

5



Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik

Birgit Brandt, Marei Fetzer, Marcus Schütte (Hrsg.)

**Auf den Spuren Interpretativer
Unterrichtsforschung in der
Mathematikdidaktik**

Götz Krummheuer zum
60. Geburtstag

WAXMANN

Auf den Spuren Interpretativer Unterrichtsforschung
in der Mathematikdidaktik

Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik

herausgegeben von

Götz Krummheuer
und Aiso Heinze

Band 5



Waxmann 2010
Münster / New York / München / Berlin

Birgit Brandt, Marei Fetzner,
Marcus Schütte (Hrsg.)

Auf den Spuren Interpretativer Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik

Götz Krummheuer zum 60. Geburtstag



Waxmann 2010
Münster / New York / München / Berlin

Bibliografische Informationen der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik, Band 5

ISSN 1868-1441

ISBN 978-3-8309-2398-5

© Waxmann Verlag GmbH, Münster 2010

www.waxmann.com

info@waxmann.com

Umschlaggestaltung: Christian Aeverbeck, Münster

Titelbild: l'AnniVersaire/photocase.com

Druck: Hubert und Co., Göttingen

Gedruckt auf alterungsbeständigem Papier, säurefrei gemäß ISO 9706



Mix

Produktgruppe aus vorbildlich bewirtschafteten
Wäldern und anderen kontrollierten Herkünften

www.fsc.org Zert.-Nr. SGS-COC-005773

© 1996 Forest Stewardship Council

Alle Rechte vorbehalten

Printed in Germany

*Für Götz
von Birgit, Marei und Marcus*

Inhalt

<i>Birgit Brandt, Marei Fetzer und Marcus Schütte</i> Vorwort.....	9
<i>Birgit Brandt und Natascha Naujok</i> Identität, Argumentation und Partizipation – Mathematiklernen im Kontext biographischer und alltäglicher Lebenswelten	15
<i>Uwe Gellert</i> Die Rahmung der Rahmung	43
<i>Christine Knipping</i> Argumentationen – sine qua non?	67
<i>Tatjana Berlin</i> Erste Schritte zur Verwendung der algebraischen Symbolsprache.....	95
<i>Michael Meyer und Jörg Voigt</i> Rationale Modellierungsprozesse.....	117
<i>Kerstin Tiedemann</i> Support in mathematischen Eltern-Kind-Diskursen: funktionale Betrachtung einer Interaktionsroutine	149
<i>Rose Vogel und Melanie Huth</i> „... und der Elefant in die Mitte“ – Rekonstruktion mathematischer Konzepte von Kindern in Gesprächssituationen	177
<i>Marcus Schütte</i> Implizite Pädagogik – eine Barriere für Lernen im Mathematikunterricht der Grundschule.....	209
<i>Christof Schreiber</i> Die Entwicklung der Semiotischen Prozess-Karten.....	243
<i>Marei Fetzer</i> Reassembling the Social Classroom Mathematikunterricht in einer Welt der Dinge	267

<i>Kerstin Bräuning und Heinz Steinbring</i> Bedingungen praxisbezogener Professionalisierung von Mathematiklehrkräften – Diagnosegespräche, kollegiale Reflexionen und theoriegeleitete Interpretation.....	291
Schriftenverzeichnis Götz Krummheuer (1978–2010)	319
Autorinnen und Autoren	327

Birgit Brandt, Marei Fetzer und Marcus Schütte

Vorwort

Götz Krummheuer wird 60 Jahre alt. Das nehmen wir zum Anlass, ihm diese Festschrift zu widmen.

In den nun gut 30 Jahren seiner universitären Schaffenszeit hat sich die Mathematikdidaktik auf theoretischer und forschungsmethodischer Ebene fundamental weiterentwickelt und als wissenschaftliche Disziplin etabliert. Dazu hat Götz Krummheuer entscheidend beigetragen. Als Bauersfeld-Schüler und Wissenschaftler mit Wurzeln am Bielefelder IDM hat er sich ganz der interpretativen empirischen Unterrichtsforschung verschrieben. Er ist ein leidenschaftlicher Forscher, der sich mit ganzem Eifer in die Grundschulmathematikdidaktik stürzt. Den im universitären Betrieb bisweilen unausweichlichen Frust baut er ab durch einen energischen Aufruf an seine Arbeitsgruppe: „Leute, lasst uns etwas Erfreuliches tun und Wissenschaft betreiben!“ Als Wissenschaftler ist er Überzeugungstäter, der nicht dem Mainstream folgt. Stattdessen spricht er sich beharrlich für eine soziologische Theorieorientierung in der Mathematikdidaktik zur Veränderung von Unterricht jenseits von Aufgabenentwicklung und Unterrichtsmethodik aus. Der Leitidee folgend, dass mathematisches Lernen sozial konstituiert ist, arbeitet er an der Entwicklung einer Interaktionstheorie mathematischen Lernens. Bei der Theorieentwicklung geht er konsequent empirisch vor und schärft die ihm zentralen Begriffe zur sozialen Konstitution im Laufe der Jahre immer weiter aus.

Wer sich mit Interpretativer Unterrichtsforschung beschäftigt, kommt an den Arbeiten von Götz Krummheuer nicht vorbei. Es gibt heute eine ganze Reihe Mathematikdidaktikerinnen und Mathematikdidaktiker, deren wissenschaftliche Beiträge ohne die theoretische sowie methodisch-methodologische Bezugnahme auf das wissenschaftliche Werk von Götz Krummheuer weder denkbar noch wissenschaftlich lauter wären. Einige dieser Forscherinnen und Forscher haben für diese Schrift Artikel verfasst. Etablierte und renommierte Mathematikdidaktiker, aber auch jüngere Kolleginnen und Kollegen sind in diesem Band versammelt. Sie alle steuern zu dieser Festschrift Beiträge bei, die inhaltlich, theoretisch oder forschungsmethodisch in engem Bezug zu den Arbeiten von Götz Krummheuer stehen.

Birgit Brandt und *Natascha Naujok* eröffnen mit einem Beitrag die Festschrift, der einen Einblick in das Gesamtwerk von Götz Krummheuer gibt. Sie stellen frühe Arbeiten von Götz Krummheuer aus den 80er-Jahren des zwanzigsten Jahrhunderts seinen späteren Forschungsarbeiten gegenüber. In der Auseinandersetzung mit dem Begriff der Lebenswelt werfen sie einen Blick auf Kontinuitäten und Veränderun-

gen sowie auf inhaltliche, methodische und methodologische Kerngedanken seiner Forschungstätigkeiten.

Es schließt sich der Beitrag von *Uwe Gellert* an. Er setzt sich mit dem Rahmungs-begriff auseinander. In den Arbeiten von Götz Krummheuer spielt der Begriff der Rahmung im Zusammenhang mit dem der (individuellen) Situationsdefinitionen eine ganz zentrale Rolle. Dem von Götz Krummheuer rezipierten Rahmungs-begriff von Erving Goffman stellt Uwe Gellert dabei eine alternative Begriffsverwendung von Basil Bernstein gegenüber, der das kollektive Lernen im Unterricht vor dem Hintergrund sozialer Reproduktion und Überlieferung zu erfassen versucht.

Ein weiterer Kerngedanke in den Arbeiten von Götz Krummheuer rankt sich um die Bedeutung von Argumentation für das Lernen von Mathematik. Der Argumentationsbegriff wird in der mathematikdidaktischen Forschung viel und zum Teil kontrovers diskutiert. Der Überzeugung folgend, dass gute Theorieansätze Bestand haben, hat Götz Krummheuer den argumentationstheoretischen Ansatz, den Stephen Toulmin bereits 1969 veröffentlicht hat, in den neunziger Jahren des letzten Jahrhunderts in die mathematikdidaktische Szene ‚eingeführt‘. Mittlerweile wird Toulmins funktionalanalytischer Zugang zum Argumentieren in weiten Kreisen der mathematikdidaktischen Unterrichtsforschung rezipiert. In dieser Festschrift arbeiten gleich mehrere Autorinnen und Autoren mit diesem Ansatz.

Christine Knipping untersucht in ihrem Beitrag Bedingungen des Lernens von Beweisen in alltäglichen Unterrichtsprozessen. Dabei geht sie von der Annahme aus, dass in dialogisch strukturierten Unterrichtsformen Lernen prinzipiell erst durch die Partizipation an kollektiven Argumentationen ermöglicht wird. Ihr Buchbeitrag stellt die Bezüge zu den Arbeiten Götz Krummheuers zum Argumentieren in besonders expliziter Weise her. Zum einen verdeutlicht sie den Gewinn des Toulmin-Modells für Argumentationsanalysen. Zum anderen greift sie grundlegende Annahmen und Begriffe von Krummheuers Theorie auf und diskutiert ihr Potenzial für das Problem des Beweisens.

Auch bei *Tatjana Berlin* ist die Rekonstruktion der Begründungsprozesse mit der Argumentationsanalyse nach Toulmin zentral. Sie setzt sich mit der Frage auseinander, auf welche Art und Weise sich die Lernenden die algebraische Symbolik zu eigen machen. Auf der Grundlage halbstandardisierter Interviews erforscht sie mit Methoden der interpretativen Unterrichtsforschung verschiedene Stadien der Entwicklung des Variablenbegriffs. Ihr Blick richtet sich somit nicht unmittelbar auf Unterrichtsprozesse, sondern auf die individuellen mathematischen Deutungen der Lernenden, die in unterrichtlichen Situationen in institutionelle Deutungsrahmen eingebunden sind.

Michael Meyer und *Jörg Voigt* rekonstruieren in ihrem Beitrag rationale Modellierungsprozesse und arbeiten dabei neben der Analyse nach Toulmins Ansatz insbesondere mit der Theorie der Abduktion von Charles Peirce. Sie analysieren äußerst detailliert eine Schülerlösung eines Modellierungsproblems und verallgemeinern ihre Erkenntnisse auf theoretischer Ebene. Es ergibt sich, dass die rationale Lösung eines Modellierungsproblems nicht dem Vorgehen entsprechen kann, welches die sogenannten Modellierungskreisläufe erwarten lassen. Wesentliche Gründe für diesen Widerspruch werden erörtert.

Auch wenn seine Wurzeln in der Didaktik der Sekundarstufe liegen, so ist Götz Krummheuer inzwischen bekennender Grundschuldidaktiker. Es sind der Mathematikunterricht der Primarstufe und das mathematische Lernen von Grundschulkindern, denen er sich in seiner Forschung verschreibt. Um die Besonderheiten des mathematischen Lernens in der Primarstufe besser verstehen zu können, beschäftigt er sich in jüngster Zeit auch mit frühen mathematischen Lernprozessen von Kindergartenkindern.

Kerstin Tiedemann widmet ihren Beitrag vorschulischen mathematischen Lernprozessen in Eltern-Kind-Gesprächen. Im Fokus ihrer Untersuchungen stehen die elterlichen Unterstützungen in mathematischen Diskursen. Für die funktional orientierte Betrachtung der elterlichen Support-Aktivitäten besinnt sie sich dabei auf die Wurzeln der Interaktionsanalyse und ‚reaktiviert‘ die ethnomethodologische Konversationsanalyse. Insofern reiht sich ihr Beitrag auch in die methodisch-methodologische Diskussion ein, die die Arbeiten von Götz Krummheuer durchzieht.

Auch *Rose Vogel* und *Melanie Huth* konzentrieren sich im Rahmen ihrer Studie auf sehr junge Kinder. Sie untersuchen Gespräche zwischen Kindergartenkindern bzw. Schulanfängern, um die Entwicklung mathematischer Konzepte zu rekonstruieren. Den in ihrem Beitrag mit Methoden der Gesprächsanalyse analysierten Sequenzen liegt ein Problem aus dem mathematischen Bereich der Kombinatorik zugrunde. Dabei nehmen sie nicht nur das gesprochene Wort in den analytischen Blick, sondern fokussieren außerdem objektbezogene Handlungen sowie Gestik, um die komplexe Verschränkung der von den Kindern zum Ausdruck gebrachten Konzepte mit den situativen Gegebenheiten herauszuarbeiten.

Mathematikdidaktik ist eine eher junge wissenschaftliche Disziplin, in welcher der Name Götz Krummheuer für ein klares theoretisch-methodisches Profil steht. Einige Artikel in diesem Band sind vor allem in diesem theoretisch-methodischen Bezug zu den Forschungsaktivitäten Götz Krummheuers zu sehen. Die betreffenden Autorinnen und Autoren erarbeiten neue Verknüpfungen zwischen dem interaktionstheoretischen Ansatz der Interpretativen Unterrichtsforschung und theoretischen Ansätzen benachbarter Disziplinen.

Marcus Schütte rekonstruiert den Einfluss der sprachlichen Gestaltung des Unterrichts durch die Lehrperson auf das Lernen von Kindern im Grundschulmathematikunterricht – gerade auf solche mit vergleichsweise geringen sprachlichen Fähigkeiten. Für sein empirisch gegründetes Konzept der Impliziten Pädagogik verbindet er die Interaktionstheorie mathematischen Lernens mit dem pädagogischen Konzept der Bildungssprache von Ingrid Gogolin und dem soziolinguistischen Ansatz von Basil Bernstein.

Christof Schreiber erweitert die vornehmlich auf verbale Aushandlungsprozesse ausgerichtete Interaktionsanalyse der Interpretativen Unterrichtsforschung methodisch um die Peirce'sche Triade als Analyseinstrument. Auf diese Weise rekonstruiert er schriftlich-grafische Prozesse, die in einer chatbasierten Interaktion unter Grundschulkindern über mathematische Problemaufgaben entstanden sind. In seinem Beitrag zeichnet er dabei die Entwicklung Semiotischer Prozesskarten im Forschungsprozess nach.

Marei Fetzer ‚spielt‘ auf der Suche nach einem Objekte integrierenden Ansatz zur Analyse mathematischer Lehr-Lernprozesse mit den Grenzen der Interaktionstheorie. Unter Rückgriff auf Bruno Latour und die Actor-Netzwerk-Theorie konzipiert sie neben den menschlichen Akteuren auch Dinge als Teilnehmer im unterrichtlichen Lehr-Lernprozess. Durch diesen pointierten Ansatz irritiert sie tradierte Sichtweisen auf die Rolle von Materialien im Mathematikunterricht der Grundschule.

Die Verzahnungsmöglichkeiten von Forschen und Lehren stellen den Charme vieler Studien im Rahmen der interpretativen Unterrichtsforschung dar. Ein Blick auf Innovationen von Unterricht aus der Perspektive empirischer Unterrichtsforschung zieht sich auch durch die wissenschaftlichen Arbeiten von Götz Krummheuer. Er setzt dabei auf die Interpretationskompetenz als Ansatzpunkt für Unterrichtsveränderungen und bindet so konsequent die Grundlagen der Interpretativen Unterrichtsforschung in seine universitäre Lehre ein. Ein Beitrag zur praxisbezogenen Professionalisierung durch theoriegeleitete Interpretation bildet daher den Abschluss dieser Festschrift.

Kerstin Bräuning und *Heinz Steinbring* diskutieren in ihrem Beitrag Möglichkeiten für eine professionelle Entwicklung alternativer Diskursformen von Lehrkräften. Dies erfolgt im Rahmen von selbst durchgeführten Diagnosegesprächen sowie deren gemeinsamer Reflexion und Analyse durch die beteiligten Grundschullehrerinnen. Dabei spielen Konzepte der interpretativen mathematikdidaktischen Forschung nicht nur bei der systematischen Analyse der im Projekt dokumentierten Diskursformen eine Rolle, sondern auch im Rahmen der Diskussion der Diagnosegespräche unter den Lehrkräften.

Lieber Götz, wir Herausgeber sind alle einen Großteil unserer eigenen wissenschaftlichen Karriere mit dir zusammen gegangen. Dabei haben wir intensiv miteinander gearbeitet, leidenschaftlich geforscht, wissenschaftlich gestritten und bei all dem viel von dir gelernt. Deshalb ist es uns eine Freude, diese Festschrift für dich herauszugeben. Wir wünschen dir gemeinsam mit allen Autorinnen und Autoren, die in diesem Band für dich Artikel verfasst haben, viel Freude beim Lesen und alles Gute für dein weiteres wissenschaftliches Schaffen.

Frankfurt am Main, im August 2010

Birgit Brandt, Marei Fetzer und Marcus Schütte

Identität, Argumentation und Partizipation – Mathematiklernen im Kontext biographischer und alltäglicher Lebenswelten

Im letzten Drittel des 20. Jahrhunderts wurde die Mathematikdidaktik als wissenschaftlicher Bereich an Universitäten konstituiert, und sie begann, sich auch als empirische Wissenschaft zu verstehen. Dabei fungierten die (Individual-)Psychologie und die Pädagogik, die traditionellen Wurzeln der Lernprozess- und Schulforschung, zunächst auch als dominante Bezugswissenschaften für die Erforschung mathematischer Lehr-Lernprozesse. Als Gegenentwurf zur individualpsychologischen und kognitivistischen Perspektive auf Lernprozesse blühte im 20. Jh. die soziologische Perspektive auf und gewann schließlich auch in der Mathematikdidaktik an Bedeutung. Nach der Enttäuschung über das Misslingen der Orientierung empirischen Arbeitens an den Naturwissenschaften und über den Umweg der US-amerikanischen Mikrosoziologie wurde die Hermeneutik wiederentdeckt – und fand mit der interpretativen Unterrichtsforschung ihre wissenschaftlich kontrollierte Verwendung auch in der Mathematikdidaktik. Die Ethnomethodologie und der symbolische Interaktionismus als theoretische Verortung boten in diesem Zusammenhang eine vermittelnde Perspektive zwischen der traditionell psychologischen Ausrichtung und einer soziologischen Perspektive (vgl. Gellert 2010, in diesem Band).

1 Lebenswelt und Situationsdefinition

Schon in seinen frühen Arbeiten verweist Götz Krummheuer explizit auf den symbolischen Interaktionismus und die Idee der Deutungszuweisung (Krummheuer 1981a, S. 10). Dabei fokussiert er stärker individuelle und personengebundene Aspekte der Deutungszuschreibung und verbindet diese mit einem biographisch ausgerichteten Begriff der Lebenswelt (Krummheuer 1981a, b, 1980; Heipcke, Carstensen, Fraune, Gebhart-Hermanns & Krummheuer 1978). Im Laufe der Zeit wendet Krummheuer sich dann immer mehr dem zu, was er und andere die „alltägliche Lebenswelt“ nennen (Krummheuer 1997a; Krummheuer & Naujok 1999; Jungwirth & Krummheuer 2006, 2008).

Schulisches Lernen, so Krummheuer (1981a), vollzieht sich im Schnittpunkt von lebensgeschichtlichen Erfahrungen („persönliche Identität“, S. 25) und institutionellen Erwartungen („soziale Identität“, ebd.). Außerschulische Erfahrungen als wesentliche Momente individueller Lebenswelten werden damit bedeutsam für die Teilnahme an Unterricht: Im Unterrichtsgeschehen basieren die „personengebun-

denen Situationsdefinitionen (...) auf dem Gesamtkomplex seiner [des Schülers] Lebenswelt“ (ebd., S. 24). Die Analyse dieser Lebenswelt von Jugendlichen sieht Krummheuer mit Bezügen zu Dieter Baacke und Ulrich Oevermann in einem soziologischen, sozialpsychologischen und tiefenpsychologischen Spannungsfeld (ebd. S. 18). Somit richtet sich die Fokussierung biographischer Aspekte insbesondere auf „latente, biographisch verankerte Erfahrungskomplexe“, auf die „Etablierung einer Identitätsbalance“ sowie auf den „prozesshafte[n] Charakter der Identitätsfindung“ (ebd., S. 2). Mit der Begriffsbildung der alltäglichen Lebenswelt geht ein Paradigmenwechsel mit deutlich soziologischer Schwerpunktsetzung einher. Alltag bzw. alltägliche Lebenswelt wird nun im Anschluss an Alfred Schütz verstanden als

(...) nichts Anderes als der Bereich der (gemeinschaftlichen), durchaus auch veränderungsträchtigen, Durchführung der jeweiligen Angelegenheiten in der Auseinandersetzung mit den materiell-sozialen Bedingungen. Die Sphäre des schlichten Wirkens ist die alltägliche Lebenswelt, und damit eben auch der Mathematikunterricht, den darin Agierenden stets fraglos gegeben. (Jungwirth & Krummheuer 2008, S. 145)

Die Fokussierung alltäglicher Lebenswelten hat das verbal-interaktionale Hier und Jetzt zum Gegenstand. Zentral sind die Interaktionen und die damit verbundene gemeinschaftliche „Produktion und Produziertheit“ (ebd., S. 147) des Unterrichtsgeschehens; die Subjekte dagegen werden tendenziell randständig (s. Naujok, Brandt & Krummheuer 2008). In diesem Sinne ist die Fokussierung alltäglicher Lebenswelten charakteristisch für die interpretative Unterrichtsforschung (s. Krummheuer & Naujok 1999; Jungwirth & Krummheuer 2008).

Mit einer Gegenüberstellung der beiden genannten Fokussierungen sowohl in Hinblick auf die inhaltlichen Schwerpunktsetzungen als auch in Bezug auf methodische Veränderungen wollen wir in diesem Artikel Krummheuers Beitrag zur soziologischen Orientierung in der Mathematikdidaktik aufzeigen. Zu diesem Zweck werden wir zu einem mathematischen Gespräch zwischen Jugendlichen aus Krummheuers erster Monographie „Die Wirklichkeit des Mathematikunterrichts – Biographische Aspekte des Mathematiklernens“ (1981a) zwei verschiedene Notationen und Analysen präsentieren, miteinander vergleichen und dies kommentieren. Der Vergleich erfolgt nicht, um eine Analyse der anderen als höherwertig oder gültig gegenüberzustellen, vielmehr soll im Sinne der rekonstruktiven Sozialforschung (Bohnsack 1993) dokumentiert werden, dass theoretische Bezüge, Fragestellungen, Analysemethoden und die schließlich generierten empirisch gegründeten Theorieerweiterungen in einem engen Wechselspiel stehen. Letztendlich gilt eben auch im wissenschaftlichen Kontext,

(...) dass einem Text die Möglichkeit verschiedener ‚Lesarten‘ innewohnt und dies letztendlich nur bestätigt, dass die Verschiedenheit der Perspektiven verschiedener Interpreten auf deren notwendig verschiedenartigen Erfahrungshorizont zurückzuführen ist. (Krummheuer 1981a, S. 33)

Den Vergleich der beiden angesprochenen Forschungsperspektiven legen wir von der Notation des mathematischen Gesprächs unter den Jugendlichen über die Analyse des Gesprächs bis hin zur Theoretisierung der empirischen Daten an und beleuchten so beispielhaft alle Momente empirisch gegründeter Theoriegenese.

Für sein Forschungsprojekt zu biographischen Lebenswelten hatte Krummheuer Jugendliche einer 9. Gymnasialklasse am Nachmittag außerhalb des Schulunterrichts in Gruppenarbeit ausgewählte mathematische Aufgabenstellungen aus dem Bereich der Algebra lösen lassen. In dem von uns für diesen Beitrag ausgewählten Gesprächsausschnitt setzen sich Carola, Axel und Stephan mit der allgemeingültigen Aussage „Die Summe von drei aufeinanderfolgenden Zahlen ist immer durch 3 teilbar“ auseinander. Diese wird ihnen anhand eines Zahlenbeispiels präsentiert. Die Jugendlichen sollen der Aussage zunächst entweder zustimmen oder widersprechen (Teil a) und in einem zweiten Schritt eine Begründung für ihre Entscheidung erarbeiten (Teil b) (ebd., S. 36):

Aufgabe 1:

- Nimm drei aufeinander folgende Zahlen, z.B. 7,8,9
 - bilde die Summe, also $7+8+9=24$
 - teile das Ergebnis durch 3, also $24:3=8$
- a) Ist eine solche Summe immer durch 3 teilbar?
- b) Warum? bzw. warum nicht?
- c) Gilt auch: Die Summe von vier aufeinander folgenden Zahlen ist durch 4 teilbar?

2 Notationen des Gesprächs

Krummheuer notiert Gespräche zunächst in Form von „Protokollen“ (z.B. Krummheuer 1981a), später in Form von „Transkriptionen“ (z.B. Krummheuer 1992). In Abschnitt 2.1 ist nun die ursprüngliche Notation des Gruppengesprächs zur Bearbeitung der Aufgabenstellung wiedergegeben, in Abschnitt 2.2 die von uns angefertigte Transkription eines Ausschnitts aus diesem Protokoll.

2.1 Protokoll

	Sprecher	Verbale Äußerungen	Bemerkungen
1	C	'Ist eine solche Summe immer durch 3 teilbar?' ¹	C hat das Aufgabenblatt zu sich genommen, hat die Aufgabe überflogen und liest die Frage a) laut vor.
2	A	mh	
3	C	Ja dann nehmen wir sie doch hier	
4	A	Ist doch dasselbe. Nimm ... 'teile das Ergebnis durch 3, also 24 durch 3 gleich 8'	C schmunzelt A liest im Stillen die Aufgabe gründlich durch
5	C	Ja sicher geht das ...	
6	A	'Ist eine solche Summe immer durch 3 teilbar' ...	
7	C	nee	
8	A	Ja doch ... ist ja interessant	murmeln
9	C	24 kannst du eigentlich immer durch 3 teilen.	achselzuckend
10	A	Ja, es geht ja nicht um 24 ...	
11	C	He ?	verständnisloser Blick an A
12	A	'Gilt auch: Die Summe von vier aufeinanderfolgenden Zahlen ist durch 4 teilbar ?'... Ausprobieren (spontan) ... Sag mal $12+13=25$... 39 ...ist durch 3 teilbar	liest murmelnd Frage c) dieser Aufgabe durch rechnet im Kopf $(12+13+14)=39$
13	S	6,7,8 ... 13 eh ... 21 ...	
14	C	1,2,3 gleich ... kann das 9 sein (lächelt verlegen) ... kann man ja dahinter schreiben.* Warum ? Warum ?** Warum nicht. ... (zuckt mit den Achseln)	*gemeint ist: da es beim Ausprobieren immer klappt, kann man auf das Aufgabenblatt hinter die Frage a) „ja“ schreiben. **bezieht sich auf Frage b) der Aufgabe
15	A	Na, das ist ganz einfach ... Weil ... weil die beiden, die größere und die kleine Zahl, die gleichen sich dann wieder aus	

1 Bei Krummheuer findet sich an dieser Stelle folgende Fußnote: „In einfache Apostrophe gesetzte Aussagen sind Wiedergaben von Teilen des Aufgabentextes.“

16	S	ja	
17	A	da sind dann praktisch dreimal ... die mittlere Zahl	
18	S	Aber was ist, wenn die Zahl, die durch 3 teilbar ist, am Anfang steht ? ...	
19	A	... mh das hat ja damit nichts zu tun	beginnen gleichzeitig
20	C	weil, du mußt ja einfach die hintere Zahl mal drei und dann	zu sprechen
21	A	Die beiden, du mußt die beiden Zahlen, die gleichen sich ja aus	
22	S	Aja	
23	A	die hat eins weniger und die hat eins mehr. Also sind's dreimal praktisch die Zahlen ... die kannst du immer durch 3 teilen	sprechen
24	C	Die kannst du ja immer durch 3 ... ja das stimmt	gleichzeitig
25	A	siehst du (unverständlich)	
26	C	Also, jetzt haben wir das und das* (...) Carola schreibt die Ergebnisse auf: 1. Aufgabe: a) ist teilbar b) weil die 1.+ die letzte der 3 Zahlen sich ausgleichen	* gemeint ist die Beantwortung der Frage a) und b)

(Krummheuer 1981a, S. 37–39)

2.2 Transkription

In den 1980er Jahren haben Heinrich Bauersfeld, Jörg Voigt und Götz Krummheuer am Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld begonnen, im Rahmen ihrer an der ethnomethodologischen Konversationsanalyse orientierten Arbeiten eine im Vergleich zu den Protokollen ausführlichere Transkriptionsweise für aufgezeichnete Unterrichtsgespräche zu entwickeln (Voigt 1984; Bauersfeld, Krummheuer & Voigt 1986; Krummheuer & Voigt 1991). Im Folgenden übertragen wir die Zeilen <22–24> des Protokolls exemplarisch in eine später eingeführte Transkriptionsweise (s. Krummheuer & Brandt 2001; vgl. auch Krummheuer 2010). Hierzu sei vorab zweierlei angemerkt. Erstens: Die Übertragung in dieses

Transkriptionssystem ist begrenzt durch den gröberen Charakter des ursprünglichen Protokolls; das Transkript hat von daher lediglich hypothetischen Charakter. Zweitens: Wir beginnen die Zeilenzählung ebenfalls mit 22, allerdings schreitet sie in der Transkription dann schneller voran. Die Transkriptionslegende findet sich im Anhang.

22	Stephan	aja\
23	Axel	die hat eins weniger/ und die hat eins mehr\ . also sind's dreimal praktisch die
24		Zahlen ...
25	<Carola	die kannst du ja immer durch drei -
26	<Axel	die kannst du immer durch drei teilen\
27	Carola	ja das stimmt\

2.3 Methodologische Reflexion der Notationsweisen

Zwischen dem Protokoll und der Transkription sind wesentliche Unterschiede zu erkennen. Diese gilt es im Folgenden unter methodologischen Gesichtspunkten zu reflektieren.

Ein erster Unterschied ist bereits auf der begrifflichen Ebene auszumachen. Die Bezeichnung *Protokoll* erinnert an die Datenerhebung im Rahmen der teilnehmenden Beobachtung, bei der der Protokollierende Teil der Situation ist und bei der dessen subjektive Eindrücke und Deutungen wesentlich in die Datenerhebung einfließen; verbale Äußerungen werden im Rahmen der teilnehmenden Beobachtung nur sporadisch im Detail festgehalten. Eine derartige ‚Verschmelzung‘ eines teilnehmenden Beobachters mit der Situation wird in den von Krummheuer angefertigten Protokollen zwar nicht offenbar, jedoch wird der Autor in seinen einleitenden Worten sowie in einigen Bemerkungen unzweifelhaft als deutender Teilnehmer der Situation erkennbar. Bei einer *Transkription* hingegen ist darauf zu achten, dass die für die Analyse wesentlichen Momente der Originalsituation möglichst wenig interpretierend wiedergegeben werden. Eine solche Transformation zeichnet sich im Vergleich zu einem Protokoll durch größere Ausführlichkeit und Präzision in der schriftlichen Wiedergabe verbaler (und ggf. nonverbaler) Interaktionselemente sowie durch eine damit einhergehende Verfremdung in Bezug auf die fixierte Situation aus; zwei Unterschiede in der Darstellungsform erscheinen uns dabei zentral:

- Intonationen der Äußerungen werden in den Protokollen eher unsystematisch und wenig normiert als Bemerkungen notiert. Für Beispiele muss an dieser Stelle auf spätere Protokollabschnitte derselben Publikation verwiesen werden, z.B.: offener Tonfall <65> und abschließender Tonfall <66> (Krummheuer 1981a, S. 57). In den späteren Transkriptionen hingegen werden derartige paralinguistische Phänomene durch Sonderzeichen symbolisiert.

- Das genaue Timing der Beiträge (Pausen, auffallend schnelle Übergänge und Überlappungen) wird in den Protokollen unter „Bemerkungen“ wenig präzise notiert (z.B. <23–24>). Die späteren Transkriptionen enthalten dagegen genaue Notierungen von Pausen, Übergängen und Redeüberlappungen, was unter anderem eine Rekonstruktion der Sprecherwechsel ermöglicht.

In seiner frühen Arbeit begründet Krummheuer die eher spartanische Form der Protokollierung in Abgrenzung zu Konrad Ehlich und Jochen Rehbein (1977), und zwar nicht nur mit dem großen Aufwand ausführlicherer Notationen und der gewöhnungsbedürftigen Leseweise, sondern auch mit der von ihm verfolgten Fragestellung, die seiner Meinung nach keine ausführlichere Darstellung erfordert (s. Krummheuer 1981a, S. 32). Diese eher intuitiv formulierte Abgrenzung zu detaillierteren Gesprächsprotokollen lässt sich durchaus methodologisch begründen. Auf der Metaebene erklären Autoren wie Ralf Bohnsack (1993), Udo Kelle (1994) und Arnulf Deppermann (1999) den engen Zusammenhang zwischen der Genauigkeit von Gesprächstranskriptionen bzw. -protokollierungen, theoretischen Interessen, Analysefokus und Analysemethoden. Wir möchten dies für Krummheuers frühes und späteres Werk konkret nachzeichnen.

Wie im Rahmen der noch ausstehenden Analysen und ihres Vergleichs darzustellen sein wird, fokussiert Krummheuer in seiner frühen Arbeit die individuelle biographische Bedeutung von Gesprächsbeiträgen einzelner Beteiligter. Dabei geht es um die „latenten Sinnzusammenhänge“ der einzelnen Schüler (Krummheuer 1981a, S. 29) sowie in Anlehnung an Lothar Krappmann (1971) um die „interpersonale Grammatik“ (Krummheuer 1981a, S. 30) und somit letztlich um die Einbindung und den Zusammenhang individueller Beiträge in „eine *vollständige* Analyse-einheit“ (ebd., S. 30; Hervorhebung im Original). Unter dieser Fokussierung ist die Bündelung der Äußerungen in Sprechereinheiten (s.o.) sinnvoll; das zeitliche Ineinandergreifen von Sprechbeiträgen (s.o.) erscheint weniger relevant, wenn man den latenten Sinnzusammenhang der gesammelten Beiträge einer Einzelperson innerhalb eines gesamten Gesprächszusammenhangs nachzuzeichnen sucht. Somit wird dieser vergleichsweise geringe Anspruch an den Detaillierungsgrad den von Deppermann (1999) formulierten Anforderungen an eine angemessene Verschriftlichung von Gesprächen gerecht, die immer einen Balanceakt zwischen Lesbarkeit, Notwendigkeit und vorwegnehmender Interpretation darstellt (vgl. Krummheuer & Brandt 2001, S. 87ff.). Mit der inhaltlichen Zuwendung zu gemeinsamen Bedeutungsaushandlungen einschließlich der interaktionalen Verknüpfungen von Einzelbeiträgen in *turn-by-turn* erzeugten Interaktionsprozessen geht in den Arbeiten von Krummheuer dann konsequenterweise eine zunehmende Verfeinerung der Gesprächswiedergabe einher. Die Verschiebung des Forschungsinteresses auf den in-

teraktionalen Emergenzprozess einer kollektiven Argumentation macht es notwendig, auch die sprachliche Organisation der Sprecherwechsel und die genauen zeitlichen Verschränkungen näher in den Blick zu nehmen und diese in der Transkription durch paralinguistische Zeichen und Pausenmarkierungen festzuhalten.²

Die methodologische Reflexion der Notationsweisen abschließend, sei der interpretative Gehalt der Protokolle und Transkriptionen vergleichend kommentiert. Oben wurde bereits darauf hingewiesen, dass die Protokolle – besonders in der Spalte „Bemerkungen“ – verschiedene Interpretationen enthalten. Dies ist in ihrem Verwendungszusammenhang unproblematisch, da die Rekonstruktion der „Charakterzüge“ ohnehin auf umfassenderen Beobachtungen beruht, zu denen auch kaum objektivierbare Erfahrungen Krummheuers „aus einer ca. ein halbes Jahr zurückliegenden gemeinsamen Unterrichtszeit“ (Krummheuer 1981a, S. 33) zählen. Zwar sind auch Transkriptionen wie jede Form von Wahrnehmung und Wahrnehmungstransformation immer schon erste Interpretationen (z.B. Lapadat & Lindsay 1999; Naujok 2000), doch gilt bei ihrer Anfertigung die Maxime, den interpretativen Gehalt möglichst gering zu halten, dies insbesondere in Bezug auf die Aspekte, die im Zentrum der eigentlichen Analyse stehen. Dieser Unterscheidung entsprechend formuliert Krummheuer in seinen frühen Protokollen explizit Deutungen und Interpretationen, wohingegen er später in seinen Transkriptionen um eine eher neutrale Sprache zur Wiedergabe der Handlungsabläufe bemüht ist. In dem oben abgedruckten Protokoll etwa beschreibt er die Leseaktivität von Carola mit dem Wort überflogen <1>, was eine Zuschreibung von Flüchtigkeit zu implizieren geeignet ist, während er Andreas' Leseprozess als gründlich charakterisiert <4>. Auch wenn es auf performativer Ebene Hinweise auf diese im Stillen <4> erfolgenden Vorgänge gegeben haben mag, so ist diese Zuweisung doch bereits eng mit der Fragestellung der Analysen und der abschließenden Interpretation der individuellen Charakterzüge in mathematischen Kommunikationssituationen verbunden. Wollte man die Charakterzüge unter interaktionistischer Perspektive als etwas in der Interaktion Erzeugtes analysieren, so müsste man hier in der Verschriftlichung eine deutlichere Distanzierung vornehmen.

3 Analysen der Szene

In diesem Teil des Beitrags geben wir nun die ursprüngliche Analyse zum obigen Protokollausschnitt wieder und fertigen im Anschluss daran eine Argumentations-

2 In ähnlicher Weise erfordert die Fokussierung auf immer frühere (mathematische) Lernprozesse eine immer stärkere Einbeziehung nonverbaler Gesprächsanteile in die Notation, weil junge Kinder vergleichsweise weniger verbal orientiert interagieren.

und Partizipationsanalyse an (vgl. Krummheuer & Brandt 2001), um in einem dritten Schritt eine vergleichende methodologische Reflexion anzustellen. Dem vorangestellt seien eine allgemeine Beschreibung und eine Gliederung der Szene.

3.1 Beschreibung und Gliederung der Szene

Die allgemeine Beschreibung der Szene erfolgt in der Form, wie Krummheuer und Naujok sie für die später ausgearbeitete Methode der Interaktionsanalyse als einen ersten Interpretationsschritt darstellen (Krummheuer & Naujok 1999; Krummheuer 2010). Auch wenn Krummheuer (1981a) diesen ersten Analyseschritt noch nicht explizit als solchen bezeichnet und auch nicht – wie in späteren Arbeiten – an gewissen Standards orientiert in seine Arbeit einbindet, lässt sich doch zu all seinen Analysen eine entsprechende Einleitung finden. Wir stellen sie daher den beiden Analysen gemeinsam voran.

Die Schüler gehen hier der Frage nach, ob die Summe drei aufeinander folgender Zahlen immer durch drei teilbar ist. In ihrer abschließenden Lösungsnotation kommen sie dabei zum Schluss, dass dies immer so sei (Teilaufgabe a) und geben mit dem wechselseitigen Ausgleich der beiden äußeren Zahlen eine Begründung für diesen allgemeingültigen Satz (Teilaufgabe b). Diese Antwort wird von Carola notiert, kann aber als gemeinsam geteiltes Ergebnis angesehen werden, das im Gesprächsabschnitt <1–24> ausgehandelt wird. Der Aushandlungsprozess lässt sich in folgende Unterabschnitte gliedern:

- <1–4> Fokussierung auf die Aufgabenstellung
- <5–8> Phase der spontanen Vermutungen
- <9–12> Genauere Klärung der Fragestellung
- <12–14> Überprüfen der Vermutungen anhand konkreter Zahlenbeispiele
- <15–24> Erarbeitung der allgemeinen Begründung

Die Zeilen 25 und 26 stellen den Abschluss der gemeinsamen Aushandlung dar: Während die Äußerung von Axel <25> an Stephan gerichtet die Überzeugungskraft der zuvor gelieferten Erklärung betonen mag, erklärt Carola <26> die beiden ersten Aufgabenteile explizit als beendet und macht die Lösungen durch ihre schriftliche Fixierung auch für alle sichtbar.

In den nun folgenden Analysen sollen die Einbindungen der Zahlenbeispiele in den Gesprächsablauf <12–14> sowie die Erarbeitung der allgemeinen Begründung <15–24> näher beleuchtet werden.

3.2 Analyse der Szene bei Fokussierung der biographischen Lebenswelt

Unter der Überschrift „Drei Beispiele, drei Charakterzüge“ fragt Krummheuer: „Was mag die Schüler dazu bewegt haben, gerade diese drei Beispiele gewählt zu haben?“ (Krummheuer 1981a,³ S. 40). Entsprechend stellt er in seiner Analyse dann auch eine unmittelbare Beziehung zwischen den Zahlenbeispielen und Charakterzügen der Jugendlichen her.⁴

Das von *Axel* geäußerte Beispiel (12+13+14) beschreibt Krummheuer als einziges „Zahlentripel aus zweistelligen Zahlen“ (S. 41) und hebt es damit als vergleichsweise schwierig hervor. Weiter betont er, dass Axel sein Beispiel sehr bedächtig und überlegt formuliert. Axel präsentiert sich hier als jemand, der souverän mit den mathematischen Anforderungen der Situation umgehen kann. Er stellt „insgesamt die superiore, primäre Person dar.“ (S. 60) Damit verbunden ist jedoch ein gewisser Erwartungs- und Erfolgsdruck, dem Axel mit der Beschränkung der Lösungswege auf einfache formale und rechnerische Darbietungen sowie mit einer spielerischen Gestaltung der gesamten Kommunikationsszene begegnet (S. 61). Die „Offenlegung aller seiner heuristischen Überlegungen und deren gemeinsamer Diskussion“ hätten, so Krummheuer weiter, seine Identitätsbalance in dieser „Interaktionsrunde“ (S. 61) gefährdet.

Das von *Stephan* eingebrachte Beispiel wird von Krummheuer als Anwendung des Prinzips der minimalen Veränderung des Ausgangsbeispiels beschrieben. Krummheuer bringt dieses Vorgehen mit Stephans „Vorsichtigkeit und Ängstlichkeit im Umgang mit mathematischen Problemen“ (S. 41) in Verbindung. Weiter führt er aus, dass mit dieser zahlenmäßig minimalen Veränderung aus mathematischer Perspektive auch eine Fallunterscheidung erfolgt (die Stellung der durch drei teilbaren Zahl wird hier verschoben). Dies veranlasst Krummheuer dazu, die lebensgeschichtliche Verankerung als zunächst nur unscharf (interpretierbar) zu bezeichnen. In späteren Argumentationslinien und insbesondere in der Zusammenfassung der Kommunikationssituation (S. 60) weist er Stephan insgesamt ein auf die Beziehungsebene ausgerichtetes Kommunikationsverhalten zu, das kaum auf inhaltliche Aspekte abzielt: Im Verlauf des Gruppengesprächs reduziert Stephan mit Verweisen auf seine Schulnote (Ich krieg ja schließlich 'ne Vier. <83>, S. 47) die Anforderungen an die eigene Person, zur Klärung der mathematischen Probleme beizutragen. Unter diesem Rollenverständnis interpretiert Krummheuer

3 Auf diese Publikation wird im vorliegenden Abschnitt nur noch mit Seiten- und Zeilenzahlen verwiesen.

4 Wir beschränken uns hier auf die Sinnstrukturen, die Krummheuer in seiner Verlaufsanalyse der Sequenz (S. 41ff.) sowie in der Interpretation der Gesamtsituation (S. 60ff.) angibt. Mit dieser Beschränkung wird die sozial- und tiefenpsychologische Ausrichtung der Arbeit betont.

die von Stephan angedeuteten Zweifel (Aber was ist, wenn die Zahl, die durch 3 teilbar ist, am Anfang steht ? <18>, S. 37) als Zeichen seiner Unsicherheit und nicht als Gegenentwurf für die Argumentationslinie.

In Bezug auf *Carolas* Beispielpräsentation betont Krummheuer sowohl deren Einfachheit als auch die Unvollständigkeit, mit der Carola ihr Zahlentripel einbringt. Die Möglichkeit, das Beispiel als Anfang einer vollständigen Induktion zu sehen, erwähnt er zwar, hebt jedoch die „für sie charakteristische Handlungsweise“ hervor, die er als „provokante Lässigkeit und großes Selbstvertrauen“ (S. 41) beschreibt. Mit dieser Lässigkeit ist die Abwehr einer Suche nach tiefer liegenden Gründen verbunden, die insbesondere in der weiteren Aufgabenbearbeitung in späteren Transkriptausschnitten deutlich wird (z.B.: Weiß ich denn das. Mir egal. Hauptsache es stimmt. <60>, S. 56; 's ist halt so | abschließender Tonfall <76>, S. 57). Krummheuer schreibt dieser demonstrativen Lässigkeit daher die Funktion der Identitätsbalance zu: Die Lässigkeit ermöglicht ihr ein gelegentliches Scheitern, ohne in Identifikationskonflikte zu geraten. Hingegen könnte, so Krummheuer, eine intensivere Auseinandersetzung mit tiefer liegenden Gründen ihre Unterlegenheit Axel gegenüber deutlicher werden lassen und somit ihre Identitätsbalance gefährden (S. 60ff. und zusammenfassend S. 147). Weiter übernimmt Carola in dieser Gruppe die Rolle der Schriftführerin und sichert sich so eine bedeutsame Rolle in der mathematischen Auseinandersetzung. Damit grenzt sie sich in der fachlichen Auseinandersetzung als superiore Person Stephan gegenüber ab; ihn beachtet sie nur wenig.

Die allgemeine „Beweisführung“ (S. 41) handelt Krummheuer zunächst sehr knapp ab und schreibt sie Axel zu, der sie in <15, 17, 19, 21, 23> ausformuliert und dabei zaghafte Einwände von Stephan als „irrelevant abtut“ (S. 41). Erst in der späteren Zusammenfassung der Kommunikationssituation zwischen Carola, Axel und Stephan (S. 60f.) sowie in den abschließenden Überlegungen zur „Plausibilitätsstruktur von Beweisen“ (S. 149) geht Krummheuer noch einmal ausführlicher darauf ein. Da wir die Rekonstruktion der allgemeinen Beweisführung sowie deren Interpretation zur Theoriegenese zählen, vertiefen wir sie am Ende unseres Beitrags (s. Abschnitt 4).

3.3 Analyse der Szene bei Fokussierung der alltäglichen Lebenswelt

Wie in der obigen Analyse sollen hier die Zahlenbeispiele aus den Zeilen <12–14>⁵ sowie die Erarbeitung der allgemeinen Begründung <15–24> besonders in den Blick genommen werden. Die Beiträge der Jugendlichen werden nun in ihrer Einbindung in eine kollektive Argumentation analysiert. Dabei kommen die Verfahren

5 Wir beziehen uns im Folgenden auf das Protokoll.

der Argumentationsanalyse und der Partizipationsanalyse zum Einsatz (s. z.B. Krummheuer 1995, 1997b; Brandt & Krummheuer 1999; Krummheuer & Brandt 2001), die auf einer ausführlicheren Interaktionsanalyse beruhen. Da es uns in dem vorliegenden Beitrag im Wesentlichen um die Gegenüberstellung der mit den Analysen eingenommenen Perspektiven geht – einerseits bei Fokussierung der biographischen, andererseits bei Fokussierung der alltäglichen Lebenswelt – präsentieren wir in diesem Abschnitt für den ausgewählten Gesprächsausschnitt lediglich punktuell vertiefende Argumentations- und Partizipationsanalysen.

Grundlage der Argumentationsanalyse ist das von Stephen Toulmin (1969) dargelegte Argumentationslayout, das im Kern vier Kategorien umfasst (s. Abb. 2). Die Gültigkeit einer Aussage (*Konklusion*) wird dabei auf unbezweifelte Informationen oder Sachverhalte (*Daten*) zurückgeführt. Die Verknüpfung zwischen Datum und Konklusion wird erst durch Schlussregeln (*Garanten*) legitimiert, die wiederum durch (domänenspezifische) grundlegende Überzeugungen und Gesetzmäßigkeiten (*Stützungen*) abgesichert werden. Die mit ausreichender Gültigkeit belegten Konklusionen können in einem weiteren Schritt als neue Daten in einer Argumentationskette fungieren.

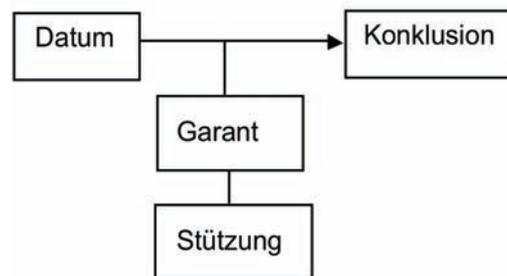


Abb. 1: Argumentationslayout nach Toulmin (1969)

Krummheuer beschreibt das Toulmin-Layout zusammenfassend:

Der Schluß von den Daten zur Konklusion ist durch Garanten abgesichert, deren Zuverlässigkeit gegebenenfalls durch Angabe fundamentaler Überzeugungen Stützung erfährt. (Krummheuer 1997a, S. 34)

Die Partizipationsanalyse geht auf Erving Goffman (1981) zurück. Sie beruht auf der Überlegung, dass (unterrichtliche) Gesprächssituationen nicht dyadisch, sondern polyadisch angelegt sind und dass Elemente der Sprecher- bzw. Hörerrolle auf mehrere Beteiligte verteilt sein können. Die Partizipationsanalyse umfasst entsprechend ein Rezeptions- und ein Produktionsdesign. Hier soll lediglich das Produktionsdesign aufgegriffen werden, in dem die Verantwortlichkeiten der Beteiligten für die analytischen Bestandteile *Form/Gestalt* und *Idee/Funktion* einer Äußerung im Interaktionsprozess nachgezeichnet werden. Da diese Bestandteile auch aus zurück-

liegenden Äußerungen übernommen werden können, ist es möglich, dass die Verantwortung für eine getane Äußerung nur teilweise beim aktuell Sprechenden liegt. Dies kann etwa der Fall sein, wenn der Sprechende eine vorausgegangene Äußerung wörtlich wiedergibt (*imitiert*) oder mit eigener Wortwahl wiederholt (*paraphrasiert*) (vgl. Krummheuer & Brandt 2001). Die folgende tabellarische Übersicht zeigt, wie Sprechende in Abhängigkeit von der spezifischen Verantwortlichkeit für ihre Äußerung bezeichnet werden.

	Form/Gestalt	Idee/Funktion
Kreator	+	+
Paraphrasierer	+	-
Traduzierer	-	+
Imitier	-	-

Abb. 2: Produktionsdesign⁶ nach Krummheuer & Brandt (2001)

In Entsprechung dazu, dass Krummheuer (1981a) in seinen Analysen die Begründung für die Auswahl der Zahlenbeispiele durch die Jugendlichen in den Mittelpunkt stellt, werden wir uns auch argumentationstheoretisch mit diesen Auswahlbegründungen auseinandersetzen, das heißt mit dem je spezifischen Argument, das ein Zahlenbeispiel zu einem günstigen oder gültigen macht und mit dem es zur Plausibilität der in der Aufgabe enthaltenen mathematischen Aussage beiträgt.

3.2.1 Argumentationsstruktur

Zunächst wird ausgearbeitet, wie sich die verschiedenen Beispiele zu einer Gesamtargumentation zusammenfügen; in einem weiteren Schritt werden die implizit mitschwingenden besonderen Bedeutungen der einzelnen Beispiele fokussiert. Diese Besonderheiten untermauern die Schlussmöglichkeit von einzelnen Beispielen zu einer allgemeinen Aussage. In dem zugrunde liegenden Gruppengespräch werden jedoch nicht alle argumentativen Elemente direkt verhandelt. Solche tiefer liegenden Argumentationsbestandteile, die in der Interaktion nicht expliziert werden, kommen in Argumentationsanalysen üblicherweise nicht zur Darstellung. Werden sie aus forschungsmethodischen Gründen ergänzt, so erscheinen sie in der Darstellung gestrichelt umrahmt (vgl. Krummheuer & Brandt 2001, S. 36). In den folgen-

6 Das vollständige Produktionsdesign enthält auch Status-Zuweisungen für vorausgehende Sprechende, wenn diese in Teilen verantwortlich für die aktuelle Äußerung sind. Während der Kreator die vollständige Verantwortung für seine Äußerung allein trägt, ist die Verantwortung bei den anderen paarweise verteilt: Paraphrasierer – Initiator, Traduzierer – Formulator und Imitier – Inventor.

den Argumentationsanalysen werden wir mehrfach implizite bzw. von uns ergänzte Aspekte entsprechend kennzeichnen.

Nachdem die Schüler geklärt haben, dass es sich um die Summe von drei beliebig aufeinander folgenden Zahlen handeln soll, gibt Axel die argumentative Richtung vor, die Aussage zu belegen oder zu widerlegen: Ausprobieren <12>. Die Zahlenbeispiele der Schüler lassen sich so als ‚Daten‘sammlung zu einer kollektiven Argumentation verstehen, mit der die allgemeine Aussage zu begründen versucht wird. Das Ausprobieren lässt sich dabei argumentationstheoretisch als ‚Belegen bzw. Begründen durch Beispiele‘ umschreiben und entspricht der induktiven Argumentationslogik im Sinne einer Aufzählung von Einzelfällen – mehrere, möglichst unterschiedliche Beispiele erhöhen dabei die Plausibilität für die Aussage. Axel gibt auch gleich ein erstes Beispiel an. Er nennt das von ihm berechnete Zahlentripel (12,13,14) lediglich eingebunden in die Rechenregel, die der Aufgabenstellung zugrunde liegt. In der Interaktion scheint dies für seine Mitschüler ausreichend präzise zu sein, denn beide liefern weitere Beispiele und scheinen damit der Idee des ‚Ausprobierens‘ zu folgen. Sowohl Stephan als auch Carola benennen ihre Tripel vollständig: (6,7,8) <13> bzw. (1,2,3) <14>. Dabei ermittelt Stephan – ähnlich rudimentär wie zuvor Axel – den Zahlenwert für sein Tripel. Dass dieser Wert durch 3 teilbar ist und (6,7,8) somit die Gültigkeit der mathematischen Aussage (induktiv) bestätigt, wird nicht eigens thematisiert, ist aber wohl für alle Beteiligten evident; der Zahlenwert für Carolas Tripel (1,2,3) wird nicht konkret ermittelt. Die drei haben mit ihren Beispielen gemeinsam eine ‚Daten‘sammlung generiert, die recht unterschiedliche Zahlenbeispiele berücksichtigt. Mit dieser Sammlung der durch ‚Ausprobieren‘ gewonnenen Daten ist die Plausibilität der allgemeinen Aussage „Die Summe von drei aufeinander folgenden Zahlen ist immer durch drei teilbar“ aus Sicht der Jugendlichen ausreichend nachgewiesen; Frage a) ist für sie beantwortet. In das Gesamtargument eingebunden tragen alle drei von den Jugendlichen genannten Beispiele zur Plausibilität der Aussage bei, die von Carola abschließend auch schriftlich festgehalten wird <14> (Abb. 3).

Als einzelne Beispiele unterscheiden sie sich jedoch in ihrer Einbindung in die Gesamtargumentation: Das Beispiel von Axel kann zum einen als Initiation der Beispielskette gesehen werden, zum anderen greift er auf relativ große Zahlenwerte zurück, was sich als ‚Ausprobieren mit möglichst unterschiedlichen Zahlenwerten‘ deuten lässt – damit bleibt die induktive Struktur, also der Schluss von Einzelbeispielen auf eine allgemeine Regel, erhalten. Durch die minimale Veränderung des Aufgabenbeispiels lässt sich das Beispiel von Stephan als mathematische Fallunter-

scheidung⁷ bezogen auf die Position der durch drei teilbaren Zahl innerhalb des Tripels deuten: Bei (7,8,9) steht die durch drei teilbare Zahl am Ende der Zahlenfolge, in Stephans Beispiel (6,7,8) steht die durch drei teilbare Zahl am Anfang. Sein Beispiel ist diesbezüglich jedoch identisch mit Axels Beispiel (12,13,14) und somit bleibt die Fallunterscheidung unvollständig. Das von Carola genannte Tripel enthält die drei kleinsten aufeinander folgenden Zahlen (bezogen auf die natürlichen Zahlen ohne Null) und könnte als Anfang einer vollständigen Induktion⁸ betrachtet werden; diese bleibt wegen der Verhaftung am Anfangsbeispiel jedoch ebenfalls unvollständig. Carolas Vorgehen entspricht damit eher einem systematischen Probieren, mit kleinen Zahlen beginnend. Ihr Zahlentripel lässt sich aber auch als Gegenpart zum Zahlentripel von Axel deuten. Dass sie hier besonders kleine Zahlen fokussiert, wäre dann der Idee des ‚Ausprobierens mit möglichst unterschiedlichen Zahlenwerten‘ zuzuordnen und würde so die Plausibilität des induktiven Schlusses stärken.

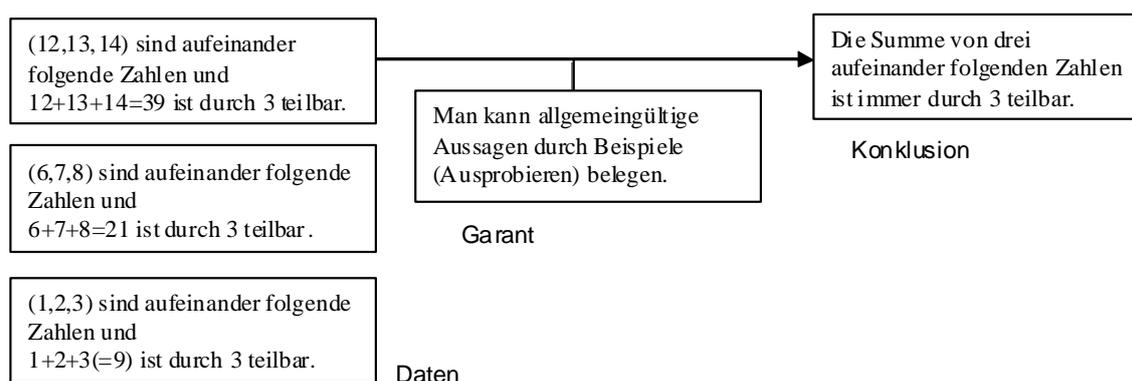


Abb. 3: Layout für die Argumentationsidee ‚Belegen durch Ausprobieren‘ (kontrastreiche Beispiele)

Da der vorliegende Beitrag weniger auf eine komplette Analyse der Szene als auf einen Vergleich der analytischen Vorgehensweisen zielt, sei hier exemplarisch lediglich das Zahlenbeispiel von Carola mit dem Toulmin-Schema vertieft. Ihr Zahlentripel (1,2,3) lässt sich einerseits wie dargelegt dem ‚Ausprobieren‘ zuordnen (Abb. 4), andererseits scheint sie die Schlussrichtung ein Stück weit umzudrehen: Als mögliche Summe für ihr Tripel nennt sie mit 9 eine relativ kleine durch 3 teilbare Zahl <14>. Diesen Zahlenwert ermittelt sie jedoch nicht durch Ausrechnen.

7 Eine komplette mathematische Fallunterscheidung würde einer deduktiven Argumentationslogik entsprechen.

8 Dies würde dann ebenfalls einer deduktiven Argumentationslogik entsprechen (vgl. vorhergehende Fußnote).