgezeichnet begleitet. Die Erstellung der aufgeführten Demonstrationsbeispiele erfolgte unter tatkräftiger Mithilfe von Severin Häfliger sowie den Mitarbeitern des Versuchslabors Christoph Gisler, Pius Herzog, Thomas Jaggi, Patrik Morf und Dominik Werne. Emil Honegger stand bei der Gestaltung des Layouts mit seiner langjährigen Erfahrung beratend zur Seite. Für ihre Mitarbeit sei den erwähnten Personen herzlich gedankt. Schliesslich danke ich allen Verantwortlichen des Instituts für Baustatik und Konstruktion (IBK), namentlich den Professoren Dr. Peter Marti und Dr. Walter Kaufmann, sowie dem vdf Hochschulverlag für das Ermöglichen dieser Publikation.

Zürich, im Februar 2017

Simon Zweidler

Inhaltsverzeichnis

10 Verformungsmethode

10.1	Einleitung	1
10.2	Einführendes Beispiel: Demonstrationsbalken	2
10.2.1	Berechnung mittels Kraftmethode	2
10.2.2	Berechnung mittels Verformungsmethode	4
10.3	Dualität zwischen der Kraft- und Verformungsmethode	5
10.4	Drehwinkelverfahren: Allgemeines Vorgehen	9
10.4.1	Beschreibung des allgemeinen Vorgehens	9
10.4.2	Zusammenfassung des allgemeinen Vorgehens	11
10.4.3	Auflistung von Stab- und Kreuzsteifigkeiten sowie Festeinspannmomenten	12
10.4.4	Experimentelle Ermittlung der Stab- und Kreuzsteifigkeiten sowie der Festeinspannmomente am Demonstrationsbalken	13
10.5	Unverschiebliche Systeme	14
10.6	Verschiebliche Systeme	19
10.7	Vollständige Elementsteifigkeitsmatrix	22

11 Einflusslinien von statisch unbestimmten Tragwerken

11.1	Einleitung	29
11.2	Einflusslinien an statisch bestimmten Systemen	30
11.3	Einflusslinien an statisch unbestimmten Systemen	32
11.3.1	Allgemeines Vorgehen	32
11.3.2	Experimentelle Ermittlung der Einflusslinien am Demonstrationsbalken	35
11.4	Anwendung auf Balkenkonstruktionen	36

12 Elastisch-plastische Systeme

12.1	Einleitung	39
12.2	Einführung am statisch unbestimmten Fachwerk	41
12.2.1	Berechnung des Kraft-Verformungsdiagrammes	41
12.2.2	Beliebige Belastungsprozesse	43
12.2.3	Fliessfiguren	44
12.2.4	Zweiparametrische Belastung	45
12.3	Balkenbiegung	47
12.3.1	Momenten-Krümmungsdiagramm des Balkens	47
12.3.2	Einfeldträger	49
12.3.3	Näherungslösung durch Approximation	51

13 Plastizitätstheorie

13.1	Einleitung	55
13.2	Thermodynamische Grundlagen	55
13.3	Plastisches Potenzial und zugeordnetes Fließgesetz	57
13.3.1	Definition der Dissipationsleistung	57
13.3.2	Plastisches Potenzial und zugeordnetes Fließgesetz	58
13.4	Fließbedingungen	59
13.4.1	Fließbedingungen von von Mises und Tresca	59
13.4.2	Herleitung der Gestaltänderungsenergie	60
13.4.3	Fließbedingung von Prager und Drucker	61
13.4.4	Fließbedingung von Coulomb	61

14 Traglastverfahren

14.1	Einleitung	65
14.2	Herleitung der Grenzwertsätze	66
14.2.1	Unterer Grenzwertsatz	67
14.2.2	Oberer Grenzwertsatz	68
14.2.3	Verträglichkeitssatz und Einspielsatz	69
14.3	Anwendung auf Balkenkonstruktionen	71
14.3.1	Einfach statisch unbestimmter Balken unter Einzellasten	71
14.3.2	Einfach statisch unbestimmter Balken mit Gleichlast	73
14.4	Anwendung auf ebene Rahmenkonstruktionen	74
14.4.1	Einführendes Beispiel: 3-fach statisch unbestimmter Rahmen	74
14.4.2	Grundmechanismus, kombinierte Mechanismen	76
14.4.3	Teilmechanismen	78
14.4.4	Scheinbar überbestimmter Mechanismus	79
14.4.5	Anwendungsbeispiel: Ebener Rahmen unter zweiparametrischer Belastung	80

15 Stabilitätsprobleme

15.1	Einleitung	83
15.2	Knicken: Herleitung der Theorie	84
15.2.1	Herleitung der Differenzialgleichung nach Theorie 2. Ordnung	85
15.2.2	Beschreibung des Stabilitäts- bzw. Verzweigungsproblems	86
15.2.3	Beschreibung des Elastizitätsproblems nach Theorie 2. Ordnung	89
15.2.4	Beschreibung des Spannungsproblems nach Theorie 2. Ordnung	91
15.2.5	Beschreibung des Traglastproblems nach Theorie 2. Ordnung	92
15.2.6	Darstellung des Tragverhaltens beim Knicken	93
15.2.7	Demonstrationsbeispiel: Ermittlung des Knickverhaltens mittels Universalprüfmaschine in der HIF-Halle der ETH Zürich	95

15.3	Näherungsverfahren	97
15.3.1	Rayleigh-Quotient.	97
15.3.2	Methode nach Vianello.	99
15.4	Ermittlung des Knickverhaltens von Rahmenkonstruktionen.	101
15.4.1	Analytische Ermittlung der Eulerknicklast	101
15.4.2	Approximation der Eulerknickkraft mit der Methode nach Vianello.	104
	Literaturverzeichnis	105

Die Kapitel 1-9 werden in der Einführung Baustatik I behandelt, vgl. Literaturverzeichnis [38].

