Wilhelm Rust

# Nichtlineare Finite-Elemente-Berechnungen mit ANSYS Workbench

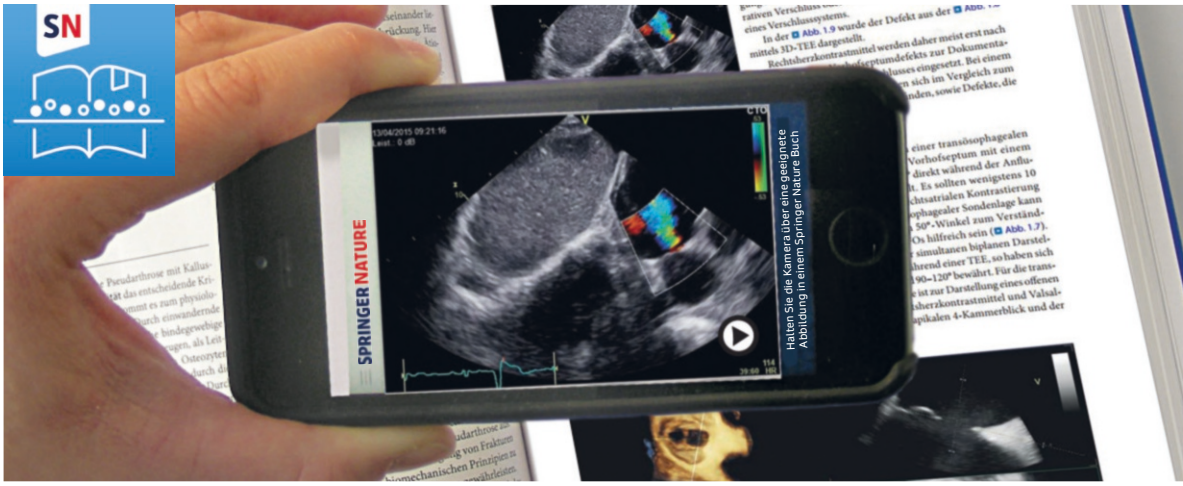
## Strukturmechanik: Kontakt, Material, große Verformungen

MOREMEDIA

Springer Vieweg

# Nichtlineare Finite-Elemente-Berechnungen mit ANSYS Workbench

SPRINGER NATURE springernature.com




# Springer Nature More Media App

ADVANCING DISCOVERY

## Videos und mehr mit einem „Klick“ kostenlos aufs Smartphone und Tablet

Kostenlos downloaden

- Dieses Buch enthält zusätzliches Online-material, auf welches Sie mit der Springer Nature More Media App zugreifen können.*
- Achten Sie dafür im Buch auf Abbildungen, die mit dem Play Button ▶ markiert sind.
- Springer Nature More Media App aus einem der App Stores (Apple oder Google) laden und öffnen.
- Mit dem Smartphone die Abbildungen mit dem Play Button ▶ scannen und los gehts.

*Bei den über die App angebotenen Zusatzmaterialien handelt es sich um digitales Anschauungsmaterial und sonstige Informationen, die die Inhalte dieses Buches ergänzen. Zum Zeitpunkt der Veröffentlichung des Buches waren sämtliche Zusatzmaterialien über die App abrufbar. Da die Zusatzmaterialien jedoch nicht ausschließlich über verlagseigene Server bereitgestellt werden, sondern zum Teil auch Verweise auf von Dritten bereitgestellte Inhalte aufgenommen wurden, kann nicht ausgeschlossen werden, dass einzelne Zusatzmaterialien zu einem späteren Zeitpunkt nicht mehr oder nicht mehr in der ursprünglichen Form abrufbar sind.

A60956

Wilhelm Rust

# Nichtlineare Finite-Elemente-Berechnungen mit ANSYS Workbench

## Strukturmechanik: Kontakt, Material, große Verformungen

Springer Vieweg

Wilhelm Rust
Hochschule Hannover
Hannover, Deutschland

ISBN 978-3-658-31420-0 ISBN 978-3-658-31421-7 (eBook)
https://doi.org/10.1007/978-3-658-31421-7

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Springer Vieweg


Lektorat: Eric Blaschke
Springer Vieweg ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH und ist ein Teil von Springer Nature.
Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

# Vorwort

Seit 1991 arbeitet der Verfasser mit ANSYS, von Anfang an mit nichtlinearen Anwendungen in der Strukturmechanik. Bald kam beim damaligen Arbeitgeber, der CADFEM GmbH, die Verantwortung für ein Seminar zu diesem Thema hinzu. Das erforderte Unterlagen für die Teilnehmer und der Plan wurde gefasst, daraus ein Buch zu machen. Das ist nie fertig geworden.

Der Verfasser wechselte 2003 als Professor für Simulationsverfahren im Maschinenbau zur Hochschule Hannover und lehrt dort seitdem u. A. Finite Elemente in unterschiedlichen Ausprägungen, verbunden mit Laboren, in denen die Studierenden unter Benutzung von ANSYS die Handhabung eines marktgängigen Programms und etwas über Eigenschaften der Methode lernen. War zunächst die Kommandosprache APDL Grundlage auch für den Einsatz in der Lehre, kam vor einigen Jahren die Benutzer-Oberfläche ANSYS Workbench ins Spiel. Mittlerweile kann man damit hervorragend ernsthafte nichtlineare FE-Analysen aufsetzen, durchführen und auswerten.

Davon handelt nun dieses Buch. Das soll natürlich nicht als vollständig gelten, dafür sind die Möglichkeiten zu vielfältig, es soll aber das Wichtigste dem Sinn nach erläutern, die Handhabung dazu beschreiben, Konvergenz und Nichtkonvergenz beleuchten und zur Interpretation der Ergebnisse beitragen. Theorie kommt vornehmlich in beschreibender Form vor; wer hier mehr wissen will, sei auf das ebenfalls in diesem Verlag erschienene Werk des Autors [8] verwiesen.

Die Erstellung dieses Buches zog sich über längere Zeit hin und wurde mit Revision 2019R3 zu Ende geführt. Einige der Menü-Abbildungen haben mittlerweile vielleicht eine andere Farbgebung, sollten inhaltlich aber weiterhin passen. Als Sprache wurde, passend zum Text, Deutsch und als Dezimalzeichen das Komma gewählt.

Die Beispiele sind allesamt klein, sodass sie auch mit einer Studentenversion bearbeitet werden können, vor allem aber, damit einzelne Effekte deutlich gezeigt werden können. Beispiel-Dateien sind im Internet auf SpringerLink (link.springer.com) verfügbar. In der industriellen Praxis erschweren die Modellgröße und besonders die Wechselwirkungen zwischen verschiedenen Einflüssen sicherlich die erfolgreiche Bewältigung der Berechnungsaufgaben zusätzlich.

Dank gilt Frau Klabunde, Herrn Zipsner und Herrn Blaschke vom Lektorat Maschinenbau des Springer-Vieweg-Verlages für die Betreuung bis zur Fertigstellung.

Langenhagen, im Frühjahr 2020 *Wilhelm Rust*

# Inhaltsverzeichnis

# Bezeichnungsweise

Formelzeichen sind mindestens bei ihrem ersten Auftreten im Text erklärt.

FE ist die Abkürzung für Finite Elemente,

FEM für Finite-Elemente-Methode,

KoS für Koordinatensystem,

Gl. für Gleichung,

Gls. für Gleichungssystem,

Dgl. für Differenzialgleichung,

Abb. für Abbildung,

Tab. für Tabelle,

Rev. für Revision

S. für Seite

Kap. für Kapitel und

1d, 2d, 3d

für ein-, zwei-, dreidimensional bzw. das Ein-, Zwei-, Dreidimensionale.

[...] verweist auf das Literaturverzeichnis.

RMB bezeichnet den Klick auf die rechte Maustaste (Right Mouse Button).

*Kursiv* dargestellte Begriffe sind in der Regel Originaltexte, wie sie in Workbench vorkommen, können nach dem Textzusammenhang aber auch in einem anderen Kasus erscheinen.

In Arial erscheinen Meldungen, die von Workbench ausgegeben werden,

in `Courier` sowohl Meldungen aus ANSYS als auch *Befehle* in der ANSYS Parameteric Design Language (APDL), der ANSYS-Kommandosprache.

Workbench steht für ANSYS Workbench, eine Bezeichnung der Firma ANSYS, Inc., Canonsburg, PA, USA.

Der klassische ANSYS-Solver, ANSYS Mechanical APDL, ebenfalls eine Bezeichnung der Firma ANSYS, Inc., wird wahlweise als ANSYS, ANSYS-Solver, Mechanical APDL, oder Solver bezeichnet.

Excel steht für Microsoft Excel, eine Bezeichnung der Firma Microsoft Corporation, Redmond, WA, USA

# 1 Grundlegendes

## 1.1 Projektseite, Menüs

Jede Workbench-Berechnung startet auf der Projektseite, die sich zeigt, wenn Workbench geöffnet wir. Aus der *Toolbox* wird eine Analyseart ausgewählt und auf die Projektseite gezogen. In diesem Buch wird nur die *statisch-mechanische Analyse* und die *Eigenwert-Beulanalyse* verwendet (**Abb. 1.1**).

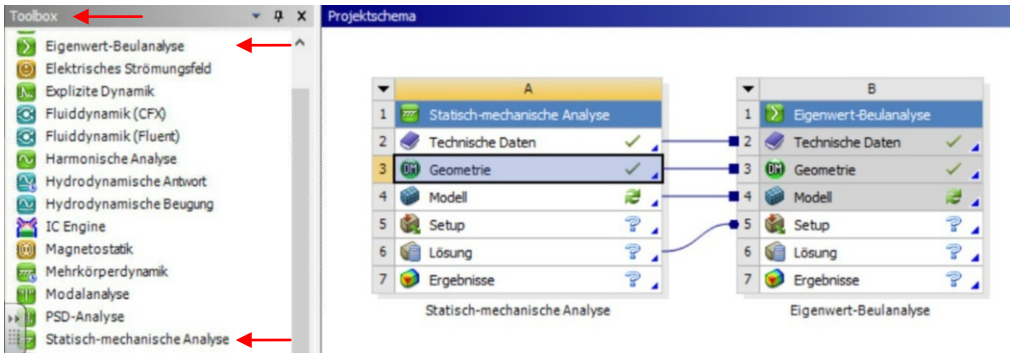



**Abb. 1.1** Projektseite mit Analysearten

Auf Geometrieerstellung oder -import (Zelle 3 im Projektschema) wird hier nicht eingegangen. Die Verbindung der Analysen wird im Kap. 3 über Stabilität erläutert. Ebenfalls vorausgesetzt werden Kenntnisse über die Durchführung der Vernetzung, während Hinweise zur Nützlichkeit hier durchaus auftreten. Über verschiedene, auch für die lineare Berechnung erforderliche Vorgänge kann man bei Gebhardt [6] nachlesen. Die grundsätzliche Aufbringung von Lasten und Darstellung von Standardergebnissen sollte man ebenfalls beherrschen; der Zeitverlauf von Lasten und weitere Aspekte sowie die Bedeutung von Ergebnisgrößen für die Nichtlinearitäten werden hingegen hier behandelt.

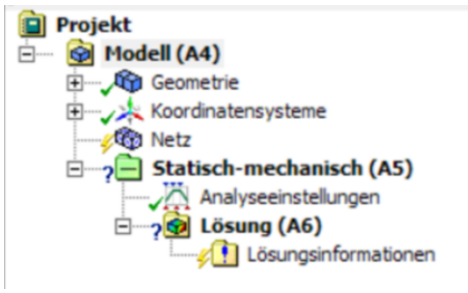



**Abb. 1.2** Projekt-Strukturbaum

**Elektronisches Zusatzmaterial** Die elektronische Version dieses Kapitels enthält Zusatzmaterial, das berechtigten Benutzern zur Verfügung steht. https://doi.org/10.1007/978-3-658-31421-7_1



W. Rust, *Nichtlineare Finite-Elemente-Berechnungen mit ANSYS Workbench*,
https://doi.org/10.1007/978-3-658-31421-7_1

Nach Öffnen von *Mechanical* durch Doppelklick oder RMB erscheinen die Informationen über die Definition der Analyse(n), der Strukturbaum (**Abb. 1.2**). Der Blitz zeigt an, dass hier noch etwas getan werden muss, aber auch wird, während das Fragezeichen bedeutet, dass die Berechnung erst begonnen werden kann, wenn weitere Eingaben erfolgt sind.

## 1.2 Befehle-Objekte

Vieles lässt sich in Workbench menügestützt eingeben, einiges aber nicht. Damit man darauf nicht verzichten muss, besteht die Möglichkeit, *Befehle* aus der ANSYS-Kommandosprache APDL in die von Workbench angestoßene Analyse zu integrieren:


Die Befehle werden dann in das Hauptfenster eingegeben. Dort sagen Kommentare, an welcher Stelle im Eingabestrom die Sequenz eingefügt wird und ggf. welche nützlichen Systemvariablen (z. B. die Materialnummer *matid* bei Geometriebestandteilen) bereitgestellt werden. Wird ein Befehl in die *statisch-mechanische Analyse* eingefügt, lautet der Kommentar:

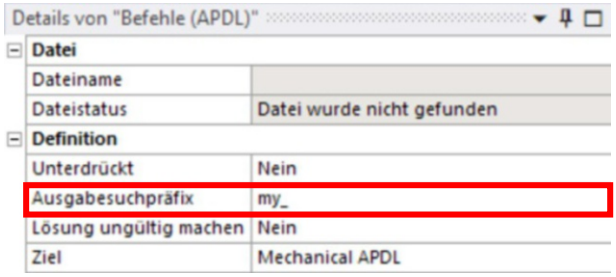
```
!   Commands inserted into this file will be executed just prior to the
ANSYS SOLVE command.
!   These commands may supersede command settings set by Workbench.

!   Active UNIT system in Workbench when this object was created:  Metric
(mm, t, N, s, mV, mA)
!   NOTE:  Any data that requires units (such as mass) is assumed to be
in the consistent solver unit system.
!                See Solving Units in the help system for more infor-
mation.
```

Das heißt, die folgenden Befehle werden vor dem SOLVE-Kommando, also unmittelbar vor dem Start der Analyse, eingefügt. Die Befehle dürfen auch ein SOLVE enthalten, das standardmäßige wird aber auch ausgeführt. Es kann eine Diskrepanz zwischen den verwendeten Einheiten geben, wenn man in Workbench ein nicht konsistentes System verwendet.

Die eingefügten Objekte erhalten den Namen *Befehle*. Dieser kann wie an vielen Stellen mit F2 oder RMB umbenannt werden, etwa nach dem Zweck oder dem wichtigsten Kommando. *Befehle* können auch durch mehrere eingefügte Objekte gegliedert werden. Dabei wird die Reihenfolge durch das Einfügen bestimmt; zur Änderung der Reihenfolge muss man den Inhalt umkopieren.


*Befehle* werden nur in einem Lastschritt (erster, letzter, angegebene Nummer) oder in allen Lastschritten (Kap. 1.3) ausgeführt, je nachdem, was man im *Schrittauswahlmodus* angegeben hat. *Befehle* können außerdem Argumente enthalten, die im *Detail*fenster eingegeben und in den Kommandos als *arg1* bis *arg9* verwendet werden. Sie können durch Klicken auf das Kästchen davor auch zu Parametern (blaues P) für den *Parametersatz* auf der Projektseite und die Optimierung erklärt werden, wodurch sie im Detailfenster nicht mehr verändert werden können.

*Befehle*-Objekte können auch unter der *Lösung* eingeführt werden. Sie beziehen sich dann auf das Postprocessing. Sollen dabei erzeugte Größen dem *Parametersatz* der Projektseite als *Ausgabeprameter* zur Verfügung stehen, muss ihr Name mit einem festgelegten Suffix beginnen. Voreinstellung in Workbench ist *my_*:




Ein Beispiel wäre

```
MY_POSX=UX(IN)+NX(IN)
```

für die x-Koordinate eines Knotens mit der in `IN` gespeicherten Nummer im verformten System.

## 1.3 Newton-Raphson-Verfahren

### 1.3.1 Zweck und Möglichkeiten

In der linearen FEM entsteht ein lineares Gleichungssystem, das u. A. mit Verfahren, die auf dem Gauß-Algorithmus beruhen, gelöst werden kann. Eine direkte Auflösung eines größeren Systems nichtlinearer Gleichungen ist in aller Regel nicht möglich. Deshalb kommt meist das Newton- oder Newton-Raphson-Verfahren zum Einsatz, das für eindimensionale Gleichungen allgemein bekannt sein dürfte. Es lässt sich aber im Gegensatz zu vielen anderen Verfahren zur Nullstellenbestimmung auf beliebig viele Unbekannte erweitern. Die Nullstellenaufgabe lautet, dass die Differenz zwischen inneren und äußeren Knotenkräften null sein muss.

Dafür wird eine Folge von linearen Gleichungssystemen gelöst, deren Systemmatrix in Zusammenhang mit dem Thema dieses Buches die Tangentensteifigkeitsmatrix heißt. Sie enthält die Ableitung der inneren und äußeren Knotenkräfte nach den Knotenverschiebungen.

Bei den in Workbench aufgerufenen Elementtypen wird die Ableitung der äußeren Knotenkräfte, die immer dann existiert, wenn die Kräfte nach Größe oder Richtung von den Verschiebungen abhängen, z. B. bei Drücken, automatisch berücksichtigt. Sie kann nur durch das APDL-Kommando PRSCONTROL,NOPL abgeschaltet werden. Wer das tut, sollte dafür einen Grund wissen. Wenn die Lasten keine Potenzialeigenschaften besitzen – und das ist die Regel bei verformungsabhängigen Belastungen –, wird die Lasttangente unsymmetrisch. Hat man das nicht bewusst aktiviert (s. u.), arbeitet ANSYS mit einer symmetrisierten Matrix, also nicht der echten Tangente, was sich nachteilig auf die Konvergenz auswirken kann. In einem System ähnlich zu dem aus Kap. 2.5 mit Druckbelastung und etwa 90° Verdrehung gegenüber dem Ausgangszustand kommt die *Newton-Raphson-Option Voll* mit 48 kumulierten Iterationsschritten zum Ziel (**Abb. 1.3**), *Unsymmetrisch* mit 41 (**Abb. 1.4**). Dies gilt für die voreingestellte Kraftkonvergenz-Toleranz von $\varepsilon$ = 0,5 %; bei $\varepsilon = 0{,}5 \cdot 10^{-6}$ % kommt *Voll* nur bis zu einem Drittel der Maximallast zur Konvergenz, während mit *Unsymmetrisch* die Maximallast in insgesamt 76 Iterationsschritten, also gar nicht so viel mehr als bei millionenfach größerer Toleranz, konvergent erreicht wird.

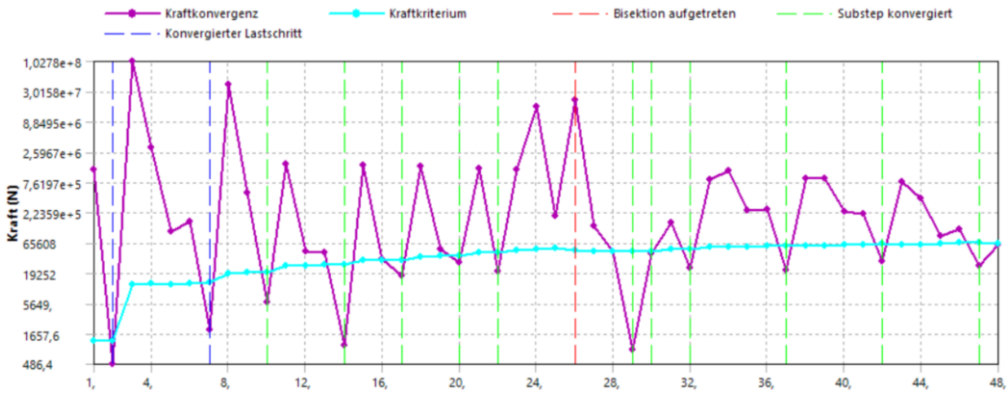



**Abb. 1.3** Kraftkonvergenz eines mit Druck beaufschlagten Systems bei *Newton-Raphson-Option Voll*

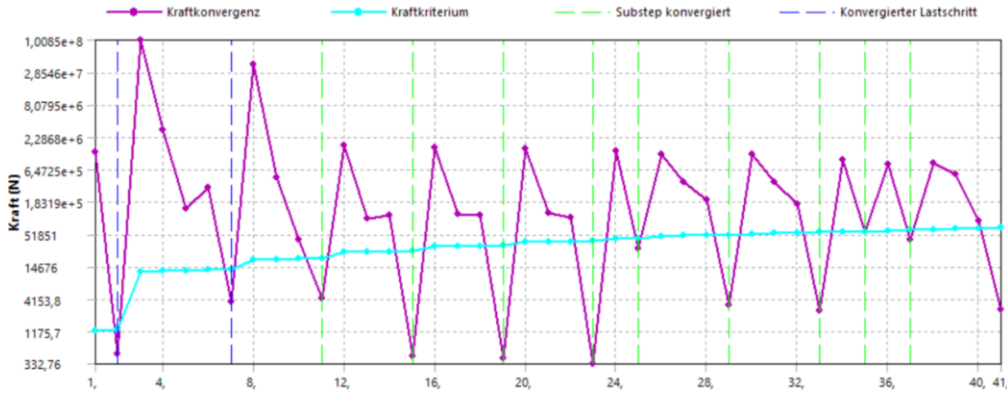



**Abb. 1.4** Kraftkonvergenz eines mit Druck beaufschlagten Systems bei *Unsymmetrischem* Newton-Raphson-Verfahren

Beim Standard-Newton-Raphson-Verfahren (*Voll*/`FULL` oder auch *Unsymmetrisch*) wird die Steifigkeitsmatrix in jedem Iterationsschritt neu aufgebaut und muss dann zeitaufwändig dreieckszerlegt werden. Daneben existieren noch das *Modifizierte* Verfahren, bei dem die Tangentenmatrix zu Beginn eines Substeps neu gebildet, für die weitere Iteration aber konstant gehalten wird, und das *Initial-Stiffness*-Verfahren (`INIT`, nicht in Workbench), bei dem die Steifigkeitsmatrix nur einmal, zu Beginn der Analyse, erstellt wird und daher auch nur einmal die Tangente darstellt. Vorteile dieser Methoden sind, dass auch die aufwändige Gauss-Zerlegung der Matrix seltener vorgenommen werden muss und dass die Matrix evt. eine größere Steifigkeit repräsentiert. Letzteres kann zu einer etwas größeren numerischen Stabilität führen. Nachteile der Abwandlungen sind, dass bei ohnehin konvergenten Lastniveaus mehr, z. T. erheblich mehr Iterationsschritte benötigt werden, dass eine sich ergebende physikalische Instabilität nicht direkt sichtbar wird (s. Kap. 3.1) und dass Änderungen im Kontaktstatus (offen/geschlossen) während der Iteration in der Matrix nicht repräsentiert werden. Dass dies bei „klappernden“ Kontakten auch einmal von Vorteil sein könnte, ist nicht völlig auszuschließen, systematische Erfolge damit werden aber nicht berichtet.

### 1.3.2 Regeln und Einstellung

Wegabhängige Lasten, bestimmte nichtlineare Materialien wie plastische mit nichtassoziierter Fließregel (kann z. B. beim Drucker-Prager-Gesetz der Fall sein) und Kontakt mit Reibung machen die echte Tangentenmatrix unsymmetrisch. Die Lösung eines unsymmetrischen Gleichungssystems ist aber aufwändiger als die eines symmetrischen. Daher symmetrisiert ANSYS standardmäßig die Systemmatrizen, es sei denn, der Benutzer verlangt eine unsymmetrische, dies ebenso bei den Newton-Raphson-Optionen. Man sollte davon Gebrauch machen, wenn der Umstand, der zur Unsymmetrie führt, von größerer Bedeutung für das Gleichgewicht ist. Das beste Beispiel ist, wenn ein System nur durch Reibung vollständig gehalten werden kann.

Die verschiedenen Einstellungen finden sich in den *Analyseeinstellungen* unter *Nichtlineare Steuerungen> Newton-Rahpson-Option* (**Abb. 1.5**).

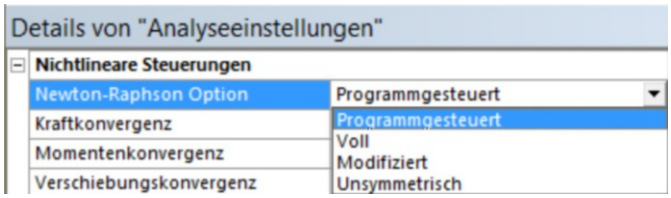



**Abb. 1.5** Newton-Raphson-Optionen

### 1.3.3 Iterationsverlauf

Zum Verständnis des Iterationsvorgangs sollte man Folgendes wissen:

- Die Lösung eines nichtlinearen Problems muss nicht eindeutig sein.
- Ist die Lösung nicht eindeutig, ist das mit dem Newton-Verfahren erzielte Ergebnis vom Startwert abhängig.
- Die Zwischenlösungen können sich zunächst vom gesuchten Ergebnis weit entfernen.
  Das birgt die Gefahr, dass überhaupt keine Lösung gefunden wird und die Konvergenz anfangs schlecht ist.

Für das Newton-Verfahren lässt sich zeigen, dass es in der Umgebung der Lösung quadratisch konvergiert (Bedeutung und Beispiel in Kap. 1.8.1). Dafür, dass die Startlösung, das ist die letzte konvergierte Lösung oder eine mit dem Prädiktor extrapolierte Näherung, sich in der Nähe der Lösung befindet, soll die Schrittweitensteuerung sorgen.

Die Maximalzahl der Iterationen liegt programmgesteuert zwischen 15 und 26. Wenn man damit keine Konvergenz erzielt, ist es eher unwahrscheinlich, dass noch mehr Schritte daran etwas ändern. Wahrscheinlich ist, dass die Schrittweite zu groß ist. Deutet sich im Konvergenzgraphen aber an, dass eine Tendenz zur Konvergenz besteht und nur noch ganz wenige Schritte fehlen, dann kann man mit dem *Befehl* `NEQIT,Anzahl` die Zahl für einen Restart noch erhöhen.

Die Überschreitung der Maximalzahl führt zum Iterationsabbruch und ggf. zur Bisektion, wenn die Vorgaben zur Schrittweitensteuerung (Kap. 1.4.3) das noch zulassen.

## 1.4 Zeitschritte und deren Steuerung

### 1.4.1 Bedeutung

Eine statische Berechnung ist vom Grundsatz her zeitunabhängig. Zeitabhängige Vorgänge wie Kriechen oder Visko-Elastizität, bei denen keine Trägheitswirkungen berücksichtigt werden, werden aber auch zu den statischen Analysen gezählt. Entscheidend ist aber, dass in einer nichtlinearen Berechnung der Charakter der Nichtlinearität erfasst werden soll. Dazu muss die Lastgröße in Schritten (Inkrementen) aufgebracht werden. Die Ergebnisgrößen weisen dann einen nichtlinearen Verlauf auf. ANSYS verknüpft das Lastniveau mit der Zeit.

Zweiter Grund für die Zeitschrittsteuerung ist die Tatsache, dass zur Lösung der Gleichungen ein Newton-Raphson-Verfahren verwendet wird, ein Iterationsverfahren, das gut, nämlich quadratisch, konvergiert, dies aber nur in der Nähe der Lösung. Mit der richtigen Zeitschrittsteuerung kann man dafür sorgen, dass die Startlösung sich in der Nähe der konvergierten Lösung für das neue Lastinkrement befindet, die damit schnell gefunden werden kann (**Abb. 1.6**).

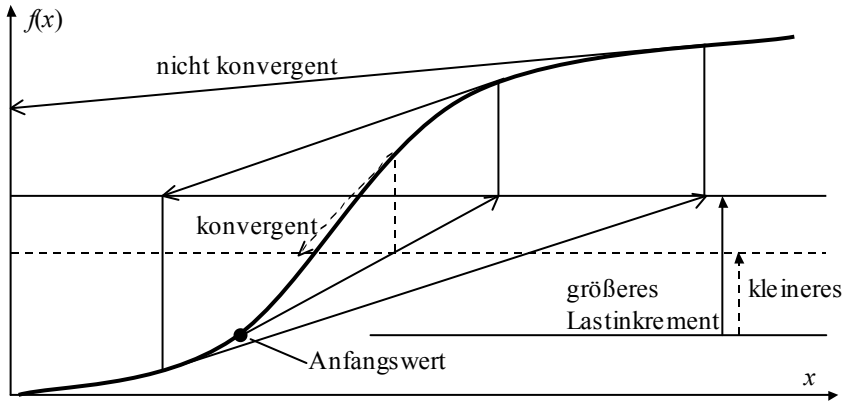



**Abb. 1.6** Konvergenz oder Divergenz abhängig vom Lastinkrement

### 1.4.2 Lastschritte und Substeps

ANSYS unterscheidet *Lastschritte* und *Substeps*. In *Lastschritten* werden eine Zeit und das zu erreichende Lastniveau definiert. Die Einteilung in Lastschritte ist allein Sache des Anwenders. Unbedingt notwendig sind mehrere Lastschritte nur, wenn die Last sich nach Art oder Richtung ändern soll, sie können aber z. B. auch sinnvoll sein, wenn man die Zeitschrittsteuerung an das Lastniveau anpassen will, weil man zunächst gute Konvergenz bei großen Schritten, dann aber wegen stärkerer Nichtlinearität kleinere Schritte für angemessen hält.

*Substeps* sind die vom Programm aufgrund der Nutzerdefinition oder per Default eingestellten Zeit- und Lastinkremente. Zwischen den für Lastschritte definierten Zeiten ändert sich die Last linear mit der Zeit (**Abb. 1.7**). Die erreichte Lastgröße kann innerhalb eines folgenden Zeitschrittes auch wieder verringert werden oder das Vorzeichen wechseln.

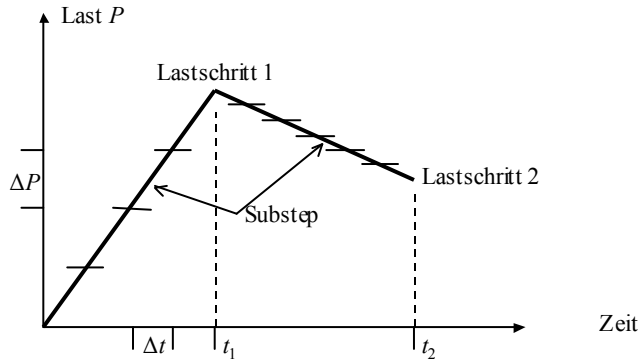



**Abb. 1.7** Lastschritte und Substeps

Die definierte Zeit muss immer zunehmen. Tut sie das nicht, zählt ANSYS die Zeit um 1 hoch. Workbench lässt keine Zeitdefinition kleiner oder gleich der vorherigen Zeit zu.

Für das folgende Beispiel wird $t_1$= 1s und $t_2$= 3s gewählt. Dazu muss in den *Analyseeinstellungen* zunächst die *Anzahl Lastschritte* auf 2 gesetzt werden. Anschließend kann bei *Aktuelle Schrittnummer* 1 oder 2 eingegeben werden. Damit können spezifische Eingaben für den jeweiligen Lastschritt gemacht werden, u. A. die *Zeit nach Schritt*, gemeint ist am Ende des Lastschrittes:

| Details von "Analyseeinstellungen" | |
|---|---|
| **Schrittsteuerung** | |
| Anzahl Lastschritte | 2, |
| Aktuelle Schrittnummer | 2, |
| Zeit nach Schritt | 3, s |

### 1.4.3 Automatische Schrittweitenkontrolle

Die Wahl der Zeitschritte wird vom Benutzer in den *Analyseeinstellungen* beeinflusst. Sie steht zunächst auf *programmgesteuert*, was meist ein Aufbringen der Last in einem Schritt bewirkt, aber Bisektionen zulässt. Sie könnte grundsätzlich auch fest vorgegeben werden (*Automatische Zeitschrittsteuerung: Aus*). Allerdings sollte man besser von der automatischen Steuerung Gebrauch machen (*Ein*), mit der das Programm den Zeitschritt bei guter Konvergenz heraufsetzen und bei schlechter herabsetzen kann. Außerdem kann bei Nichtkonvergenz eine Zeitschritthalbierung (Bisektion) durchgeführt werden. In diesem Fall wird die nicht konvergente Lösung verworfen und die Iteration beginnt wieder bei der letzten konvergierten Lösung, jetzt aber mit dem halben Lastinkrement.

| Automatische Zeitschrittsteuerung | Ein |
|---|---|
| Definiert durch | Substeps |
| Zeitschritt übertragen | Aus |
| Anfängliche Substeps | 20, |
| Min. Substeps | 10, |
| Max. Substeps | 1000, |

Hat man *Ein* gewählt, kann man mit *Definiert durch* zwischen der Vorgabe von Grenzen für die *Zeitschritte* oder für die Anzahl der *Substeps* wählen. Letzteres ist in der Statik üblich. Hat man jedoch eine Zeitabhängigkeit wie Kriechen, Visko-Elastizität oder dehnratenabhängige Fließkurven, bietet sich auch die direkte Zeitsteuerung an.

Bei $n$ Substeps ist der Zeitschritt jeweils

$$\Delta t = \frac{t_{i+1} - t_i}{n} \tag{1.1}$$

Definiert werden muss

- die anfängliche Zahl
  besser die anfängliche Unterteilung. Sie sollte so liegen, dass gute Konvergenz erwartet werden kann, und darf nicht kleiner als die Minimalzahl sein.
- die Minimalzahl
  Es ist nach (1.1) mehr eine Obergrenze für den Zeitschritt. Sie sollte so gewählt werden, dass eine hinreichende Auflösung des nichtlinearen Systemverhaltens erfolgt.
- die Maximalzahl
  (Untergrenze). Sie sollte klein genug sein, um eine Anzahl von Bisektionen, die schließlich zur Konvergenz an kritischen Laststufen führen sollen, zuzulassen. Sie begrenzt nach (1.1) den Zeitschritt nach unten.

Zusammengefasst bedeuten die Eingaben bei *Substeps* den jeweiligen Teiler, mit dem der (anfängliche/maximale/minimale) Zeitschritt berechnet wird. Die Gesamtzahl der Schritte erreicht typischerweise weder die Minimal- noch die Maximalzahl.

Vom zweiten Lastschritt an kann entschieden werden, ob anstelle einer neu gewählten *anfänglichen* Inkrementgröße der *Zeitschritt übertragen* werden soll, d. h. der letzte Zeitschritt aus dem vorherigen Lastschritt als *anfängliches* Zeitinkrement in den aktuellen Lastschritt übernommen werden soll. In Workbench müssen die Grenzen für jeden Lastschritt neu eingestellt werden. Zwar reagiert auch *Programmgesteuert* in gewisser Weise auf die Vorgeschichte, aber keineswegs so, dass die vorherigen Einstellungen übernommen würden, wie es in *Mechanical APDL* der Fall ist. Derjenige, dem das bei einer größeren Lastschrittzahl zu umständlich ist, kann einen *Befehl* für *alle* Lastschritte mit dem `NSUBST`-Kommando einfügen. Dabei zu beachten: Im NSUBST-Kommando sind Minimal- und Maximalzahl in der Reihenfolge vertauscht, d. h. für das Beispiel der Workbench-Eingabe oben lautet es NSUB,20,1000,10.

Wann die Schrittweite klein genug für die Konvergenzerzielung und groß genug für eine angemessene Rechenzeit ist, ist im Vorhinein kaum zu bestimmen und ändert sich auch während der Analyse. Das bedeutet, dass eine an das Lösungsverhalten angepasste Schrittweitensteuerung ein besonders nützliches Werkzeug ist. Kriterien dafür sind in ANSYS:

- die Anzahl der zur Konvergenz benötigten Iterationsschritte
- die Größe des Inkrementes der plastischen oder Kriechdehnung
- erfolgte oder bevorstehende Statuswechsel oder Eindringungen zu Beginn eines Inkrementes bei Kontakt (wenn aktiviert)
- in der Dynamik Abschätzungen der Antwortfrequenzen

Wird mit der vorgegebenen Schrittweite innerhalb der erlaubten Anzahl von Iterationsschritten keine Konvergenz erzielt, wird die Berechnung abgebrochen. Dies geschieht mitunter auch, wenn das Programm *annimmt*, dass die Zahl der Iterationsschritte nicht ausreichen *wird*. Das wird typischerweise etwa um die 7. Iteration herum geprüft. Dann kann es sein, dass ANSYS sich mit folgender Nachricht meldet:

```
>>> PREDICTED NUMBER OF ITERATIONS FOR CONVERGENCE=  50 EXCEEDS MAX OF  26
 *** LOAD STEP     1   SUBSTEP     7  NOT COMPLETED.  CUM ITER =     52
 *** BEGIN BISECTION NUMBER   1    NEW TIME INCREMENT=   0.0500
```

In beiden Fällen wird, wenn der Zeitschritt noch verkleinert werden darf, eine Bisektion durchgeführt. Das bedeutet, dass

- die Ergebnisse der Iteration auf dem aktuellen Lastniveau verworfen werden,
- der Zeitschritt halbiert
- und die Iteration auf Basis der letzten konvergierten Lösung neu gestartet wird.

Ebenfalls zur Bisektion kommt es, wenn

- das plastische Dehnungsinkrement 15% überschreitet (kann mit dem *Befehl* CUTCONTROL, PLSLIMIT verändert werden),
- das Kriechdehnungskriterium (CREEP RATIO) einen mit CUTCONTROL, PLSLIM eingestellten Wert überschreitet,
- „EXCESSIVE ELEMENT DISTORTION“ gemeldet wird.

Letztere Meldung bedeutet zunächst, dass ein Element stark verzerrt wurde, was ein hinreichender Grund für einen Iterationsabbruch ist. Das kann die Folge von Divergenz der Verschiebungslösung sein, sodass man die Hoffnung, die Berechnung mit kleineren Schritten doch noch zu Ende zu bringen, nicht aufgeben muss.

Manchmal sucht man aber in der nicht konvergierten Lösung das verzerrte Element vergebens. Grund dafür kann sein, dass die gleiche Meldung auch erscheint, wenn bei einem nichtlinearen Material die Bestimmungsgleichungen des Werkstoffgesetzes (auch oft iterativ) nicht erfüllt werden können.

Über Konvergenzverhalten gibt die *Lösungsausgabe>Kraft-* oder *Verschiebungskonvergenz* etc. Auskunft (**Abb. 1.8**). Die Graphen enthalten in Magenta den Konvergenzwert (s. Kap. 1.8.1) und in Hellblau das Kriterium, das zu erfüllen ist, damit Konvergenz angenommen wird, im einfach logarithmischen Maßstab. Ferner markieren dunkelblaue vertikale Striche

abgeschlossene Lastschritte, grüne konvergierte Substeps und rote Substeps, die nicht zur Konvergenz gebracht werden konnten, sodass eine Bisektion des Zeitschritts erfolgte.

Die Zeit wird unter den Konvergenzgraphen aufgetragen; sinkt sie, lag Nichtkonvergenz vor. Das *Zeitinkrement* ist eine gesonderte *Lösungsausgabe*.

Im Beispiel aus **Abb. 1.8** lag zunächst gute Konvergenz vor; der Zeitschritt stieg an. Die Zeit vergrößerte sich, bis kein Gleichgewicht mehr gefunden werden konnte, dann gab es Bisektionen; der Zeitschritt wurde immer kleiner, bis er sein Minimum erreichte. Die vorgegebene Last zur Zeit 100 wurde nie erreicht. Das war in diesem Fall das erwartete Ergebnis, weil hier kraftgesteuert die größte vom System aufnehmbare Last (Traglast) ermittelt werden sollte. Als solche gilt das letzte konvergierte Lastniveau.

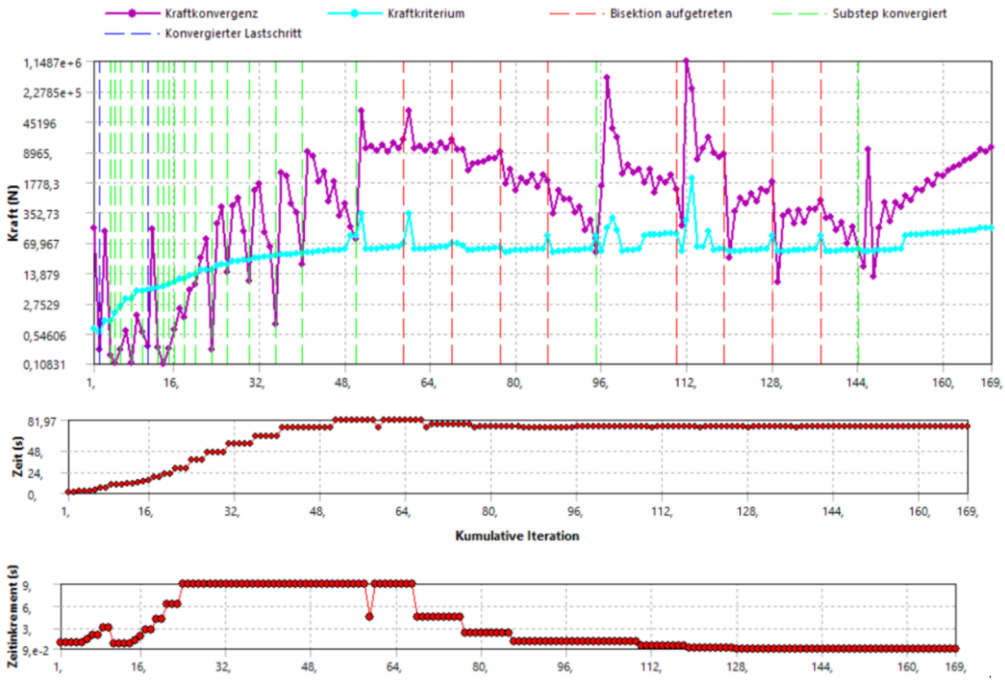



**Abb. 1.8** Iterationsverlauf mit Substeps und Bisektionen sowie zugehörige Zeit und Zeitschritt

Zwischen Iteration 41 und 51 in **Abb. 1.8** sieht man deutliche Konvergenz, aber auch eine Oszillation des Konvergenzwertes. Wenn nicht gerade ein alternierendes Vorzeichen des Verschiebungsinkrementes wie etwa beim Kontaktklappern vorliegt, dann ist das oft ein Zeichen dafür, dass der Line-Search (1.8.2) aktiv ist. Insofern ist ein solches Verhalten nicht beunruhigend.

## 1.5 Lastverlauf

ANSYS Mechanical APDL kennt zwei Arten der Lastdefinition, nämlich durch die jeweilige Angabe von Zeit und zugehöriger Last oder durch *Tables*, die alle Wertepaare Zeit und Last für die ganze Simulation enthalten. Workbench machte lange konsequent nur von *Tables* Gebrauch, die die Workbench-Lasttabellen wiedergeben. Neuere Versionen verwenden z. T. auch die direkte Zeit-Last-Zuordnung. Die Lasttabellen entstehen durch eine der folgenden Möglichkeiten (**Abb. 1.9**):

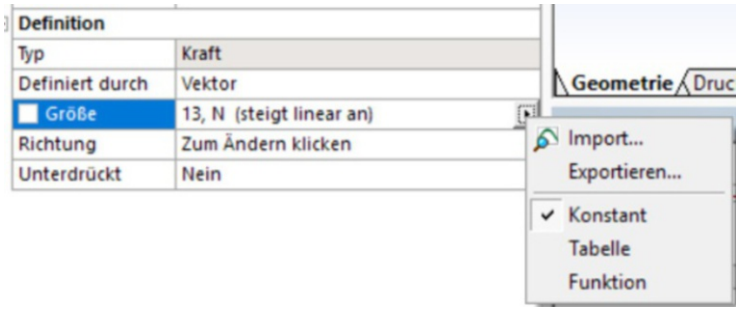
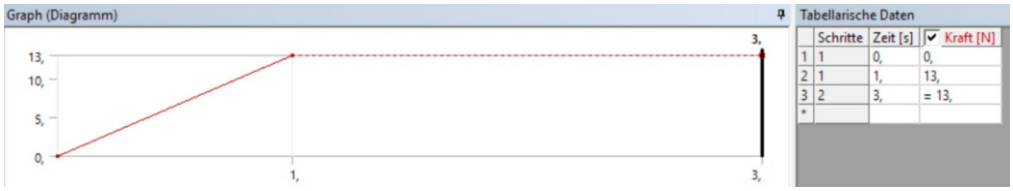
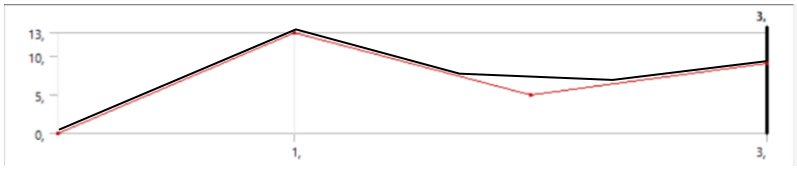



**Abb. 1.9** Arten der Laststeuerungsdefinition

- Konstant
  Das heißt, dass die Last als Konstante vorgegeben wird. Sie wird aber im ersten Lastschritt linear gesteigert (*ramped*) und dann beibehalten, was man neben dem Diagramm auch am Gleichheitszeichen in Zeile 3 (=13) erkennt. Ändert man nun die Last durch Eintrag einer anderen Kraft in Zeile 2, passt sich die Zahl hinter dem Gleichheitszeichen an. Dies kann man durch Löschen bzw. Überschreiben ändern.




- Tabelle/Tabellarische Daten
  Hier wird erwartet, dass man die Tabelle ausfüllt. Überschreibt man in obiger Tabelle „=13“ durch eine einfache Zahl, stellt sich die Option automatisch von *Konstant* auf *Tabellarische Daten* um. Man kann auch weitere Zeitpunkte und zugehörige Werte einfügen, indem man in die freie Zeile (*) eine Zeit einträgt, die dann automatisch einsortiert wird. Der Verlauf kann dann innerhalb eines Lastschrittes unterschiedlich steil sein oder auch steigen und wieder fallen. Bei Knicken innerhalb eines Lastschrittes besteht aber die Gefahr, dass durch die Schrittweitensteuerung lokale Extrema nicht getroffen werden (s. schwarzen Verlauf).




| | Schritte | Zeit [s] | Kraft [N] |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0, | 0, |
| 2 | 1 | 1, | 13, |
| 3 | 2 | 2, | 5, |
| 4 | 2 | 3, | 9, |
| * | | | |

- Funktion
  Hier können Funktionen der Zeit (*time*) oder der Koordinaten ($x$, $y$, $z$), aber nur von einer unabhängigen Variablen eingegeben werden. Bei Winkelfunktionen ist maßgebend, welche Einheit (*Grad* oder *Rad*) **vor** Einfügen des Lastobjektes unter *Maßeinheiten* in der obersten Menüzeile eingestellt war. Davon hängt ab, ob eine Periode als $2\pi$ ($\pi$ als Ziffernfolge oder z. B. als ACOS(-1)) oder 360(°) eingegeben werden muss.

| Definition | |
|---|---|
| Typ | Kraft |
| Definiert durch | Vektor |
| Größe | = 13*sin(2*3,14159/3*time) |
| Richtung | Zum Ändern klicken |
| Unterdrückt | Nein |
| **Funktion** | |
| Maßeinheitensystem | Metrisch (mm, t, N, s, mV, mA) Rad r... |


Nach der Berechnung wird man Diagramme erhalten. Oft ist es wünschenswert, dass diese bei {0;0} beginnen. In diesem Fall sollte man einen Lastschritt vorsehen, in dem die vorgesehene Belastung zunächst bei 0 bleibt. Damit die Proportionalität von Last und Zeit annähernd erhalten bleibt, kann ja für den Null-Lastschritt eine sehr kleine Zeit gewählt werden:

Tabellarische Daten

| | Schritte | Zeit [s] | Kraft [N] |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0, | 0, |
| 2 | 1 | 1,e-006 | 0, |
| 3 | 2 | 1, | 10000 |
| * | | | |

## 1.6 Ausgabesteuerung

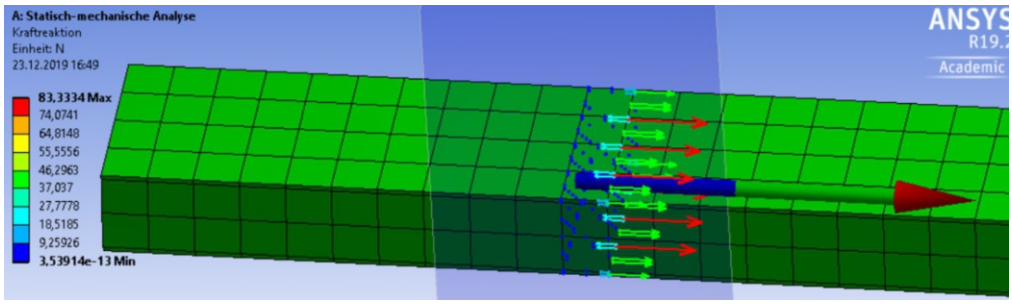
Jede Analyse erzeugt eine große Menge von Ergebnisdaten, von denen ein Teil möglicherweise nie ausgewertet wird. Deshalb kann der Nutzer sowohl den Umfang der Resultate für einen Substep als auch die Häufigkeit, mit der diese herausgeschrieben werden, beeinflussen. Die Voreinstellungen in Version 2019R3 sind:

Details von "Analyseeinstellungen"

| Ausgabesteuerungen | |
|---|---|
| Spannung berechnen | Ja |
| Oberflächenspannung | Ja |
| Back Stress | Ja |
| Dehnung berechnen | Ja |
| Kontaktdaten | Ja |
| Nichtlineare Daten | Ja |
| Knotenkräfte | Nein |
| Kontaktergebnisse berechnen | Nein |
| SMISC-NMISC | Nein |
| Euler-Winkel (Beta) | Ja |
| Volumen und Energie (Beta) | Ja |

Dabei werden der Kontaktstatus, die Eindringung, der Druck und weitere Resultate unter *Kontaktdaten* verstanden, *Kontaktergebnisse* sind diejenigen, die als *miscellaneous* dokumentiert sind und *by sequence number* mit SMISC und NMISC angesprochen werden sollen. Dementsprechend betrifft *SMISC-NMISC* ähnlich gelagerte Daten aller anderen Elemente. Dabei steht S für summierbar und N für nicht summierbar. Über die Bedeutung gibt eine lange Liste unter *Element Output Definitions* des jeweiligen Elements Auskunft.

Reaktionskräfte werden standardmäßig ausgegeben, sonstige *Knotenkräfte* benötigt man, wenn man sie darstellen will, besonders aber, wenn man Kräfte in einem Schnitt durch das System mithilfe einer Ebene errechnen lassen will. Dazu ist die Definition eines Koordinatensystems erforderlich, dessen x-y-Ebene den Schnitt führt. Dieses ist unter *Modell>Einfügen>Konstruktionsgeometrie>Oberfläche* zu vereinbaren. Dann kann in die *Lösung* eine *Stichprobe>Kraftreaktion* eingefügt werden und dort als *Positionsmethode Oberfläche* gewählt werden. Das Ergebnis zeigt **Abb. 1.10**.



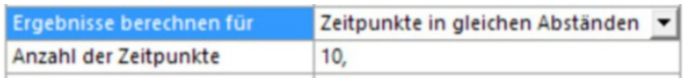

Tabellarische Daten

| | Zeit [s] | Kraftreaktion (X) [N] | Kraftreaktion (Y) [N] |
|---|---|---|---|
| 1 | 1, | 1000, | -7,5064e-007 |

**Abb. 1.10** Knotenkräfte und Resultierende in einer Schnittebene

Per Voreinstellung werden von *Workbench* die spezifizierten Ergebnisse in jedem Substep ausgegeben. Das lässt sich ebenfalls unter *Ausgabesteuerungen* ändern:


Dabei bedeutet die Zahl *n* bei *Zeitpunkte in gleichen Abständen*, dass der Zeitabschnitt für den Lastschritt in Zeitpunkte mit *n* gleichen Abständen unterteilt wird und immer, wenn die zur Lösung gehörende Zeit einen solchen Zeitpunkt überschreitet, ein Ergebnis geschrieben wird.




Bei *Angegebene Wiederholungsrate* hingegen bedeutet die Zahl *n*, dass alle *n* Substeps ein Datensatz dem Result-File hinzugefügt wird.


Erstere Möglichkeit könnte geeignet sein, wenn erwartet wird, dass das System bis zum angegebenen Lastniveau stabil bleibt, letztere, wenn die maximal aufnehmbare Last (Traglast) ermittelt werden soll und die Zeitschritte durch Bisektion immer kleiner werden.

Auch diese Einstellungen können (und müssen) für jeden Lastschritt neu gewählt werden.

## 1.7 Solver-Steuerungen

Von den *Solver-Steuerungen* (**Abb. 1.11**) soll nur der *Solver-Typ* besprochen werden. Unter *direkt* verbirgt sich ein Löser, der auf dem Gauß-Algorithmus beruht, aber die Tatsache ausnutzt, dass die Steifigkeitsmatrix bei größeren Systemen im Ausgangszustand nur spärlich mit von Null verschiedenen Matrixelementen besetzt ist (sparse matrix). Unter *iterativ* wird ein Löser angeboten, der auf dem Verfahren der Konjugierten Gradienten mit Vorkonditionierung (preconditioned conjugate gradient algorithm, PCG) beruht.

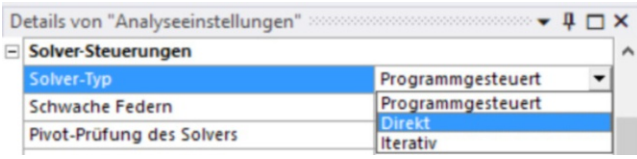



**Abb. 1.11** Auswahl des linearen Gleichungslösers

Die Kriterien für die Auswahl sind ähnlich wie bei linearen Analysen: Von einer bestimmten Variablenzahl an ist der iterative Löser schneller als der direkte. Es gibt bei nichtlinearen Berechnungen aber Einschränkungen, die gegen den PCG-Löser sprechen:

- Der CG-Löser ist nicht für Elemente mit u-p-Formulierung, die bei gummiartigen Materialien (Kap. 1) mit Inkompressibilität erforderlich sind, geeignet, weil dabei Nullen auf der Hauptdiagonale auftreten
- Aus dem gleichen Grund eignet er sich nicht für das *Lagrange-Verfahren* im Kontakt.
- Der CG-Löser arbeitet nicht mit unsymmetrischen Matrizen, deren Verwendung bei Plastizität (Kap. 1) mit nicht-assoziierter Fließregel, Kontakt mit Reibung (Kap. 8.8) und verschiebungsabhängiger Belastung angeraten sein kann.
- Der iterative Löser wird deutlich langsamer, wenn die Matrizen schlecht konditioniert sind, was u. A. bei Schalen- und Balkenelementen, insbesondere bei großen Verformungen, und bei einigen Multiphysik-Anwendungen der Fall sein kann.
- Die Kondition verschlechtert sich auch bei Annäherung an einen Instabilitätspunkt (s. Kap. 3), zudem sind Berechnungen im instabilen Bereich nicht möglich. Außerdem gibt es beim CG-Löser keine Pivot-Elemente, die man als Kriterium u. A. für das Überschreiten eines kritischen Punktes heranziehen sollte, sodass von der Verwendung bei Stabilitätsanalysen abgeraten werden muss.

Bei *programmgesteuert* wählt *Workbench* in zunehmendem Maße den iterativen Löser, z. T. selbst bei winzigen Modellen, sodass es sich lohnen kann, die Einstellung zu überprüfen bzw. selbst vorzunehmen.

## 1.8 Konvergenzhilfen

### 1.8.1 Konvergenzprüfung

Die nichtlinearen Gleichungen werden nicht direkt, sondern im Newton-Verfahren iterativ durch eine Folge von linearen Gleichungssystemen gelöst. Daher muss geprüft werden, wann die Lösung genau genug erscheint. Ziel der Iteration ist, dass die Ungleichgewichtskräfte $\mathbf{d}$, die Differenz zwischen den inneren Kräften $\mathbf{f}^{int}$ und den äußeren $\mathbf{f}^{ext}$, zu null werden:

(1.2) $$\mathbf{d} = \mathbf{f}^{int} - \mathbf{f}^{ext} = \mathbf{0}$$

Das muss grundsätzlich in jeder Komponente erfüllt sein, wovon es sehr viele gibt. Deshalb wird eine Vektornorm gebildet, im Standardfall die Euklidische oder 2-Norm, die Übertragung des Pythagoras‘ in den n-dimensionalen Raum, letztlich also die Länge des Fehlkraftvektors. Null wird nicht erreicht, also wird ein relativ kleiner Wert angestrebt. Dazu wird die Fehlkraftnorm mit der Norm der inneren Kräfte verglichen, sodass das Konvergenzkriterium

(1.3) $$\|\mathbf{d}\| < \varepsilon \left\|\mathbf{f}^{int}\right\|$$

lautet, wobei $\| \; \|$ eine Norm,

$\varepsilon$ eine kleine, die Genauigkeit beeinflussende, im Vorhinein wählbare Zahl, bei ANSYS per Voreinstellung 0,005, also 0,5%,

und $\mathbf{f}^{int}$ die inneren Knotenkräfte bedeutet.

ANSYS betont noch, dass darin auch die Reaktionskräfte enthalten sind, die aus den inneren Knotenkräften an gesperrten oder vorgegebenen Freiheitsgraden berechnet werden. Dieses Kriterium ist als *Kraftkonvergenz/force convergence* bekannt.

Gleichgewicht bedeutet auch, dass die Lösungsverbesserung $\Delta\mathbf{u}$ ebenfalls $\mathbf{0}$ wird. Daher kann auch darauf ein Konvergenzkriterium basieren. Wieder stellt sich die Frage nach dem Vergleichswert und ANSYS stellt das Verschiebungsinkrement $\Delta\mathbf{u}_i$ des $i$-ten Iterationsschrittes, das null werden soll, dem Verschiebungszuwachs im aktuellen Lastinkrement/Substep $j$ gegenüber:

$$\|\Delta\mathbf{u}_i\| < \varepsilon \left\| \mathbf{u}_i^j - \mathbf{u}_\infty^{j-1} \right\| \tag{1.4}$$

wobei der Fußzeiger $\infty$ eine konvergierte Lösung als Startwert für das folgende Inkrement bedeutet, die hoffentlich nicht unendlich viele Iterationen benötigt hat, sich aber auch in unendlich vielen weiteren Schritten nicht mehr ändern würde.

Dieses Kriterium heißt *Verschiebungskonvergenz/displacement convergence*, $\varepsilon$ ist auf 0,05 (5 %) voreingestellt.

Beide Kriterien signalisieren oft nicht zur selben Zeit Konvergenz. Bei einem sich versteifenden System hat eine kleine Verschiebungsänderung größere Kraftänderungen zur Folge, bei einem weicher werdenden System – als Extremfall kann hier das Stabilitätsproblem (s. Kap. 3) gelten – ist es umgekehrt. Daher liegt man auf der sicheren Seite, wenn man beide Kriterien beachtet.

Balken- und Schalenelemente weisen sowohl Verschiebungs- als auch Drehfreiheitsgrade, entsprechend Knotenkräfte und -momente auf. Diese haben unterschiedliche Einheiten. Damit die Konvergenz nicht von der gewählten Längeneinheit abhängt, werden die entsprechenden Komponenten getrennt betrachtet. Daher gibt es in ANSYS auch noch die *Momenten-* und die *Rotationskonvergenz*. Verschiebungs- und Drehfreiheitsgrade sowie die zugehörigen Kraft- und Momentenwerte werden für die Konvergenz getrennt betrachtet.

Workbench bietet an, ein Kriterium zu entfernen oder Einstellungen dafür vorzunehmen (**Abb. 1.12**). Unter *Wert* wird der Referenzwert verstanden. Er wird von ANSYS bei *Kraftkonvergenz* aus den inneren Knoten- und den Reaktionskräften berechnet, wenn der Nutzer nicht einen Wert vorgibt. Letzteres könnte hilfreich sein, wenn das angezeigte Konvergenzkriterium starke Sprünge aufweist. Es ist allerdings schwierig, für die ganze Analyse einen geeigneten Wert im Vorhinein festzulegen. *Wert* 0 bedeutet zurück zur Voreinstellung. Dieser Referenzwert, multipliziert mit der *Toleranz* ergibt das `CRITERION` in der *Solver-Ausgabe* der *Lösungsinformationen*.

Achtung: Die Einstellungen gelten immer nur für einen Lastschritt und müssen für weitere Schritte ggf. neu vorgenommen werden.

Die *Mindestreferenz* begrenzt den automatisch bestimmten Referenzwert nach unten. Es ist denkbar, dass, wenn die Lasten sehr klein werden, z. B. wenn auch ein Entlastungsvorgang gerechnet wird, der Referenzwert ebenfalls klein wird. Dann könnte ein verschwindend geringer Fehler im Verhältnis zum Referenzwert immer noch groß sein und die Konvergenz verhindern. Auch wenn die Konvergenz für Freiheitsgrade unterschiedlicher Art, z. B. Verschiebungen und Verdrehungen bei Schalen, beobachtet wird, kann es sein, dass es für eine