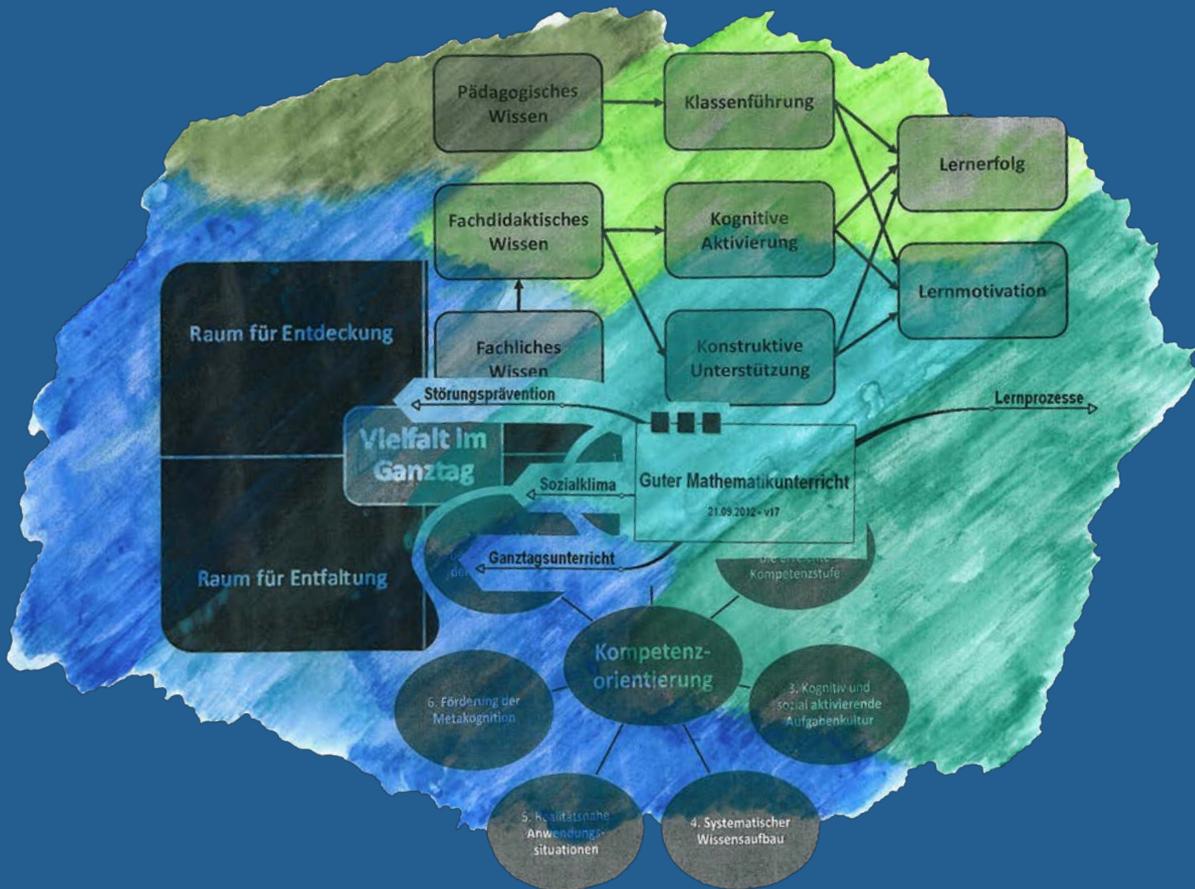


## ERFOLGREICHER MATHEMATIKUNTERRICHT EINE INTERVIEWSTUDIE MIT EXPERTENLEHRERN DER GEBUNDENEN GANZTAGSSCHULE



**Hochschulschriften zur Mathematik-Didaktik  
Band 4**

**CHRISTIAN GELDERMANN**

**ERFOLGREICHER MATHEMATIKUNTERRICHT  
EINE INTERVIEWSTUDIE  
MIT  
EXPERTENLEHRERN  
DER GEBUNDENEN GANZTAGSSCHULE**

WTM  
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien  
Münster

## **Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte Informationen sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Alle Rechte vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Einwilligung des Verlags in irgendeiner Form reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© WTM – Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien, Münster 2015  
ISBN 978-3-942197-54-0

**Erfolgreicher Mathematikunterricht**  
Eine Interviewstudie mit Expertenlehrern der gebundenen Ganztagschule

Von der Carl von Ossietzky Universität Oldenburg  
– Fakultät I Bildungs- und Sozialwissenschaften –  
zur Erlangung des Grades eines  
Doktor der Philosophie (Dr. phil)  
genehmigte Dissertation

von

Herrn Christian Geldermann  
geboren am 16.12.1958 in Wattenscheid

Referent: Prof. Dr. Hilbert Meyer

Korreferent: Prof. Dr. Michael Neubrand

Tag der Disputation: 20. November 2014

## Inhalt

1	Einleitung.....	1
2	Stand der Forschung und Ableitung der Untersuchungsziele .....	4
2.1	Guter Mathematikunterricht .....	12
2.1.1	Elemente guten Mathematikunterrichts .....	13
2.1.2	Kompetenzen erfolgreicher Mathematiklehrkräfte .....	41
2.1.3	Elemente erfolgreichen Lehrerverhaltens im Mathematikunterricht .....	50
2.1.4	Besonderheiten des Mathematikunterrichts in Ganztagschulen .....	55
2.2	Ableitung der Untersuchungsziele.....	61
3	Forschungsdesign und Methodik.....	63
3.1	Lehrerexpertise als Forschungsprogramm in der Lehrerforschung.....	68
3.2	Design qualitativer Forschung.....	74
3.2.1	Grundlagen qualitativer Methodik.....	79
3.2.2	Interviews zur Datenerhebung.....	81
3.2.3	Triangulation .....	91
3.2.4	Induktion, Deduktion und Abduktion.....	92
3.2.5	Leitbildanalyse .....	94
3.2.6	Transkription.....	100
3.2.7	Computergestützte Analyse (CAQDAS).....	104
3.3	Grounded-Theory Methodologie (GTM) .....	108
3.3.1	Erkenntnistheoretische Fundierung.....	109
3.3.2	Grundstrategie.....	114
3.3.3	Fallauswahl .....	117
3.3.4	Codierung in Anlehnung an Strauss und Corbin.....	120
3.3.5	Typenbildung.....	125
3.4	Situative Ausgestaltung der Methodologie .....	131
3.4.1	Auswahl und Merkmale der Untersuchungsgruppe .....	131
3.4.2	Wahl der Erhebungsmethode Experteninterview .....	133
3.4.3	Subjektivität des Forschers als Person im Forschungsprozess .....	135
3.5	Qualitätskriterien qualitativer Forschung.....	138

## IV

4	Datenerhebung, Datenaufbereitung und Datenauswertung .....	142
4.1	Leitfaden .....	142
4.2	Ergänzender Fragebogen .....	144
4.3	Fallauswahl.....	145
4.4	Durchführung der Interviews .....	146
4.5	Datenauswertung .....	147
4.5.1	Erste Untersuchung des Materials .....	147
4.5.2	Erarbeitung von Codes und Kategorien.....	156
4.5.3	Von den Kategorien zur gegenstandsbegründeten Theorie .....	175
4.6	Zusammenfassung der Ergebnisse .....	203
5	Diskussion der Ergebnisse .....	206
5.1	Die Ergebnisse im Vergleich zu den vorab formulierten Anforderungen..... .....	206
5.2	Die Forschungsergebnisse vor dem Hintergrund aktueller Forschung..	209
5.3	Folgerungen für die Unterrichtsentwicklung .....	218
5.4	Folgerungen für die Lehrerausbildung und Lehrerweiterbildung.....	221
6	Ausblick und Forschungsbedarf.....	229
7	Literaturverzeichnis .....	240
8	Abbildungsverzeichnis .....	271
9	Tabellenverzeichnis .....	273
10	Anhang.....	274
	Anhang A: Interviewleitfaden .....	275
	Anhang B: Ergänzender Fragebogen Mathematikunterricht im Ganztage .....	279
	Anhang C: Auszug aus den Interviews: Das Interview 6133 .....	282

## 1 Einleitung

Erfolgreicher Unterricht ist das zentrale Ziel aller Bemühungen um die Qualitätsentwicklung im Bildungswesen. Folgerichtig muss nicht die rein formale Erreichung bestimmter Schulabschlüsse in maximaler Zahl angestrebt werden, sondern eine Orientierung der schulischen Leitbilder an der Unterrichtsqualität. Im Rahmen der konkreten Schulentwicklung sollte also die Unterrichtsentwicklung den Orientierungsrahmen für die kurzfristigen und längerfristigen Zielsetzungen im Schulprogramm liefern. Dies ist umso bedeutender, da der aktuelle Stand des Mathematikunterrichts in Forschungsberichten als eher defizitär beschrieben wird (Kunter & Baumert 2011: 345ff; Köller 2012: 9, Prenzel 2013: 149ff). Die nachgewiesenermaßen erhebliche Bedeutung eines sehr guten Ausbildungsstandes, lernwirksamer Überzeugungen und wichtiger Persönlichkeitsmerkmale von Lehrkräften, wie hohe Motivation und gute Selbstregulation (s. Kapitel 2.1.2), führt jedoch heute noch nicht zu entsprechend intensiven Bemühungen in der Lehrerausbildung und der Lehrerweiterbildung. Der Mathematikunterricht ist verbreitet noch durch zu starke Lehrerzentrierung bei einem Mangel an individualisierten und kooperativen Lernformen sowie einem allgemein eher geringen kognitiven Aktivierungspotenzial der verwendeten Aufgaben geprägt. Die Spannbreite der erfassten Unterrichtsqualität ist dabei jedoch sehr hoch (Kunter & Baumert 2011: 345ff).

Zusammenfassend weisen die Befunde von PISA 2012 zur mathematischen Kompetenz auf einen wünschenswerten Entwicklungsverlauf hin. Der in Deutschland in den letzten Jahren eingeschlagene Weg mit seinen länderspezifischen Eigenheiten scheint richtig zu sein. Um diese Entwicklung zu stabilisieren, heißt es nun, die angestoßenen Initiativen stetig weiterzuverfolgen und aufgrund neuer Erkenntnisse dynamisch anzupassen. Erfolg versprechend dürfte dabei sein, einerseits die unterrichtliche Umsetzung der Bildungsstandards weiter zu forcieren, das Erreichen der durch die Bildungsstandards formulierten Zielsetzungen empirisch zu überprüfen und die Ergebnisse den Schulen rückzumelden. Andererseits sollten Aktivitäten zur Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts eingefordert werden. Der letzte Punkt ist dabei auch mit einem Auftrag an die mathematikdidaktische Forschung verbunden, da es bisher an empirisch überprüften Unterrichtskonzepten zum langfristigen Kompetenzaufbau mangelt. Es müssen effektive Unterrichtsstrategien für die Inhalte der Sekundarstufe I entwickelt werden, die sich in längsschnittlichen Interventionsstudien nachweislich als effizient erweisen. Darüber hinaus sind Evaluationsstudien notwendig, die einen erfolgreichen Transfer von neuen Unterrichtsideen in die Unterrichtspraxis untersuchen. Die weiteren PISA-Erhebungen werden zeigen, inwieweit sich die Resultate von PISA 2012 stabilisieren und nach Möglichkeit weiter verbessern lassen (vgl. Prenzel 2013; vgl. Frey et al. 2010: 173; vgl. Burba 2014).

Die aktuelle Forschungslage im Bereich der Fachdidaktik wird jedoch kritisch gesehen. Insbesondere habe die Fachdidaktik mit *„dem Problem ihrer Bedeutsamkeit im professionellen Alltag zu kämpfen“* und es fehle noch eine befriedigende Klärung *„der Frage der Gütekriterien“* sowie der *„theoretische[n] Modellierung der eigenen*

*Forschung*“ (Tenorth 2012: 12)<sup>1</sup>. Wenig hilfreich ist es in dieser Diskussion, dass selbst der Begriff Fachdidaktik „*kulturell spezifisch*“ ist (Tenorth 2012: 13) und dass ein großer Teil der dort verwendeten Forschungsformate lediglich der pädagogischen Psychologie, der Lernpsychologie oder der empirischen Unterrichts- und Professionsforschung entlehnt wurden. In der Folge würde konsequent die Evidenz der Forschungsergebnisse mit unmittelbarer Handlungsrelevanz erwartet und Kausalitäten würden angestrebt. Dies werde den komplexen Abhängigkeiten zwischen Kriterien des Unterrichtserfolgs und Unterrichtsmerkmalen nicht gerecht (Tenorth 2012: 18-21). Die etablierte Orientierung am Kompetenzbegriff hat zur Klärung allgemeinerer Fragen beigetragen, allerdings ist die erforderliche „*fachdidaktische, domänenspezifische Konkretisierung*“ noch nicht abgeschlossen (Tenorth 2012: 23). Für die weitere Entwicklung betont Tenorth (2012: 26) die wichtige Bedeutung der „*Weisheit des Akteurs*“, die man „*nur zum Schaden der Praxis überspringen*“ könne. Er fordert daher von der fachdidaktischen Forschung für die Beantwortung der drängenden Fragen nach der fachspezifischen Unterrichtsqualität, die Struktur dieses Wissens aufzuklären (Tenorth 2012: 26f). Dies erfordert, auch neue Wege der integrierenden Nutzung unterschiedlicher Forschungsansätze zu beschreiten, um dem ernüchternden Urteil von Tenorth (2008: 160-161) zu begegnen:

*Die empirische Bildungs- und Lehr-/Lernforschung, zumal die hier immer noch dominierende pädagogische Psychologie, steht in relativ großer Distanz zu Fachdidaktiken und fachunterrichtlichen Themen und Problemen; die Fachdidaktiker wiederum, vor allem die außerhalb der Fächer der KMK-Bildungsstandards, verfügen noch über wenig Traditionen in einer domänenspezifischen empirischen Unterrichtsforschung. Das macht sich zumal dann als Forschungsproblem bemerkbar, wenn die für Bildungsstandards zentrale Frage nach der Realisierbarkeit in kompetenzdiagnostischen und outcome-orientierten Studien untersucht werden soll.*

Die gegenwärtige gesellschaftliche Tendenz zur Verkürzung der Schulzeit, zur Erhöhung der Anteile höherer Bildungsabschlüsse, zur wachsenden Heterogenität der Lerngruppen und zu einem Ausbau der Ganztagschulbildung wirft zusätzliche, ganz neue Probleme auf, die sich auch auf die Gestaltung des Mathematikunterrichts auswirken müssen (vgl. Haenisch 2011: 6; vgl. Fischer et al. 2012). In schulinternen und zunehmend in öffentlichen Diskussionen nehmen Schlagwörter wie neue Rhythmisierung des Schultagesablaufs, Wegfall der Hausaufgaben aber auch ganz allgemein die Qualität des Unterrichts eine besondere Stellung ein. Dabei belegen länderübergreifende wie auch regionale Qualitätsuntersuchungen im Rahmen des in Deutschland immer wichtiger werdenden Bildungsmonitorings bemerkenswerte und besorgniserregende Probleme der deutschen Schülerschaft.

---

<sup>1</sup> Der Berliner Bildungshistoriker Tenorth hat in seinem Festvortrag „*Forschungsfragen und Reflexionsprobleme – zur Logik fachdidaktischer Analysen*“ (Tenorth 2012) zur Fachtagung „*Formate fachdidaktischer Forschung*“ der Gesellschaft für Fachdidaktik (GFD) 2011 „*eindrucksvoll dieses Spektrum der fachdidaktischen Forschung analysiert*“ (Schön 2012: 7).

Diese liegen im Bereich der mathematischen Grundbildung und betreffen besonders die Verfügbarkeit dieser Grundbildung in für die Schüler neuen Situationen (vgl. OECD 2013).

Während die Forschung zur Wirksamkeit der Überzeugungen von Lehrkräften schon sehr umfangreiche Ergebnisse hervorgebracht hat (vgl. Reusser et al. 2011), ist es dagegen bisher noch weitgehend unerforscht, welche Lehrerkompetenzen und welches Lehrerverhalten in welchem Maß situativ<sup>2</sup> günstige Wirkungen entfalten. Es ist sogar sehr fraglich, in welcher Genauigkeit es gelingen kann, allgemeingültige Zielvorstellungen von Kompetenzausprägungen und passende Verhaltensregeln für alle Mathematiklehrkräfte zu formulieren (vgl. Helmke 2011). Vielmehr kommt es darauf an, solche Kompetenzen und Verhaltensregeln zu identifizieren, die besonders häufig bei erfolgreichen Lehrkräften beobachtet werden können. Eine genauere Ausprägung einschließlich einer Schwerpunktsetzung wird dann individuell ausgestaltet werden müssen.

Da Menschen trotz gleicher Bedingungen und gleicher allgemeiner Gegebenheiten im Umfeld unterschiedlich agieren, da also *Reiz-Reaktions-Modelle* kaum angemessene Erklärungen für menschliches Verhalten liefern können, müssen die Deutungen von Beteiligten in den Blick genommen werden (vgl. Hitzler 2007). Deren Handeln beruht auf individuellen Klärungen und Auslegungen der jeweiligen Situation und auf der anschließenden Reflexion im Kontext. Daher steht die Rekonstruktion des Sinns von Handlungen als auch von Handlungsergebnissen in unterschiedlichen Ausprägungen im Vordergrund. Diesen Sinn definiert Hitzler unter Berufung auf Schütz als Bezeichnung für eine bestimmte auf die Auslegung bedachte Blickrichtung auf ein eigenes Erlebnis (Hitzler 2007: 8).

In dieser Arbeit wird der Forschungsprozess mit dem Ziel der Entwicklung eines Leitbildes für die Gestaltung von Mathematikunterricht ausführlich beschrieben. Nach der Schilderung des Forschungsstandes und der Ableitung der Untersuchungsziele wird das verwendete qualitative Forschungsdesign mit dem Schwerpunkt auf der Nutzung der Expertise ausgewählter Lehrerexperten dargestellt und begründet. Darauf folgt die Beschreibung der Datenerhebung, der Datenaufbereitung und der Datenauswertung mit der Entwicklung eines Leitbildes für die Gestaltung des Mathematikunterrichts. Dieses wird abschließend vor dem Hintergrund aktueller Forschungsergebnisse diskutiert und ein Weg zur Umsetzung im Unterrichtsalltag als Schwerpunkt der Unterrichtsentwicklung wird aufgezeigt.

---

<sup>2</sup> Das „*bildungssprachlich*“ gebräuchliche Wort *situativ* meint „*die jeweilige Situation betreffend, durch sie bedingt, auf ihr beruhend*“ (<http://www.duden.de/rechtschreibung/situativ>, 24.11.2013) erfasst in dieser Arbeit die Situationsangemessenheit sowohl mit vorzubereitenden Aspekten, wie auch Gesichtspunkte der unmittelbaren spontanen Reaktion.

## 2 Stand der Forschung und Ableitung der Untersuchungsziele

Es gibt eine große Vielfalt an Veröffentlichungen zur Unterrichtsqualität und zur Unterrichtsentwicklung, dabei dominiert jedoch die allgemeine Sicht auf Unterricht, so dass vorrangig fachübergreifende Ansprüche an Unterricht formuliert werden. Äußeres Zeichen dieser Schwerpunktbildung ist etwa das Qualitätstabelleau für die Schulinspektion in Nordrhein-Westfalen<sup>3</sup>, in dem die Kriterien guten Unterrichts nach Meyer (Meyer et al. 2012: 97) der Unterrichtsbeurteilung zu Grunde gelegt werden,<sup>4</sup> die fachdidaktische Aspekte allerdings nur indirekt erfassen:

- 1. Klare Strukturierung des Unterrichts** (Prozess-; Ziel- und Inhaltsklarheit; Rollenklarheit, Absprache von Regeln, Ritualen und Freiräumen)
  - 2. Hoher Anteil echter Lernzeit** (durch gutes Zeitmanagement, Pünktlichkeit; Auslagerung von Organisationskram, Rhythmisierung des Tagesablaufs)
  - 3. Lernförderliches Klima** (durch gegenseitigen Respekt, verlässlich eingehaltene Regeln, Verantwortungsübernahme, Gerechtigkeit und Fürsorge)
  - 4. Inhaltliche Klarheit** (durch Verständlichkeit der Aufgabenstellung, Plausibilität des thematischen Gangs, Klarheit und Verbindlichkeit der Ergebnissicherung)
  - 5. Sinnstiftendes Kommunizieren** (durch Planungsbeteiligung, Gesprächskultur, Schülerkonferenzen, Lerntagebücher und Schülerfeedback)
  - 6. Methodenvielfalt** (Reichtum an Inszenierungstechniken; Vielfalt der Handlungsmuster; Variabilität der Verlaufsformen; Ausbalancierung der methodischen Großformen)
  - 7. Individuelles Fördern** (durch Freiräume, Geduld und Zeit; durch innere Differenzierung; durch individuelle Lernstandsanalysen und abgestimmte Förderpläne; besondere Förderung von Schülern aus Risikogruppen)
  - 8. Intelligentes Üben** (durch Bewusstmachen von Lernstrategien, passgenaue Übungsaufträge, gezielte Hilfestellungen und „überfreundliche“ Rahmenbedingungen)
  - 9. Transparente Leistungserwartungen** (durch ein an den Richtlinien oder Bildungsstandards orientiertes, dem Leistungsvermögen der Schülerinnen und Schüler entsprechendes Lernangebot und zügige förderorientierte Rückmeldungen zum Lernfortschritt)
  - 10. Vorbereitete Umgebung** (durch gute Ordnung, funktionale Einrichtung und brauchbares Lernwerkzeug)
- Joker für weitere Kriterien**

Tabelle 1: Kriterien guten Unterrichts nach Meyer (Meyer et al. 2012: 97)

<sup>3</sup> [http://www.schulministerium.nrw.de/docs/Schulentwicklung/Qualitaetsanalyse/Tabelleau/C\\_Schulbesuch/2\\_Beobachtungen/Unterrichtsbeobachtungsbogen.pdf](http://www.schulministerium.nrw.de/docs/Schulentwicklung/Qualitaetsanalyse/Tabelleau/C_Schulbesuch/2_Beobachtungen/Unterrichtsbeobachtungsbogen.pdf), zuletzt eingesehen am 9.2.2014

<sup>4</sup> Der Zehnerkatalog von Helmke bezieht sich ebenfalls nicht auf fachdidaktische Aspekte (Helmke 2009: 168f).

Gudjons (2006) erläutert zu einem Katalog von sieben Merkmalen effektiven Unterrichts, der durch Zusammenfassung aus diesem Zehnerkatalog entstanden ist, die Konsequenzen für die Lehrerrolle. Lehrkräfte haben demnach nicht nur Aufgaben eines *Organisators* und *Arrangeurs von Lernsituationen* zu erfüllen, sondern ebenso eine „*pädagogische Führung*“ (Gudjons 2006: 43) zu leisten. Dazu gehört es auch, regelmäßig angemessene Leistungserwartungen zu vertreten. Ein gutes Zeitmanagement gelingt nur durch gute Planung und Nachbereitung des Unterrichts und profitiert von gezielten Überprüfungen der Zeitplanung anlässlich von Phasenübergängen im Unterricht selbst. Erst eine ausgeprägte Methodenkompetenz, die durch regelmäßige Fortbildungen gepflegt wird, gestattet es, unterschiedliche Unterrichts- und Sozialformen situativ und übereinstimmend zur Zielsetzung einzusetzen (Gudjons 2006). Die gerade für den Mathematikunterricht so wichtigen Phasen des Übens und Wiederholens helfen, Erlerntes langfristig zu sichern. Dazu müssen Formen des mechanischen und des elaborierenden Übens vermittelt und regelmäßig eingesetzt werden. Abwechslungsreiche Variationen erleichtern es hier, die erforderliche Ausdauer der Lernenden zu erreichen. Eine positive Arbeitsatmosphäre ist das Produkt eines schülergerechten Ausgleichs zwischen der Förderung der Lernfreude und der Durchsetzung von Leistungsanforderungen. Die wachsende Bedeutung der Lernprozessberatung und der Ausbildung metakognitiver Fähigkeiten bedingt die Notwendigkeit einer elaborierten Feedback-Kultur mit wechselseitigen Rückmeldungen über die Gestaltung der Lernprozesse. Wachsende Ansprüche aus dem Umgang mit der Heterogenität der Lerngruppen erfordern eine gute diagnostische Kompetenz der Lehrkräfte als Basis für dem individuellen Lernfortschritt angemessene Arbeitsaufträge und die zugehörigen Lernhilfen (Gudjons 2006: 42-50).

Im nachfolgend ergänzten sogenannten Angebots-Nutzungsmodell von Helmke (2009: 73)<sup>5</sup> findet sich eine Gesamtübersicht über Merkmale erfolgreichen Unterrichts aus der Sicht ihrer Wirkungsweise. Die fachdidaktischen Aspekte werden in den Bereichen *fachliche und diagnostische Kompetenz* sowie im Bereich der *fachspezifischen Prozessqualität* und der *Qualität des Lehr-Lern-Materials* einbezogen.

---

<sup>5</sup> Das Angebots-Nutzungs-Modell wird auch als das derzeit prominenteste „*Wirkmodell*“ der Schul- und Unterrichtsforschung bezeichnet (Kohler & Wacker 2013: 241). Dem systemischen Rahmenmodell von Unterrichtsqualität und -wirksamkeit von Reusser und Pauli (2010: 18) wird dagegen eher das Potenzial zugesprochen, im Sinne einer Weiterentwicklung „*auf der Angebotsseite mit Blick auf die Schülerinnen und Schüler geöffnet [zu werden] um adäquater auch offene Unterrichtsformen abbilden zu können*“ (Kohler & Wacker 2013: 252).

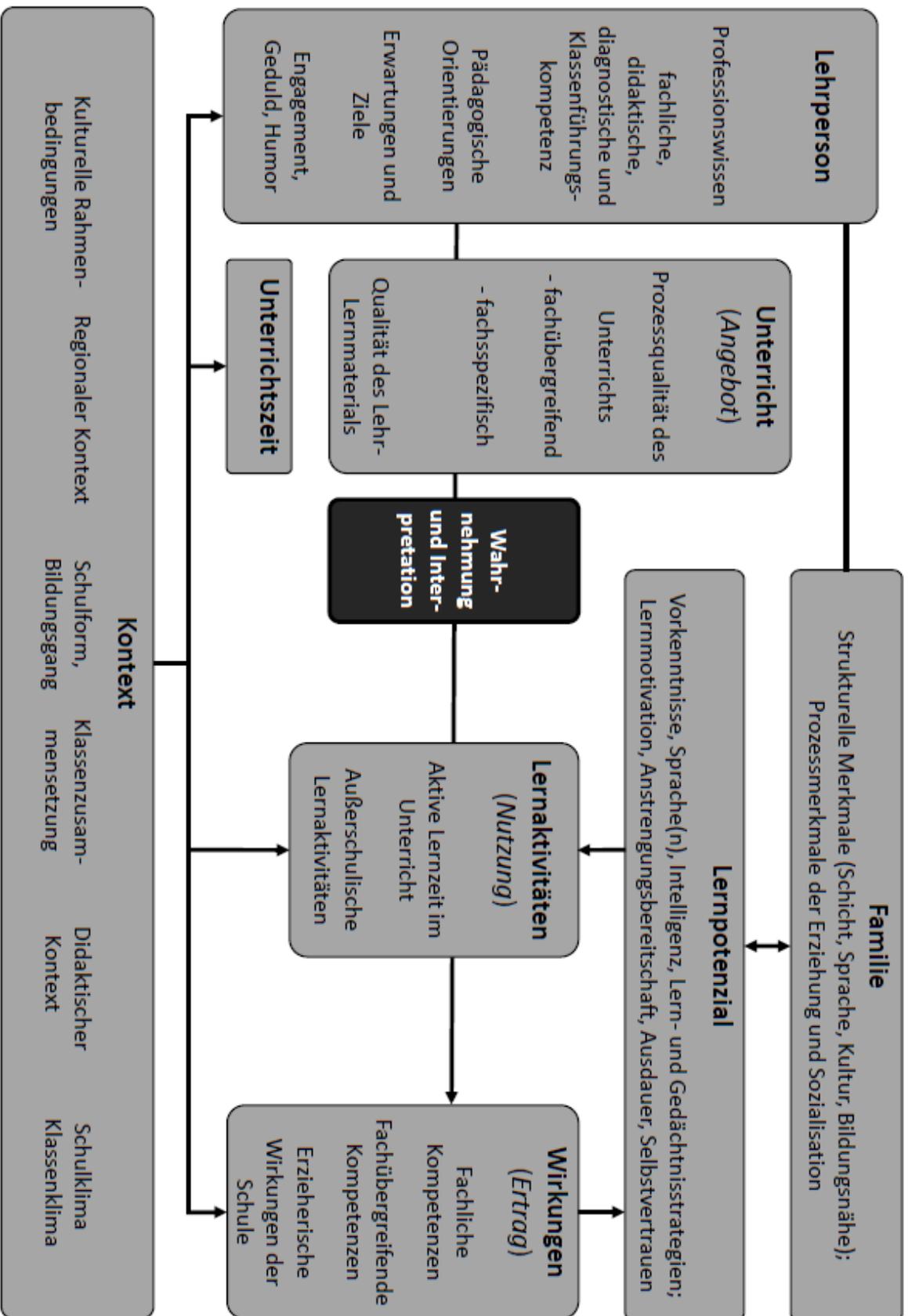
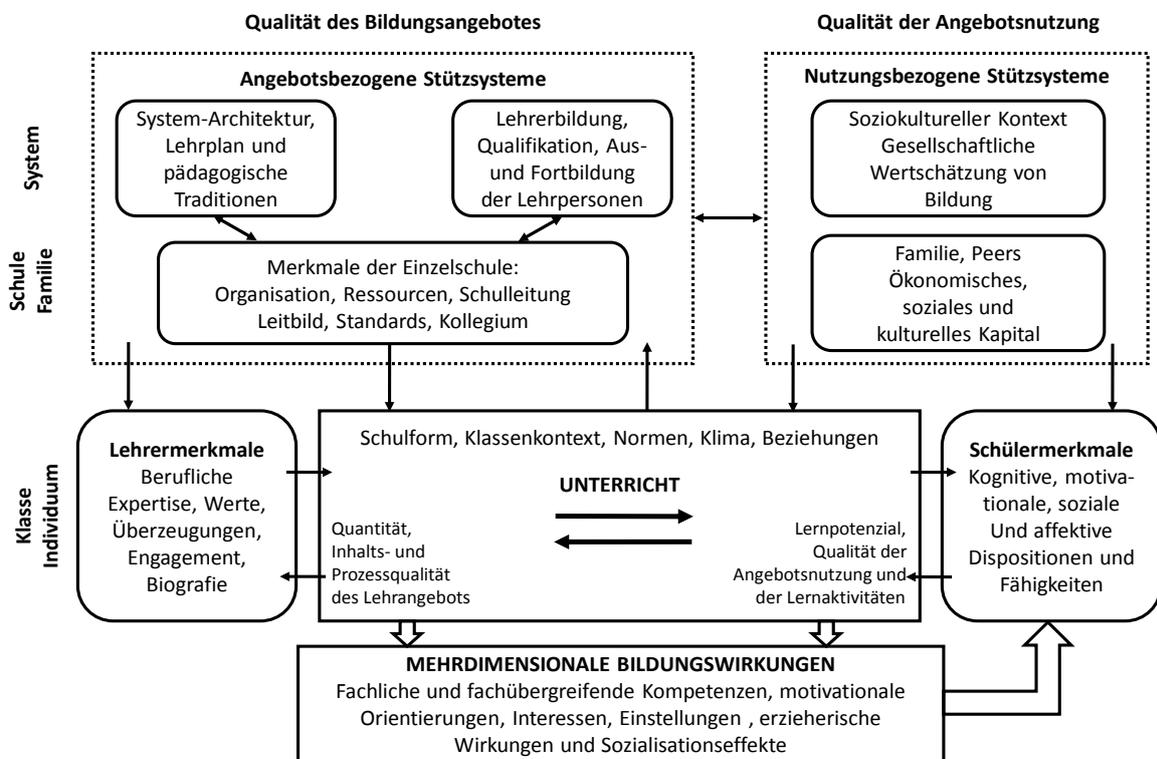


Abbildung 1: Angebots-Nutzungs-Modell des Unterrichts (Helmke 2009: 73)

In dem *systemischen Rahmenmodell von Unterrichtsqualität und -wirksamkeit* von Reusser und Pauli (2010: 18) sind bedeutende Elemente der Unterrichtsqualität in ähnlicher Weise dargestellt. Hier wird jedoch aus pädagogischer Sicht deutlicher, dass Wechselwirkungen zwischen dem Unterrichtsangebot und seiner Nutzung bestehen, während im Angebots-Nutzungs-Modell eine einseitige Beeinflussung der Lernaktivitäten durch das Unterrichtsangebot propagiert wird (vgl. Kohler & Wacker 2013: 250f). Beiden Modellen gemeinsam liegt die Auffassung zu Grunde, dass die Angebote von Lerngelegenheiten von den Lernenden aufgrund ihrer individuellen Kontextbedingungen auch individuell verschieden wahrgenommen und genutzt werden. Sie sind daher als ein Prozess-Mediations-Produkt-Modell konstruiert, dass „die verschiedenen Einflussfaktoren auf Angebots- und Nutzerseite ebenso wie die ko-konstruktiven Prozesse und Aktivitäten der Lernenden mitzubehringenden versucht“ (Reusser & Pauli 2010: 17).



**Abbildung 2: Systemisches Rahmenmodell von Unterrichtsqualität und -wirksamkeit (Reusser & Pauli 2010: 18)**

Die beschriebenen Kategorien sind dennoch aus fachdidaktischer Sicht zu wenig differenziert und es fehlt die Betrachtung fachspezifischer Prozesse, der Aufgabenkultur und des Umgangs mit Fehlern.<sup>6</sup> Die Fachdidaktik stellt Fragen nach der Effektivität und Effizienz fachbezogener Lernprozesse, etwa nach der Wirkung von

<sup>6</sup> Bisher wurden „Unterrichtsprozesse (...) eher selten unter fachdidaktischen Kategorien untersucht und auch nur selten die Mehrdimensionalität fachspezifischer Kompetenzen berücksichtigt“ (Lipowsky et al. 2005: 225; vgl. Tenorth 2012:27).

Lernhindernissen wie Rechenstörungen oder nach der Bedeutung von Alltagsvorstellungen. Aus der Betrachtung unterschiedlicher Modelle guten Unterrichts von Meyer (2004, allgemein-didaktisch), von Heymann (1996, allgemeinbildende Unterrichtskultur), aus dem SINUS-Projekt (1997, orientiert an der Lehr-Lernforschung)<sup>7</sup> und von Blum und Biermann (2001, fachspezifischer Kriterienkatalog) leiten Barzel, Holzäpfel, Leuders und Streit einen eigenen eher fachdidaktischen Kriterienkatalog ab. Diesen bezeichnen sie mit dem aus den Kriterien gebildeten Akronym FÜVVVAS (Barzel et al. 2011: 18-25).

Kriterien	Prüffragen
Fachlichkeit	Spielen fachsprachlich präzise Begriffsbildungen und Formalisierungen eine angemessene Rolle? Haben fachliche Prozesse wie Problemlösen, Modellieren oder Argumentieren einen angemessenen Raum?
Überfachlichkeit	Haben personale und soziale Lernziele eine ausreichende Bedeutung? Erhalten Schülerinnen und Schüler beispielsweise genügend Verantwortung für das eigene Lernen? Lernen sie zu kooperieren und zu kommunizieren?
Verstehen	Werden tragfähige Vorstellungen der mathematischen Konzepte aufgebaut? Nutzt der Unterricht dazu geeignete Darstellungen? Stehen Prozesse echten Verstehens im Vordergrund und wird nicht nur mit Rezepten gearbeitet?
Vernetzung	Werden die Begriffe mit den bereits früher erarbeiteten tragfähig vernetzt? (vertikale Vernetzung) Werden die Inhalte mit Vorerfahrungen der Schüler aus ihrer Lebenswelt oder mit passenden Anwendungssituationen verknüpft? (horizontale Vernetzung)
Vielfalt	Sind die Lernangebote hinsichtlich der unterschiedlichen Lernstände und Fähigkeiten hinreichend differenziert? Ist die Offenheit gegenüber verschiedenen Lösungen oder Lösungswegen und der methodische Umgang damit angemessen berücksichtigt?
Authentizität	Sind die mathematischen Inhalte und Prozesse authentisch? Ist das vermittelte Bild von Mathematik und der Art und Weise wie Mathematik entsteht und angewendet wird, angemessen?
Sinnstiftung	Ist für die Schülerinnen und Schüler der Sinn der Tätigkeit ersichtlich? In Erarbeitungsstunden bedeutet das z.B.: Haben sie ein Ziel vor Augen, etwa das Lösen eines Problems? Erkennen Sie, wozu sie mathematische Begriffe oder Verfahren erarbeiten? In Übungsstunden bedeutet das z.B.: Ist transparent, wozu geübt werden soll? Ist der Lerngegenstand zudem inhaltlich und in seiner Darstellung motivierend? Greift er mögliche Schülerinteressen auf?

**Tabelle 2: Kriterien und Prüffragen für Unterrichtsqualität (Barzel et al. 2011: 26)**

<sup>7</sup> SINUS steht für „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“ (Prenzel et al. 2009: 7).

Die aktuelle empirische Unterrichtsforschung befasst sich besonders mit der Wirkung einzelner Qualitätsmerkmale des Unterrichts auf die beobachtbaren Lernerfolge der Lerngruppen. Meyer (2012b) sowie auch Köller und Möller (2012) berichten zum Stand der Lernforschung an Hand der Ergebnisse der Meta-Meta-Studie von Hattie (2009), die eine sehr große Zahl von 50000 Studien und damit Daten von insgesamt etwa 83 Millionen Schülerinnen und Schülern erfasst. Nach diesen Ergebnissen kann man einige besonders wichtige Kriterien für guten Unterricht identifizieren und sich auf sie konzentrieren, während man andere eher unbedeutende Kriterien zunächst ausklammern kann. So betrachtet Meyer (2012b: 22f; vgl. Reusser & Pauli 2010:19f) organisatorische Aspekte als eher äußere Kriterien („Oberflächenmerkmale“). Die einzelnen Ergebnisse sind aufschlussreich, so ist die Bedeutung der direkten Instruktion deutlich höher als manche Befürworter eines rein selbst gesteuerten Lernens behaupten (vgl. Felten & Stern 2012: 28-39), während die Klassengröße einen erstaunlich geringen Einfluss hat:

Akzeleration (ein leistungsstarker Schüler/eine Schülerin überspringt eine Klasse)	d = 0.68
Individuelle und gemeinsame <b>Leseförderung</b>	d = 0.67
Direkte Instruktion	d = 0.59
<b>Kooperatives</b> anstelle von konkurrenzorientiertem <b>Lernen</b>	d = 0.54
Konsequente <b>Klassenführung</b> (classroom management)	d = 0.52
<b>Kleingruppenarbeit</b>	d = 0.49
„ <b>enrichment</b> “ (leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler erhalten angepasste zusätzliche Lernangebote)	d = 0.39
Hoher Anteil echter Lernzeit (time on task)	d = 0.38
Inklusion	d = 0.28
Klassengröße	d = 0.21
Lernen in <b>jahrgangsgemischten Klassen</b>	d = 0.04
Häufiger <b>Schulwechsel</b> (der absolut gravierendste von Hattie erfasste Negativ-Effekt)	d = -0.34

**Tabelle 3: Oberflächen-Merkmale (Meyer 2012b: 22f)**

Entscheidend wichtiger erscheinen Merkmale der Tiefenstruktur des Unterrichts, die in einer zweiten Übersicht zusammengestellt sind (vgl. Reusser & Pauli 2010:19f):

<b>Glaubwürdigkeit</b> des Lehrers/der Lehrerin bei den Schülern	d = 0.90
„ <b>formative assessment</b> “ (im Unterrichtsprozess gegebene Rückmeldungen an die Schüler)	d = 0.90
<b>Schülerdiskussionen</b> im Unterricht	d = 0.82
<b>Klarheit und Verständlichkeit</b> der Lehrperson	d = 0.75
regelmäßiges <b>Schüler-Feedback</b>	d = 0.75
<b>Reziprokes Lernen</b> (die Schüler helfen sich gegenseitig beim Lernen - also ungefähr dasjenige, was oben als kooperatives Lernen bezeichnet wurde)	d = 0.74

<b>Metakognition</b> (gemeinsames Nachdenken von Schülern und Lehrperson über den Lernprozess und Ursachen des Lernfortschritts)	d = 0.67
Gutes <b>Classroom-Management</b>	d = 0.59
<b>Herausfordernde</b> (an der oberen Kante des Leistungsvermögens angesiedelte) <b>Ziele</b>	d = 0.56
Einfluss des <b>Elternhauses</b> (home environment)	d = 0.52
<b>Erwartungshaltung</b> der Lehrperson	d = 0.43

**Tabelle 4: "Weiche" Variablen der Unterrichtsqualität (Meyer 2012b: 22f)**

Meyer resümiert, dass etwa 30 Prozent des unterrichtlichen Lernerfolgs der Schülerinnen und Schüler auf die Qualität des Unterrichts und auf die Professionalität des Lehrerhandelns zurückzuführen seien, während etwa die Hälfte dem Lernpotenzial der Schülerinnen und Schüler zuzuschreiben sei. Dabei betont er die entscheidende Bedeutung eines „*sorgfältig und liebevoll gestalteten Lerngerüsts*“, das den Lernprozessen besonders bei anspruchsvollen Aufgaben eine Struktur gibt (Meyer 2012b: 23).

Aus kulturanalytischer Perspektive ist es gewünscht, Praktiken für erfolgreichen Unterricht zu identifizieren, also reguläre, geordnete und sich wiederholende Handlungsweisen. Diese umfassen mehr als eine punktuelle Handlung, da sie von verschiedenen Subjekten im Handlungsfeld getragen werden und eine typisierte, von Kriterien angeleitete Aktivität darstellen. Sie stellen also einen „*Komplex von Wissen und Dispositionen [dar], in dem sich kulturelle Codes ausdrücken*“ (Bennewitz 2011: 194). Diese Praktiken sollen unter möglichst genauer Einbeziehung ihrer Kontextbedingungen abgebildet werden.

Die Forschung zu den unterrichtsbezogenen Überzeugungen der Lehrkräfte weist eine große Vielfalt auf, obwohl es sich um ein schwer zugängliches, nicht leicht messbares psychologisches Phänomen handelt (Reusser et al. 2011: 489). Diesen „*Lehrer-beliefs*“ (Eichler 2007: 213) werden starke aber subtile Wirkungen auf die Handlungssteuerung im Unterricht in den drei Bereichen epistemologische, personenbezogene und kontextbezogene Überzeugungen zugeschrieben, es handelt sich aber im Grunde um ungeprüfte Annahmen.<sup>8</sup> Die angenommene Brückenfunktion zwischen Vorstellungen und Unterrichtsgestaltung muss noch untersucht werden (Oser 2011: 594), es wird jedoch angenommen, dass die Überzeugungen durch ihre Integration in situationsspezifische Handlungsrouninen wirksam werden (Reusser et al. 2011: 490). Diese Überzeugungen werden als ein Ergebnis der individuellen „*mathematischen Sozialisation*“ der Lehrkräfte bezeichnet. Sie wirken sich erheblich auf die mathematikbezogenen Überzeugungen von Schülerinnen und Schülern aus und stellen einen „*Filter hinsichtlich des Betriebens von Mathematik und der Aufnahme von Mathematik*“ dar (Eichler 2007: 213).

---

<sup>8</sup> Für lerntheoretischen Überzeugungen von Mathematiklehrkräften konnten Einflüsse auf die Leistungen der Schülerinnen und Schüler nachgewiesen werden (Dubberke et al. 2008).

Insgesamt zeigt sich die Bildungsforschung als vielseitiges „*interdisziplinäres Forschungsfeld*“, deren zentrale Herausforderung im Bereich der Integration fachdidaktischer Forschungsansätze gesehen wird (Schwippert 2012: 104). Sowohl erhoffte Synergieeffekte als auch die Bereicherung der Forschungsperspektiven um fachdidaktische Aspekte und verschiedene methodische Zugänge versprechen eine erfolgreiche Weiterentwicklung der Bildungsforschung. Dabei ist es notwendig, die Vorteile der unterschiedlichen Vorgehensweisen zu nutzen, aber jeweils die „*Reichweite von Befunden*“ konstruktiv einzuschätzen (vgl. Schwippert 2012: 104-107). Ein solches Vorgehen wird als eklektisch bezeichnet: Nach der Prüfung verschiedener Ergebnisse und Positionen in einem Prozess des Verstehens und der argumentativen Abwägung werden diese integriert (Synthese), verbunden (Reduktion; Addition) oder nebeneinander gestellt (Koexistenz). Dabei sind auch Mischformen der Zusammenführung möglich. Werden für den argumentativen Prozess Qualitätskriterien wie Plausibilität, Widerspruchsfreiheit, Angemessenheit und Stimmigkeit beachtet, so kann eine solche Forschungsmethode im Bereich pädagogischer Fragen als wissenschaftlich gelten (Zierer 2009).

In dieser Arbeit soll die Forderung von Tenorth (2012: 26) im Mittelpunkt stehen, ausgehend von der wichtigen Bedeutung der „*Weisheit des Akteurs*“, die Struktur dieses Wissens aufzuklären. So soll unter Betonung der Lehrerperspektive ein Beitrag zur fachdidaktischen Forschung für die Beantwortung der drängenden Fragen nach der fachspezifischen Unterrichtsqualität geleistet werden (vgl. Kapitel 1). In der Vergangenheit haben sich Ansätze, die vorrangig den Anwendungsbezug (vgl. Westermann 2011: 151f) oder die Problemorientierung (vgl. Schumann 2010) im Mathematikunterricht fokussierten, nicht als so Erfolg versprechend wie erhofft erwiesen und es hat sich gezeigt, dass auch formales Denken eine hohe Bedeutung hat (vgl. Bruder et al. 2008: 18ff). Dazu wird es allgemeiner auf eine gute Gewichtung pädagogischer und fachdidaktischer Aspekte ankommen (s. Kapitel 2.1).

Die zu Beginn der Untersuchungen formulierte Forschungsfrage lautet:

***Welche wesentlichen Merkmale kennzeichnen erfolgreichen Mathematikunterricht in Ganztagschulen?***

Dabei ist die aktuelle Entwicklung der Schullandschaft mit einer deutlichen Zunahme des Anteils der gebundenen Ganztagschulen ein wichtiger Anlass zu deren besonderen Berücksichtigung (vgl. Fischer 2012: 3f). Die mit dieser Frage verknüpfte Zielsetzung umfasst die Identifizierung und Zusammenstellung von Merkmalen erfolgreichen Mathematikunterrichts an Ganztagschulen aus der Betrachtung erfolgreicher Schulen. Damit ist insofern eine Vorläufigkeit dieser Fragestellung verbunden, als dass die Möglichkeit einer Erweiterung auf der Grundlage von Zwischenergebnissen der Untersuchung durchaus gewollt ist.

Dazu ist vorab zu klären, was „*erfolgreich*“ in diesem Zusammenhang bedeutet.<sup>9</sup> Erfolg kann die Zielqualität, die Prozessqualität oder die Ergebnisqualität betreffen (vgl. Barzel et al. 2011: 21f). Schnell wird jedoch der Qualitätsbegriff auf die Ergebnisse im Sinne des *outputs* reduziert, da sowohl die individuellen Zielsetzungen von Lehrkräften und Schülerinnen und Schülern als auch die Prozessqualität von außen nur schwer fassbar sind. Aussagekräftige, gute Ergebnisse können erzielt werden im Bereich zentraler Prüfungen (bundesweite Lernstandserhebungen LSE, zentrale Abschlussprüfungen ZP10, Zentralabitur), in Mathematik-Wettbewerben für Schülerinnen und Schüler (z.B. Bundeswettbewerb, Olympiade, A-lympiade / Wiskunde B-dag), bei Schulrankings (z.B. deutscher Schulpreis), bei Übergangsquoten der Abschlussjahrgänge in mathematische / naturwissenschaftlich / technische Berufsfelder oder Studiengänge oder durch die Zahl erfolgreicher Abschlüsse der Absolventen in mathematisch / naturwissenschaftlich / technischen Berufsfeldern oder Studiengängen. Die meisten dieser Daten sind zwar recht gut erfassbar, liegen jedoch für diese Untersuchung aus Gründen des Datenschutzes nicht vor. Die Gefahr, die jeweiligen Eingangsbedingungen der Lernenden außer Acht zu lassen, ist nicht zu unterschätzen. Gerechter wäre es daher, hier die Lernfortschritte vor dem Hintergrund der Eingangsvoraussetzungen<sup>10</sup> und der Umfeldbedingungen (z.B. „*sozio-ökonomischer Status*“, Unterstützung durch den Schulträger, Förderung durch Firmen/Eltern/ etc.: „*Drittmittel*“) im Sinne eines „*outcomes*“ (vgl. Klieme & Rakoczy 2008) in den Mittelpunkt zu stellen. In jedem Fall können jedoch Kriterien, die die Erfahrung etwa im Ganztagsbetrieb erfassen, gut genutzt werden.

Zunächst sollen die verwendeten Begriffe *Guter Mathematikunterricht*, *Kompetenzen erfolgreicher Mathematiklehrkräfte* und *Elemente erfolgreichen Lehrerverhaltens im Mathematikunterricht* konzeptualisiert werden.

## 2.1 Guter Mathematikunterricht

Der Mathematikunterricht an Gymnasien war in seiner ursprünglichen Form geprägt von einer ablehnenden Haltung gegenüber Anwendungen oder gar einer Berufsorientierung. In seiner Rede „*Vom Zweck des Gymnasialunterrichts*“ formulierte Herder 1786 „*Menschen sind wir eher als wir Professionalisten werden! Von dem was wir als Menschen wissen [...] kommt unsere schönste Bildung und Brauchbarkeit für uns selbst her, noch ohne zu ängstliche Rücksicht, was der Staat aus uns machen*

---

<sup>9</sup> Während Egle darauf verweist, dass erfolgreicher Unterricht sowohl effektiv („*machen wir die Dinge richtig?*“) als auch sinnvoll („*machen wir die richtigen Dinge?*“) sein muss, wird in dieser Untersuchung in erster Linie die Effektivität betrachtet, was aber auch Sinnfragen und den Verstehensprozess als Voraussetzung für nachhaltiges Lernen umfasst (Egle 2011: 483f).

<sup>10</sup> „*Kognitive, sprachliche, mathematische und sozial-emotionale Kompetenzen*“ werden als Ergebnis aktueller Forschung als „*Prädiktoren späterer schulischer Leistungen*“ bezeichnet. Der Zeugnisnote im Fach Mathematik wird wegen der hohen prognostischen Validität im Zusammenhang mit Schullaufbahnentscheidungen eine bedeutende Rolle zugesprochen (Gut et al. 2012: 214, 219).

wolle“.<sup>11</sup> Später sprach auch Humboldt in seiner Bildungsreform dem Mathematikunterricht des Gymnasiums keine Anwendungsaspekte zu, sondern sah ausdrücklich nur die Behandlung mathematischer Operationen vor (Fuhrmann 2004: 34). Dieser überlieferte Anspruch an den Unterricht erklärt zumindest teilweise die Schwierigkeiten, den Mathematikunterricht entsprechend der Erkenntnisse der Unterrichtsforschung nachhaltig zu reformieren (Bonsen und Berkemeyer 2011: 734f; Barzel et al. 2011: 11-26; Bruder et al. 2008: 17; Blum et al. 2007: 18f; Ulm 2008: 11f).

Im Folgenden soll ein moderneres Bild von Mathematikunterricht beschrieben werden, das sich an dem Maßstab des standardorientierten Unterrichts nach Blum (Blum et al. 2007: 17) orientiert: *„Jede einzelne Unterrichtsstunde und jede Unterrichtseinheit muss sich daran messen lassen, inwieweit sie zur Weiterentwicklung inhaltsbezogener und allgemeiner Schülerkompetenzen beiträgt (...). Die wichtigste Frage ist nicht ‚Was haben wir durchgenommen?‘, sondern: ‚Welche Vorstellungen, Fähigkeiten und Einstellungen sind entwickelt worden?‘“*.

### 2.1.1 Elemente guten Mathematikunterrichts

Heymanns Fragen (2010) *„Was für einen Mathematikunterricht brauchen unsere Kinder und Jugendlichen?“* und *„Was ist guter Mathematikunterricht?“* führen zu seinen fünf Leitgedanken. Auf der Basis eines enttäuschenden Bildes von einer Gesellschaft, in der in weiten Teilen *„nicht einmal die grundlegenden mathematischen Kulturtechniken in ausreichender Weise“* (Heymann 2010: 6) zur Verfügung stehen, formuliert er aus der Sicht der Anforderungen für die Allgemeinbildung:

*Leitgedanke 1: Lebensnützliches Wissen und Können ernst nehmen*

*Leitgedanke 2: Mathematik als Teil unserer Kultur erfahren lassen*

*Leitgedanke 3: Mathematik mit der „übrigen“ Welt verbinden*

*Leitgedanke 4: Brücken zwischen alltäglichem und mathematischem Denken bauen*

*Leitgedanke 5: Fachliches und soziales Lernen miteinander verbinden  
(Heymann 2010: 6f)*

Ausgehend von diesen Grundsätzen sollen im Folgenden Merkmale eines Unterrichts beschrieben werden, die für ihre Umsetzung geeignet sind.

Übergeordnete Merkmalsdimensionen für guten Mathematikunterricht sind nach Klieme und Lipowsky (Klieme et al. 2006: 131):

1. Strukturierte, klare, störungspräventive Unterrichtsführung
2. Unterstützendes, schülerorientiertes Sozialklima

---

<sup>11</sup> Herder zitiert nach Fuhrmann (2004: 31f; vgl. Paulsen Enzyklopädisches Handbuch der Pädagogik, Abt. Bildung <sup>2</sup>1903: 660).

3. Kognitive Aktivierung (allgemein: diskursiver Umgang mit Fehlern; situativ im Fachkontext: herausfordernde offene Aufgaben im Mathematikunterricht)<sup>12</sup>

Allgemein wird kompetenzorientiertes Lernen betont, also Kompetenzen nachhaltig zu entwickeln und Basiskompetenzen zu sichern. Insbesondere geht es im Mathematikunterricht *„nicht nur um das Lösen von Aufgaben, sondern auch darum, Verständnis für mathematisches Arbeiten und mathematische Arbeitsmethoden zu wecken“* (Reiss et al. 2006: 194). *„Ausgehend von den Befunden zum Unterrichtsmanagement (...) gehen wir davon aus, dass v.a. eine störungspräventive Unterrichtsführung, ein angemessenes Unterrichtstempo und die Klarheit und Strukturiertheit bei der Stoff- und Aufgabendarbietung eine qualitätssichernde Bedeutung besitzen“* (Krauss et al. 2004: 37).

Aus fachdidaktischer Sicht sind der diskursive Umgang mit Fehlern und die herausfordernden offenen Aufgaben im Mathematikunterricht zu betonen. Weiter gehören natürlich die abgerufenen mathematischen Inhalte mit ihrem Schwerpunkt und mit ihren vernetzenden Aspekten sowie die Förderung der Problemlösekompetenzen zu den zentralen Bereichen. Die geschickte situative Anknüpfung an das Vorwissen der Schülerinnen und Schüler durch dessen gezielte Aktivierung erweist sich als sehr günstige Voraussetzung für das Verständnis. Im Bereich der Vermittlung werden unter der Maßgabe einer effektiven Lernsteuerung Elemente eigenverantwortlichen, kooperativen und individualisierten Lernens empfohlen. Dabei besitzt auch die direkte Instruktion in Abhängigkeit vom kontextspezifischen Vorwissen der Schülerinnen und Schüler eine hohe Bedeutung.<sup>13</sup> Die Komplexität der zu vermittelnden Kompetenzen legt die Arbeit mit Lösungsbeispielen, aber auch eine konsequente Kontinuität im Lernprozess im Sinne eines verteilten Lernens nahe. Sehr deutliche Effekte werden für rhythmisiertes Lernen etwa in der Form *„abgestuften, gestaffelten Übens“* im Vergleich zu *„geballtem Üben“* berichtet. Je komplexer und herausfordernder die Lernaufgabe ist, desto länger sollten die Pausen sein (Hattie et al. 2013: 220f).<sup>14</sup> Zur Unterstützung der effektiven Lernsteuerung werden prozessbegleitende kleine Tests befürwortet (Wellenreuther 2010:

---

<sup>12</sup> vgl. auch das Struktur- und Messmodell der Unterrichtsqualität in der COACTIV-Untersuchung (Kunter & Baumert 2011); Blum führt in einer eigenen Liste auch das Kriterium *fachlich gehaltvolle Unterrichtsgestaltung* auf, das Aspekte der allgemeinen mathematischen Kompetenzen einschließt (Blum 2007: 29). Oser bezeichnet die grundlegende Haltung, seine gesamten Aktivitäten darauf auszurichten, Lernende geistig zu aktivieren, also kognitiv zu aktivieren, als Referenz (Oser 2011: 596f).

<sup>13</sup> Eine zu deutliche Zurückhaltung der Lehrkraft im Lernprozess hat sich als wenig hilfreich für den Lernerfolg von Schülerinnen und Schülern herausgestellt, eine Unterstützung eigenverantwortlicher Arbeit durch gezielte klare Instruktionen ist dagegen sehr lernwirksam (Kirschner et al. 2006: 83f).

<sup>14</sup> Hattie berichtet jedoch, dass nach den Sommerferien besonders im Fach Mathematik und vor allem in höheren Klassenstufen *„erhebliche Zeit dafür aufgewendet werden muss, den vergangenen Stoff erneut aufzubereiten“* (Hattie et al. 2013: 96).

21). Ganz entsprechend fordern Neubrand, Jordan, Krauss, Blum und Löwen (2011) neben einer individuellen diagnosegestützten Förderung besondere Entwicklungsschritte bezüglich der eingesetzten Arbeitsaufträge sowohl in Lern-, als auch in Leistungsüberprüfungsphasen. Die erwartete Aufgabekultur betont kognitiv aktivierende, entwicklungsgemäße und verstehensorientierte Aufgaben gemäß eines eigens formulierten Aufgabenklassifikationsschemas. Dabei werden auch Modellierungsprozesse mit den Phasen der Mathematisierung der mathematischen Problemlösung und einer angemessenen Interpretation der Lösungen im Kontext hervorgehoben. Sie fordern eine gelungene Hausaufgabenpraxis, die von Regelmäßigkeit bei geringerem als dem bisher üblichen Einzelumfang geprägt ist, und bei der deren Kontrolle von Lehrkräften besonders unter didaktischen Aspekten erfolgt. Ergänzend soll eine eigenverantwortliche Lösungskontrolle durch die Schülerinnen und Schüler eingesetzt werden. Für die Leistungskontrollen ergeben sich auch deutliche Anteile verstehensorientierter Aufgaben und eine situative Anpassung der Anforderungen an den unterrichtlichen Kontext, etwa hinsichtlich der besonderen Bedingungen der Lerngruppe und individueller Schülerbedürfnisse (vgl. Blum et al. 2011: 339f).<sup>15</sup>

Gerade im Bereich der situativen Berücksichtigung der Lernvoraussetzungen ist die Qualität der unterrichtlichen Kommunikation von hoher Bedeutung. Es ist also wichtig, kommunikationsintensives Mathematiklernen konsequent zu fördern. Während das reine Trainieren von Standardverfahren kaum Kommunikationsanlässe bietet, bieten sich im Gegensatz dazu Phasen des Erkundens, des Sammels und Vergleichens sowie des Anwendens mathematischer Konzepte sehr gut an. Passende Aufgaben dazu sollten hinreichend anspruchsvoll und komplex sowie in einer Weise herausfordernd sein, dass die Lernenden einen Sinn in deren Bearbeitung erkennen. Sie sollten vielfältige Lösungswege auch auf unterschiedlichem Niveau zulassen, aber gleichzeitig auf Vorstellungen und Darstellungen als zentralem Bestandteil mathematischen Denkens fokussieren. Klassengespräche sollten konsequent diskursiv geführt werden, alle Beteiligten sollten also auf Suggestivfragen verzichten, möglichst genaue Formulierungen verwenden und sich dabei auf die Beiträge der Anderen beziehen. Kriterien für einen kommunikationsintensiven Mathematikunterricht sind demnach die Quantität der breiten Aktivierung der Lernenden, die Qualität der Gesprächsinhalte im Hinblick auf ihren mathematischen Gehalt und ihre Authentizität, sowie die Variation der Kommunikationsformen über die unterschiedlichen Lernsituationen hinweg (Fröhlich & Prediger 2008). Besonders das dialogische Lernen nach Gallin und Ruf (1998a; 1998b) bietet hier eine Perspektive, „*Mathematik als lebendiges und kommunikatives Handlungsfeld erfahrbar zu machen*“ (Gallin & Hussmann 2006: 1; Gallin 2010).

---

<sup>15</sup> Besonders in Folge der Umsetzung der Inklusion könnte eine individuell gewährte Verlängerung der Arbeitszeit in schriftlichen Leistungsüberprüfungen sinnvoll sein.

## Die Motivation

Aus vielen Studien zur Wirksamkeit von Unterricht darf man von einer anerkannt hohen Bedeutung der Motivation der Schülerinnen und Schüler für den Unterrichtserfolg ausgehen. Es ist wissenschaftlich belegt, dass diese besser lernen, wenn

- ...Lehrer/innen anspruchsvolle Ziele für alle verfolgen
- ...kontinuierliche Erfolgserfahrungen gemacht und Frustrationen vermieden werden.
- ...die Lehrkraft als motivierend, anregend, stimulierend erlebt wird und ihr das Fach erkennbar Spaß macht.
- ...Fragen in eine angemessene Schwierigkeitszone zwischen Unter- und Überforderung fallen.
- ...es eine ausgewogene Mischung von ‚low-level‘ und ‚high-level‘ Fragen gibt.
- ...alle Schüler gleichermaßen in Frage-Antwort-Sequenzen einbezogen werden.
- ...Schüler bei schwierigen Fragen ermuntert werden, Nachfragen zu stellen oder Hilfe zu erbitten
- ...nach richtigen Antworten immer Feedback erfolgt, wohingegen Lob sorgfältig dosiert werden muss.
- ...der richtige Anteil der Antwort gewürdigt wird und hilfreiche Hinweise für Verbesserungen folgen und
- ...relevante Schülerbeiträge auf- und ernst genommen werden (Helmke 2003: 63-64; vgl. auch Klieme et al. 2006: 142f).

In Konzepten der Motivationsforschung nach McClelland wird neben die überdauernden basalen Motive einer Person (*implicit motives*) ein motivationales Selbstbild (*self-attributed motives*) als unabhängige zweite Steuergröße des motivierten Verhaltens gestellt. Als Kern jedes basalen Motivs werden spezifische Affekte (beispielsweise Stolz oder ein Gefühl der Stärke) angesehen, die etwa beim Leistungsmotiv mit der Belohnungs- und Verstärkungswirkung der Ausschüttung von Neurohormonen verknüpft sind (Rheinberg & Vollmeyer 2012: 195ff). Auf der beschriebenen Basis wird die Notwendigkeit einer motivationalen Kompetenz postuliert, die dem Einzelnen effizientes Handeln ohne ständige Willensanstrengung erlaubt, indem sie aktuelle Situationen mit den eigenen Tätigkeitsvorlieben in Einklang zu bringen vermag. Als entscheidende Voraussetzungen werden aufgeführt:

- Ein zutreffendes Bild von den eigenen basalen Motiven bzw. den damit verknüpften Tätigkeitsvorlieben (zentrale Komponente).
- Die Fähigkeit, anstehende Handlungssituationen anreizseitig im Vorhinein beurteilen und gegebenenfalls mit motivpassenden Anreizen anreichern zu können.

- Das Wissen, wie man sein eigenes Leistungshandeln durch richtige Zielsetzung, Anreizanreicherung und Situationsgestaltung effizient und freudvoll realisieren kann (vgl. Rheinberg & Vollmeyer 2012: 209).<sup>16</sup>

Motivieren im Unterricht bedeutet nach Helmke (2003; 2009), hohe Anreizwerte durch die Vermittlung der Unterrichtsinhalte als lebendiges und interessantes Gebiet zu schaffen. Für das Fach Mathematik konkretisiert er dies etwa an den Beispielen authentischer Aufgaben und Situationen, alltagsnaher Projekte und Anwendungen sowie innovativer Lehr-Lernarrangements. Er betont jedoch, dass die intrinsische und die extrinsische Motivation gleichermaßen wichtig für erfolgreiches Lernen in der Schule sind (Helmke 2003: 74; 2009: 216). Eine genauere Betrachtung der unterschiedlichen Motivationsformen nach dem Grad der wahrgenommenen Selbstbestimmung ergibt nach Deci und Ryan (1993) eine Abstufung von der fehlenden Regulation bei der Amotivation über die externale, die introjizierte, die identifizierte sowie die integrierte Regulation bei der extrinsischen Motivation bis zur intrinsischen Regulation. Die Stufen der identifizierten, der integrierten und der intrinsischen Regulation repräsentieren eine fortgeschrittene Internalisierung der Handlungsregulation. Untersuchungen belegen, dass diese Motivationsformen beispielsweise deutlich zu „*größerer Anstrengung*“, „*besserer Konzentration*“, „*positiveren Emotionen im Zusammenhang mit Schule und Lernen*“ und „*optimistischeren Perspektiven*“ beitragen (Buff et al. 2010a: 258). Besonders bezüglich verstehensorientiertem Lernen werden auch bessere Leistungen beobachtet, die sich gerade auch in der Form größeren Engagements zeigen (Buff et al. 2010a: 259).

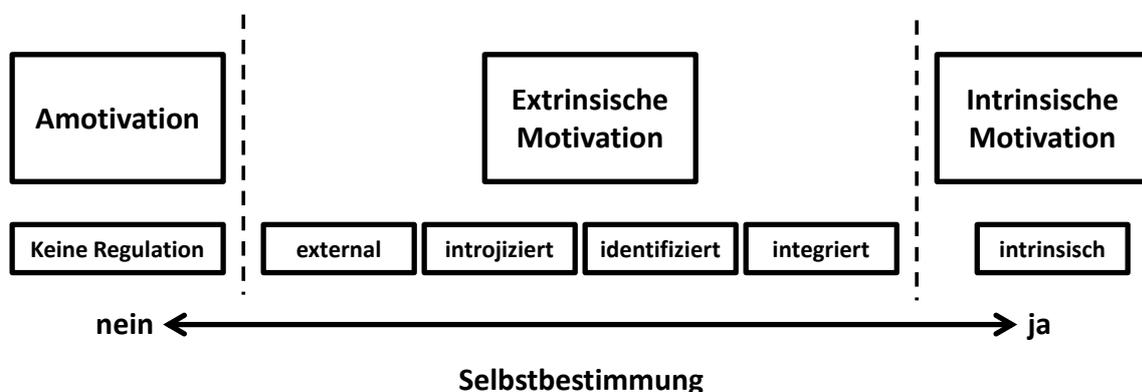


Abbildung 3: Motivationsformen, Regulationsstile und erlebte Selbstbestimmung (Buff et al. 2010a: 257)

Für einen motivationsfördernden Unterricht werden Maßnahmen zur Autonomieunterstützung (etwa Wahlmöglichkeiten<sup>17</sup>), zur Kompetenzunterstützung (etwa

<sup>16</sup> Rheinberg verweist auch auf die nach Kuhl besonders für Selbstkontroll- und Selbstregulationsprozesse notwendige volitionale Kompetenz (Rheinberg & Vollmeyer 2012: 211f).

<sup>17</sup> Berichte zum Biologieunterricht belegen, dass relevant empfundene Wahlmöglichkeiten wirksam für die Motivation werden. Die Wahl muss aber „*die Interessen der Wählenden berühren und die Optionen müssen in ihrer Attraktivität variieren*“ (Meyer-Ahrens & Wilde 2013: 68).

informierendes Feedback), zur sozialen Einbindung (etwa kooperatives Arbeiten), zur inhaltlichen Relevanz des Stoffes (etwa Anwendungsbezüge und Vernetzung), zur Instruktionsqualität (etwa klare Strukturierung und Verständlichkeit) und zum inhaltlichen Interesse der Lehrenden (etwa Engagement bei der Stoffvermittlung) empfohlen (Buff et al. 2010a: 259f; vgl. Klieme et al. 2006: 142). Dabei sollten Lehrkräfte den Internalisierungsprozess bei ihren Lernenden unterstützen, ohne unrealistische Zielvorstellungen eines längerfristig ausschließlich intrinsisch motivierten Lernens zu verfolgen. Ebenso müssen sie auf eine langfristige Entwicklung der motivationalen Orientierung in Richtung größerer Selbstbestimmung statt auf kurzfristige Erfolge setzen (Buff et al. 2010a: 273f).

Nach den Kernlehrplänen Mathematik für die Sekundarstufe I in Nordrhein-Westfalen wird gefordert, dass Schülerinnen und Schüler „*die Mathematik als intellektuelle Herausforderung und als Möglichkeit zur individuellen Selbstentfaltung und gesellschaftlicher Teilhabe*“ erleben. Dabei sollen sie lernen, „*Verantwortung für das eigene Lernen zu übernehmen und bewusst Lernstrategien einzusetzen (selbst gesteuertes Lernen als Voraussetzung für lebenslanges Lernen)*“ (Ministerium für Schule und Weiterbildung -NRW 2007: 11). Dies belegt die Notwendigkeit, gerade im Mathematikunterricht ein möglichst hohes Maß an intrinsischer Motivation anzustreben, andererseits aber auch extrinsische Motive zu achten, da die Schülerinnen und Schüler sich im Sinne einer mathematischen Grundbildung (*mathematical literacy*) auch mit Sachverhalten auseinandersetzen müssen, die ihnen zunächst nicht interessant erscheinen oder mit denen sie sich voraussichtlich niemals vertiefend beschäftigen werden. Dennoch ist auch für die Aneignung solcher Inhalte Gründlichkeit und Anstrengung, Aushalten von Belastungen und Überwinden von Widerständen erforderlich (Buff et al. 2010a:272f). Bezogen auf die Wirksamkeit der Motivierung im Unterricht weist Helmke (2003: 75; 2009: 204, 386) auf die hohe Bedeutung des Merkmals *Passung von Anforderungen und Voraussetzungen* hin, was eine angemessene Schwierigkeit (Vermeidung von Über- und Unterforderung) und ein angemessenes Unterrichtstempo beinhaltet.<sup>18</sup>

Zusammenfassend lässt sich die Folgerung Helmkes (2003: 66) „*Lernen erfolgt effizienter, wenn es durch Interesse an den Lerninhalten gestützt und durch selbst wahrgenommene Lernfortschritte stimuliert wird (intrinsisch motiviertes Lernen)*“ leicht nachvollziehen und unterstützen. Als bedeutsame Faktoren für die Motivierung nennt er

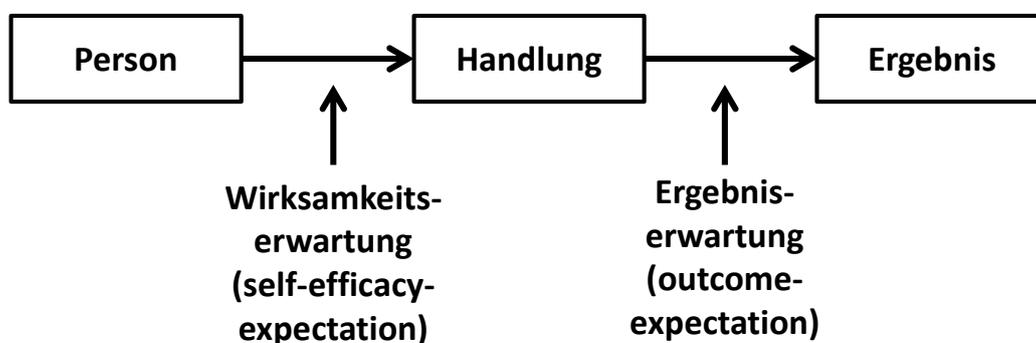
- Bedeutungsvolle Lerninhalte
- Bekannte Erwartungen und Ziele
- Vermeidung von Leistungsangst
- Interesse und Neugier wecken
- Bekräftigung und Verstärkung

---

<sup>18</sup> Die Passung zwischen Fähigkeit und Anforderung ist eine wichtige Komponente des Flow-Erlebens (Rheinberg & Vollmeyer 2012: 154).

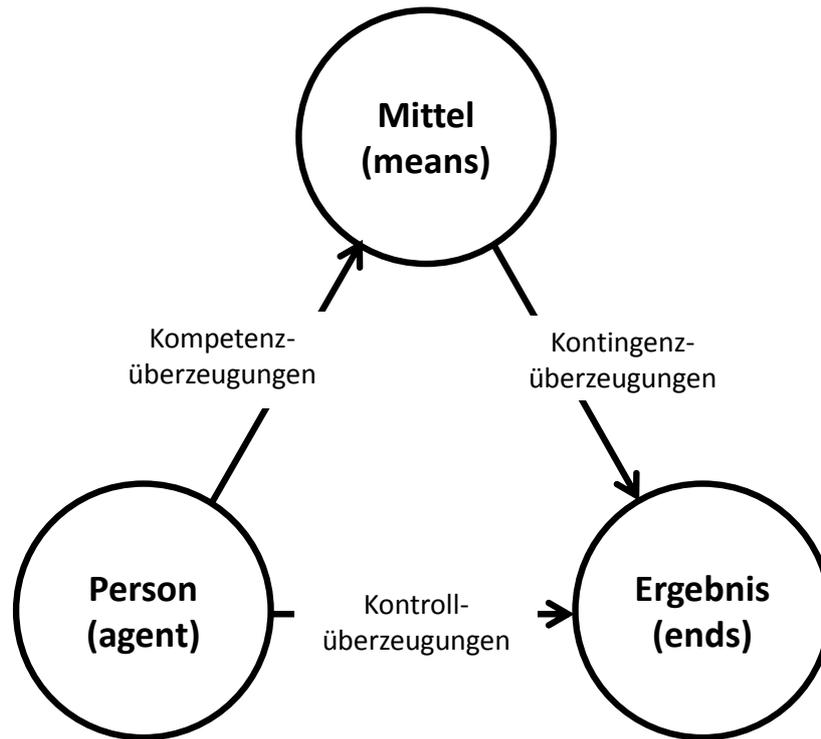
- Positives Sozialklima in der Klasse (vgl. Helmke 2003: 126)

In der Folge eines entsprechenden Unterrichts gelingt es durch die Erfahrungen der Selbstwirksamkeit, die Selbstwirksamkeitserwartung bis hin zu einer situativen Selbstwirksamkeitsüberzeugung zu vermitteln und damit die Leistungsentwicklung in den Lerngruppen zu unterstützen (Helmke 2009: 247; Schukajlow & Krug 2012). „Das Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten, der Glaube daran, etwas erreichen zu können, stellt eine der wichtigsten Voraussetzungen für erfolgreiches Lernen dar“ (Buff et al. 2010b: 279). Nach Bandura werden für Erfolgserwartungen zwei Erwartungskomponenten unterschieden, einerseits muss man glauben, dass eine Handlung zu einem gewünschten Ergebnis führt, dann muss man aber auch überzeugt sein, diese Handlung ausführen zu können (Rheinberg & Vollmeyer 2012: 137ff):



**Abbildung 4: Unterscheidung von Wirksamkeits- und Ergebniserwartung (Rheinberg & Vollmeyer 2012: 139)**

„Leistungsbezogenes Selbstvertrauen“ als umgangssprachliche Bezeichnung für Kontrollüberzeugung bezogen auf leistungsbezogenes Verhalten im Fach Mathematik meint die generalisierte Erwartung erfolgreicher Ergebnisse etwa in Form von Mathematiknoten. Erwartungen sind dagegen eher auf spezifische Situationen bezogen, also beispielsweise auf das Resultat eines bestimmten Mathematiktests. Werden positive Erwartungen wiederholt bestätigt, so kann sich eine entsprechende Kontrollüberzeugung ausbilden. Nach Skinner (1996) werden für den Aufbau der Kontrollüberzeugungen Kompetenz- und Kontingenzüberzeugungen erforderlich. Kompetenzüberzeugungen entsprechen den Selbstwirksamkeitsüberzeugungen (*self-efficacy-expectations*), während Kontingenzüberzeugungen nahezu der generalisierten Form der Ergebniserwartungen (*outcome-expectations*) gleichkommen. Sie „sind häufig, jedoch keineswegs immer positiv miteinander korreliert“, so treten positive Einschätzungen zur Kompetenz und zur Kontingenz in der Regel ebenso gleichzeitig auf, wie negative (Buff et al. 2010b: 280ff).



**Abbildung 5: Kompetenz-, Kontingenz- und Kontrollüberzeugungen nach Skinner (1988) (Buff et al. 2010b: 282)**

Das Selbstvertrauen hat sich als eine besonders wichtige Voraussetzung für schulische, insbesondere kognitive Leistungen erwiesen, gleichzeitig wirken positive Lernergebnisse verstärkend für das Selbstvertrauen. Es wirkt sich in vielfältiger Form aus: in „*erfolgsorientierter Zuversicht*“, in Form „*einer günstigeren Lernmotivation*“, in abnehmenden „*lernhemmenden Emotionen*“, in der „*Wahl herausfordernder schwieriger Aufgaben*“, in „*zielbezogenerem Handeln*“, in vermehrter ausdauernder Anstrengung, in „*einer effektiveren Selbstregulation*“ und in „*lernförderlichen Attributionen von Lernergebnissen*“ (Buff et al. 2010b: 284f). Die Selbsteinschätzungen der Lernenden weisen sogar ein „*bemerkenswert hohes Maß an Vorhersagbarkeit bezüglich der Leistungen in der Klasse*“ auf (Hattie et al. 2013: 52, 56). Neben dem Selbstvertrauen ist auch ein Anreiz etwa durch die erwarteten positiven Folgen des Handlungsergebnisses für die Motivation erforderlich. Dies wird in Erwartungs-Wert-Modellen der Motivation abgebildet:

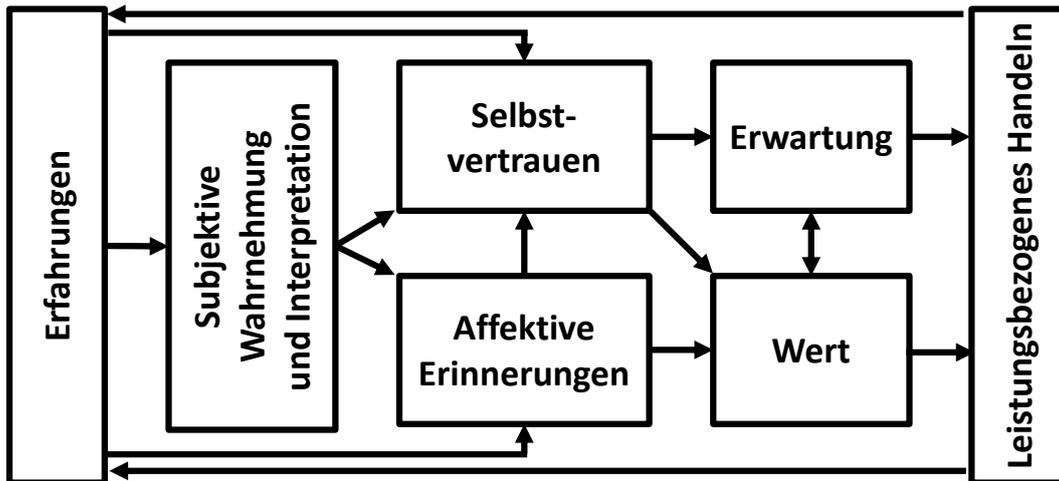


Abbildung 6: Grundidee des Expectancy-Value Model of Achievement Motivation (Buff et al. 2010b: 287)

Ein Unterricht, der aus der Sicht der Schülerinnen und Schüler durch Schülerorientierung, angemessene Handlungsspielräume und kognitive Aktivierung gekennzeichnet ist, trägt dazu bei, dass die Lernenden mehr Selbstbestimmung und Selbstverantwortung erleben, sich in der Folge aktiver und reflektierter an den Lernprozessen beteiligt fühlen und den Unterricht als ihren Fähigkeiten angemessener erleben. Es wird erwartet, dass dies ein realistisches Selbstvertrauen und die Motivation der Lernenden bestärkt und sich in einem leistungsbezogeneren Verhalten auszahlt (Buff et al. 2010b: 290, 302f; Hattie et al. 2013: 56f, 196f).

### Die kognitive Strukturierung und die kognitive Aktivierung

Im allgemeineren Konstrukt der kognitiven Strukturierung sehen Einsiedler und Hardy (2010) den im Vergleich zur kognitiven Aktivierung umfassenderen Begriff, mit dem es in Teilen auch zu Überschneidungen kommt. Die kognitive Strukturierung umfasst neben Strukturierungsmaßnahmen für den Unterrichtsinhalt dessen didaktisch sinnvolle Sequenzierung sowie prozessuale Aspekte der Unterrichtsgestaltung, besonders „*individuell adaptive didaktische Maßnahmen*“. Diese Lernunterstützungen sind etwa in Form eher statischer Hilfen wie der Nutzung von Lernmaterial oder auch als dynamische Hilfen in Form „*kognitiv strukturierender Äußerungen*“ möglich (Einsiedler & Hardy 2010: 200). Diese Maßnahmen zielen besonders darauf, die Aufmerksamkeit der Lernenden auf die „*relevanten Begriffe, Größen und Beziehungen*“ zu lenken sowie die Art und das Niveau der inhaltlichen Beiträge positiv zu beeinflussen (Ufer & Reiss 2010: 252f).

Dagegen ist die Nutzung des Begriffs kognitive Aktivierung eher auf das Fach Mathematik beschränkt und bezeichnet dort Lernangebote, die die unterschiedlichen Lernvoraussetzungen berücksichtigen, auf dieser Basis die Lernenden zu individuell „*anspruchsvollen und auf das Kompetenzziel fokussierenden kognitiven Tätigkeiten*“ anregen sowie „*die Lernzeit hinsichtlich der zu fördernden Kompetenzfacette*“ ausschöpfen (Leuders & Holzäpfel 2011: 216). Dazu gehören „*Kognitiv aktivierende Aufgaben bei der Einführung eines neuen Sachverhalts und beim Üben*“, die „*Diskursive Behandlung unterschiedlicher Schülerlösungen*“, die „*Selbstständigkeit*

und Begründungspflicht beim Bearbeiten von Aufgaben“ (Dubberke et al. 2008: 197) und auch der kognitiv aktivierende Umgang mit Hausaufgaben. Eine entsprechende Hausaufgabenkultur ist durch herausfordernde Aufgabenstellungen und einen diskursiven wertschätzenden Umgang mit Fehlern gekennzeichnet (Klieme & Rakoczy 2008: 231; vgl. Wellenreuther 2013b).

Die kognitive Strukturierung kann durch konkretisierende oder strukturierende Lernhilfen erfolgen. Dabei dienen die ersteren der Anknüpfung an das Vorwissen oder der Vorbereitung zentraler Begriffe und damit der „*integrierenden Informationsverarbeitung*“, während die zweiten „*begriffliche Relationen und Zusammenhangswissen in der Sachstruktur*“ aufzeigen und auf diese Weise die organisierende Informationsverarbeitung unterstützen (Einsiedler & Hardy 2010: 205). Alle strukturierenden Maßnahmen zur Unterstützung der Lernenden, die es ihnen ermöglichen sollen, Aufgaben zu bewältigen, die sie ohne diese Hilfen noch nicht bewältigen können, werden unter dem Begriff ‚*Scaffolding*‘ zusammengefasst (Kleickmann et al. 2010b: 211; Helmke 2009: 208). Solche Maßnahmen werden im Anschluss an Mayer (2004) eingesetzt, um Überforderungen der Lernenden in der Folge eines zu hohen Anteils an Selbststeuerung entgegenzuwirken.<sup>19</sup> Die Lernwirksamkeit solcher Hilfen hängt damit auch vom Grad ihrer adaptiven Anwendung ab, also der situativen Berücksichtigung individueller Lernvoraussetzungen und des jeweiligen mathematischen Inhalts.<sup>20</sup> Dies schließt auch den schrittweisen Abbau der Hilfestellungen im Zuge der individuellen Lernfortschritte ein, der auch als ‚*Fading*‘ bezeichnet wird (Kleickmann et al. 2010b: 212; Helmke 2009: 208). Insgesamt hilft eine stärkere Strukturierung, die Aktivitäten der Lernenden „*in eine produktive d.h. kognitive Richtung zu lenken*“. Insbesondere werden für die strukturierende Unterstützung leistungsschwächerer Schülerinnen und Schüler positive Effekte bezüglich der Motivation und des konzeptuellen Verständnisses berichtet (Rakoczy et al. 2010: 233f). Andererseits zeigt sich, dass die Leistungen der Lernenden umso besser sind „*je höher ihr Vorwissen ist, aber auch je leistungsstärker die Klasse ist, in der sie unterrichtet werden*“. So führt die kognitive Aktivität „*vor allem bei den leistungsstärkeren Lernenden zu einer positiven Lernentwicklung*“ (Rakoczy et al. 2010: 242f). Während strukturierende Maßnahmen einerseits vor allem kognitive Aktivität der Leistungsschwächeren zu initiieren vermögen, können in erster Linie die Leistungsstärkeren von dieser kognitiven Aktivität profitieren. Erst genauere Analysen zu Details der kognitiven Prozesse versprechen Aufschluss

---

<sup>19</sup> Die Vorstellung, jegliches konzeptuelles Verständnis durch praktisches Handeln von Schülerinnen und Schülern erreichen zu können, hat Mayer als „*constructivist teaching fallacy*“ bezeichnet (Mayer 2004: 15).

<sup>20</sup> Vor allem in der Chemie-Didaktik werden gestufte Lernhilfen diskutiert, die zunehmend auch im Mathematikunterricht eingesetzt werden. Man unterscheidet lernstrategische, inhaltsstrategische, inhaltliche Hilfen von Hilfen in Form eines Lexikons. Gerade lernstrategische und inhaltsstrategische Hilfen unterstützen die Selbsttätigkeit der Lernenden (vgl. Fach et al. 2007: 234).

über Unterschiede in der Qualität der beobachtbaren Aktivität (Rakoczy et al. 2010: 243f).

Nach Klieme (2007: 81) leistet kognitiv aktivierender Unterricht nicht nur die Bereitstellung von Gelegenheiten für die Schülerinnen und Schülern, die zentralen Konzepte, Regeln und Grundsätze des Faches in aktiver geistiger Auseinandersetzung mit dem Gegenstand zu rekonstruieren, sondern fordert auch erfolgreich dazu heraus.

*Ein solcher Unterricht wird Gelegenheit zu Exploration und Diskussion geben, dabei aber Orientierungshilfen geben; er wird die Schülerinnen und Schüler zur Formulierung von Hypothesen und Argumenten herausfordern, er wird unterschiedliche Lösungswege wertschätzen und Fehler als Lerngelegenheiten wahrnehmen. Er kann verstärkt selbstständige Lernformen (Gruppenarbeit, Projekte, Wochenplan u.a.m.) verwenden, muss dies aber nicht: Im Vordergrund steht nicht die Selbstständigkeit des Lernenden an sich, sondern die vertiefende Erschließung des Gegenstandes, für die gerade auch das fragend-entwickelnde Gespräch geeignet ist, wenn es nicht – wie in der Praxis sehr häufig zu beobachten – auf eine eng vorgeplante, kurz getaktete Serie von Faktenfrage reduziert wird. (Klieme 2007, S. 81)*

In der Unterrichtsforschung existieren unterschiedliche Operationalisierungen der kognitiven Aktivierung: Neben der Erfassung über Merkmale der eingesetzten Aufgaben (beispielsweise Neubrand et al. 2011) werden beobachtbare Unterrichtsmerkmale (Pauli et al. 2008) oder auch Wahrnehmungen von Lehrkräften oder auch Schülerinnen und Schülern (Kunter et al. 2005: 506; Rakoczy et al. 2010: 231) genutzt. Die Vorgehensweise anhand von Aufgabenmerkmalen oder Befragungen von Lehrkräften und Schülerinnen und Schülern ist aus unterschiedlichen Gründen nicht unproblematisch, daher sollten „videobasierte Ratinganalysen“ vorgezogen oder auch ergänzend eingesetzt werden (vgl. Rakoczy et al. 2010)<sup>21</sup>. Von weiteren Ergänzungen durch fachdidaktische Aspekte wird eine Vervollständigung der Konzeptualisierung erwartet, dabei sollen auch die jeweiligen Lernziele und die Lernvoraussetzungen einbezogen werden. Leuders und Holzäpfel erläutern hierzu beispielhaft die kognitive Aktivierung beim Wissenserwerb und beim Strategieerwerb sowie die Aktivierung von Überzeugungen und geben als passende fachdidaktische Lehr-Lernkonzepte das Aktivieren von „Begriffsverständnis durch operatives Durcharbeiten“, von „Grundvorstellungen“ sowie von „mathematischen Problemlösefähigkeiten“ an (Leuders & Holzäpfel 2011: 214, 218ff). Dagegen betont Cohors-Fresenborg (2012: 147) die hohe Bedeutung diskursiver und metakognitiver Aktivitäten. Zu ihnen gehören Maßnahmen zur Verbesserung des Diskurses und Maßnahmen zur Planung von Problemlöseschritten (Planung), zur Überwachung des Problemlöseprozesses (Monitoring) und zur Kontrolle der Zwischen- und Endergebnisse (Reflexion). Nach Ufer und Reiss (2010: 250f) ist es ein

---

<sup>21</sup> Das kognitive Potenzial von Aufgaben garantiert noch nicht alleine die kognitive Aktivierung, die Einschätzungen der Beteiligten sind vom jeweiligen unterrichtlichen und außerunterrichtlichen Kontext abhängig (Leuders & Holzäpfel 2011: 214).