

Stahlbau

Teil 2: Stabilität und Theorie II. Ordnung

Rolf Kindmann

Rolf Kindmann
Stahlbau, Teil 2: Stabilität und Theorie II. Ordnung
4. Auflage

Stahlbau

Teil 2: Stabilität und Theorie II. Ordnung

Rolf Kindmann

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Rolf Kindmann
Prüfingenieur für Baustatik
Ruhr-Universität Bochum
Lehrstuhl für Stahl- und Verbundbau
Universitätsstraße 150
D-44801 Bochum

Titelbild: Stadthaus Münster (Foto: Dipl.-Ing. J. Haddick, Ingenieursozietät
Schürmann-Kindmann und Partner GbR, Dortmund)

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten
sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

ISBN 978-3-433-01836-1

© 2008 Ernst & Sohn
Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG, Berlin

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in andere Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieses Buches darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form – durch Fotokopie, Mikrofilm oder irgendein anderes Verfahren – reproduziert oder in eine von Maschinen, insbesondere von Datenverarbeitungsmaschinen, verwendbare Sprache übertragen oder übersetzt werden.

All rights reserved (including those of translation into other languages).
No part of this book may be reproduced in any form – by photoprint, microfilm, or any other means – nor transmitted or translated into a machine language without written permission from the publisher.

Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen, Handelsnamen oder sonstigen Kennzeichen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, dass diese von jedermann frei benutzt werden dürfen. Vielmehr kann es sich auch dann um eingetragene Warenzeichen oder sonstige gesetzlich geschützte Kennzeichen handeln, wenn sie nicht eigens als solche markiert sind.

Umschlaggestaltung: eiche.eckert° | Werbeagentur, Achern
Druck: Strauss GmbH, Mörlenbach
Bindung: Litges & Dopf Buchbinderei GmbH, Heppenheim

Printed in Germany

Vorwort des Verlages

Mit dem vorliegenden Werk wurde die 4. Auflage von Stahlbau Teil 2 in der Reihe Bauingenieur-Praxis fertig gestellt – nunmehr neu bearbeitet durch Herrn Prof. Dr.-Ing. Rolf Kindmann.

Der Begründer des zweiteiligen Werkes Stahlbau in der Reihe Bauingenieur-Praxis Herr Prof. Dr.-Ing. Ulrich Krüger überarbeitete seinerzeit für die 1. Auflage seine als Skripten für die Studierenden an der FH Karlsruhe herausgegebenen Unterlagen. Von 1998 bis 2004 sind die Bücher Stahlbau Teil 1: Grundlagen und Stahlbau Teil 2: Stabilitätslehre, Stahlbau und Industriebau in jeweils drei Auflagen erschienen. Bei Studenten, Berufsanfängern und Bauingenieuren mit langjähriger Berufspraxis gleichermaßen fanden die Bücher großen Anklang – sie schlossen eine Lücke in der Fachliteratur.

Für die Fortführung des erfolgreichen Werkes konnte in enger Abstimmung zwischen Autoren und Verlag Herr Prof. Dr.-Ing. Rolf Kindmann gewonnen werden. Auf diese Weise erschien die 4. Auflage von Stahlbau Teil 1: Grundlagen im Dezember 2007, aktualisiert durch Herrn Prof. Krüger. Die vollständige Neubearbeitung des vorliegenden Werkes Stahlbau Teil 2: Stabilität und Theorie II. Ordnung durch Herrn Prof. Kindmann schlägt sich auch im geänderten Titel nieder.

Der Verlag Ernst & Sohn dankt Herrn Professor Krüger für die vertrauensvolle Zusammenarbeit und sein großes Engagement bei der stetigen, verlässlichen Aktualisierung und Ergänzung seines Werkes. Die Leser mögen Kontinuität und Neubearbeitung dieses Fachbuches gleichermaßen zu schätzen wissen.

Berlin, im Februar 2008

Verlag Ernst & Sohn

Vorwort des Verfassers

Die Stabilitätsfälle Biegeknicken, Biegedrillknicken und Plattenbeulen sowie Berechnungen nach Theorie II. Ordnung sind zentrale Themen des Stahlbaus. Aus Gründen der Sicherheit und Wirtschaftlichkeit muss sie jeder in der Praxis tätige Ingenieur beherrschen und die zweckmäßigen Nachweisverfahren kennen. Das vorliegende Buch ist als Lehrbuch für Studierende an Technischen Hochschulen, Universitäten und Fachhochschulen sowie für Ingenieure in der Baupraxis konzipiert. Im Vordergrund stehen daher das Verständnis für das Tragverhalten, der Zusammenhang mit den theoretischen Grundlagen und die Durchführung zweckmäßiger Tragsicherheitsnachweise. Besonderer Wert wird auf die Vermittlung von Methoden, Verfahren und Vor-

gehensweisen gelegt, die mit zahlreichen Berechnungsbeispielen veranschaulicht werden.

Das Buch ist in bewährter Weise am Bochumer Stahlbaulehrstuhl entstanden. Ich danke Frau Habel für die druckfertige Erstellung des Manuskriptes, Herrn Steinbach für die Anfertigung der Bilder und den Herren Dr.-Ing. Kraus und Dr.-Ing. Wolf für die wertvollen Hinweise, Kontrollen und fachlichen Diskussionen. Mein besonderer Dank gilt Herrn Dipl.-Ing. Vette, der mich weit über das übliche Maß hinaus mit Anregungen, Berechnungen, dem Entwurf von Bildern und eingehenden Kontrollen unterstützt hat. Aktuelle Hinweise zum Buch werden unter *www.kindmann.de* und *www.rub.de/stahlbau* veröffentlicht.

Bochum, im Februar 2008

R. Kindmann

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

1	Einleitung und Übersicht	1
1.1	Einführung	1
1.2	Grundsätzliches	4
1.3	Bezeichnungen und Annahmen	8
1.4	Inhalt und Gliederung	11
1.5	Berechnungsbeispiele (Übersicht)	13
2	Tragverhalten, Berechnungs- und Nachweisverfahren	15
2.1	Lineares und nichtlineares Tragverhalten	15
2.2	Nachweisverfahren	17
2.3	Definition der Stabilitätsfälle	20
2.4	Nachweisführung bei Theorie II. Ordnung	23
2.5	Erläuterungen zum Verständnis	29
2.6	Fließzonentheorie	35
2.7	Geometrisch nichtlineare Berechnungen	37
3	Nachweise für das Biegeknicken mit Abminderungsfaktoren	42
3.1	Vorbemerkungen	42
3.2	Planmäßig mittiger Druck	43
3.3	Einachsige Biegung mit Druckkraft	51
3.4	Zweiachsige Biegung mit Druckkraft	56
3.5	Nachweis von Stäben und Stabwerken	58
3.6	Knickzahlen ω nach DIN 4114	62
3.7	Modifizierte Abminderungsfaktoren κ	64
4	Stabilitätsproblem Biegeknicken	66
4.1	Ziele	66
4.2	Stabiles Gleichgewicht	67
4.3	Knickbedingungen	68
4.4	Eulerfälle I und IV	72
4.5	Knickbiegelinien und Knicklängen	75
4.6	<i>Eulersche</i> Knickspannung	78
4.7	Hinweise zur Berechnung von N_{Ki}	80

4.8	Ersatz von Tragwerksteilen durch Federn	85
4.9	Druckstäbe mit Federn an den Enden	89
4.10	Lösen von Knickbedingungen	97
4.11	Druckstab mit Wegfeder in Feldmitte	100
4.12	Elastisch gebettete Druckstäbe	102
4.13	Poltreue Normalkräfte/Pendelstützen	110
4.14	Knicklängen für ausgewählte Systeme	119
5	Nachweise für das Biegedrillknicken mit Abminderungsfaktoren	125
5.1	Vorbemerkungen	125
5.2	Stäbe ohne Biegedrillknickgefahr	125
5.3	Planmäßig mittiger Druck	127
5.4	Einachsige Biegung ohne Normalkraft	129
5.5	Druckgurt als Druckstab	133
5.6	Einachsige Biegung mit Drucknormalkraft	136
5.7	Zweiachsige Biegung mit Drucknormalkraft	138
5.8	Planmäßige Torsion	138
5.9	Abminderungsfaktoren nach Eurocode 3	140
5.10	Genauigkeit der Abminderungsfaktoren	144
5.11	Hinweise zur Nachweisführung	146
5.12	Stütze mit planmäßiger Biegung	149
6	Stabilitätsproblem Biegedrillknicken	152
6.1	Vorbemerkungen	152
6.2	Einführungsbeispiel	153
6.3	$M_{K_{i,y}}$ für vier Basissysteme	158
6.4	N_{K_i} für Biegedrillknicken	160
6.5	Aufteilung in Teilsysteme	163
6.6	Träger mit Randmomenten	165
6.7	Herleitung von Berechnungsformeln	171
6.8	$M_{K_{i,y}}$ für einfachsymmetrische I-Querschnitte	175
6.9	Seitlich abgestützte Träger	177
6.10	Kragträger	182
6.11	Träger mit Drehbettung	184
7	Nachweise unter Ansatz von Ersatzimperfektionen	186
7.1	Nachweisführung	186
7.2	Geometrische Ersatzimperfektionen	186
7.3	Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung	198

7.4	Nachweis ausreichender Querschnittstragfähigkeit	199
7.4.1	Spannungsnachweise	199
7.4.2	Plastische Querschnittstragfähigkeit	200
8	Theorie II. Ordnung für Biegung mit Normalkraft	206
8.1	Problemstellung und Ziele	206
8.2	Grundlegende Zusammenhänge	208
8.3	Prinzip der virtuellen Arbeit	212
8.4	Differentialgleichungen und Randbedingungen	217
8.5	Lösung der Differentialgleichung	220
8.6	Weggrößenverfahren	229
8.7	Vergrößerungsfaktoren	235
8.8	Iterative Berechnungen	248
8.9	Tragverhalten nach Theorie II. Ordnung	252
8.9.1	Ziele	252
8.9.2	Biegebeanspruchte Stäbe mit Druck- oder Zugnormalkräften	252
8.9.3	Druckstab mit Randmomenten	254
8.9.4	Maßgebende Bemessungspunkte und Laststellungen	256
8.9.5	Seitlich verschiebbliche Rahmen	258
8.9.6	Seitlich unverschiebbliche Rahmen	261
8.9.7	Erhöhte Biegemomente in druckkraftfreien Teilen	265
8.10	Ersatzbelastungsverfahren für verschiebbliche Rahmen	266
8.11	Berechnungsbeispiel Zweigelenkrahmen	277
9	Theorie II. Ordnung für beliebige Beanspruchungen	283
9.1	Vorbemerkungen	283
9.2	Spannungen und Dehnungen	283
9.3	Verschiebungen u , v und w	286
9.4	Virtuelle Arbeit	291
9.5	Differentialgleichungen und Randbedingungen	297
9.6	Schnittgrößen	299
9.7	Lösungsmethoden	303
9.7.1	Berechnungsablauf	303
9.7.2	Genaue Lösungen	305
9.7.3	Näherungen	306
9.8	Beispiele zum Tragverhalten und zur Tragfähigkeit	309
9.8.1	Vorbemerkungen	309
9.8.2	Biegedrillknicken Einfeldträger	309
9.8.3	Biegedrillknicken Zweifeldträger	314
9.8.4	Einfluss der Querschnittsform	317

9.8.5	Biegedrillknicken mit planmäßiger Torsion	320
9.8.6	Einfluss von Trägerüberständen	322
9.8.7	Realistische Lastangriffspunkte	323
10	Aussteifung und Stabilisierung	325
10.1	Aussteifende Bauteile	325
10.2	Aussteifung von Gebäuden	326
10.3	Stabilisierung durch Abstützungen	330
10.4	Stabilisierung durch Behinderung der Verdrehungen	336
10.5	Stabilisierung durch konstruktive Details	341
10.6	Ausführungsbeispiel Sporthalle	342
10.7	Ausführungsbeispiel eingeschossige Halle	350
10.7.1	Vorbemerkungen	350
10.7.2	Stabilität der Zweigelenkrahmen	350
10.7.3	Dachverbände	359
10.7.4	Wandverbände	365
11	Stabilitätsproblem Plattenbeulen und Beulnachweise	366
11.1	Problemstellung	366
11.2	Nachweise bei beulgefährdeten Konstruktionen	369
11.3	Linearisierte Beultheorie	370
11.4	Beulen unausgesteifter Rechteckplatten	374
11.4.1	Ideale Beulspannungen	374
11.4.2	Konstante Randspannungen σ_x	375
11.4.3	Linear veränderliche Randspannungen σ_x	378
11.4.4	Schubspannungen τ	380
11.4.5	Beulfelder mit unterschiedlichen Randbedingungen	381
11.5	Ausgesteifte Beulfelder	382
11.5.1	Steifentypen	382
11.5.2	Querschnittswerte von Steifen	383
11.5.3	Wirksame Gurtbreiten	383
11.5.4	Steifenanordnung	385
11.5.5	Beulwerte für ausgesteifte Beulfelder	386
11.5.6	Stabilität der Beulsteifen	389
11.6	Beulnachweise nach DIN 18800 Teil 3	390
11.7	Nachweise mit b/t-Verhältnissen	394
11.8	Beulnachweise nach DIN Fachbericht 103	397
11.9	Methode der wirksamen Querschnitte	399
11.10	Konstruktionsdetails	403
11.11	Überkritisches Tragverhalten von Platten	405

11.12	Berechnungsbeispiele	408
11.12.1	Vorbemerkungen	408
11.12.2	Geschweißter Träger mit I-Querschnitt	408
11.12.3	Geschweißter Hohlkastenträger	410
11.12.4	Stegblech eines Durchlaufträgers	411
11.12.5	Ausgesteiftes Bodenblech eines Brückenhauptträgers	414
 Literaturverzeichnis		 418
Sachverzeichnis		424

1 Einleitung und Übersicht

1.1 Einführung

Die *Stabilitätsfälle Biegeknicken, Biegedrillknicken* und *Plattenbeulen* werden durch **Druck**beanspruchungen verursacht. Hinzu kommt beim Biegedrillknicken ein exzentrischer Lastangriff, der die Stabilitätsgefahr erhöht, und beim Plattenbeulen ein Stabilitätsverlust infolge von **Schub**spannungen.

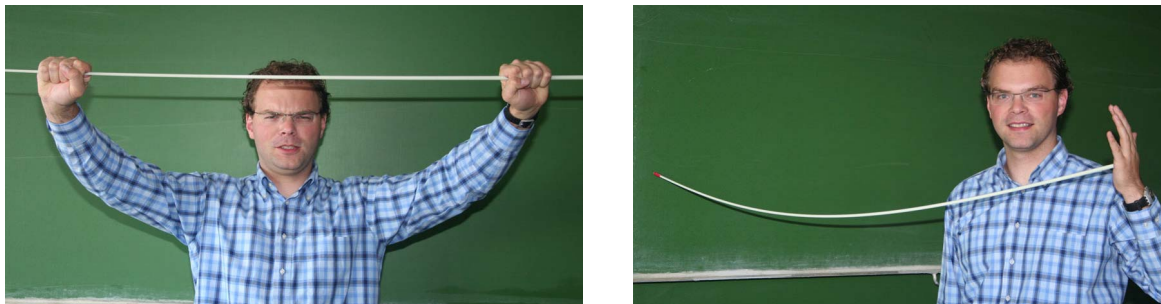


Bild 1.1 Zeigestock unter Zugbeanspruchung (links) und Druckbeanspruchung (rechts)

Mit einem kleinen Experiment lässt sich anschaulich nachweisen, dass **Druck**beanspruchungen wesentlich kritischer als **Zug**beanspruchungen sind. Man benötigt nur einen normalen Zeigestock, der jedoch wie allgemein üblich dünn und schlank sein sollte. Aus welchem Werkstoff er besteht, ist in diesem Zusammenhang zweitrangig. In Bild 1.1 links **zieht** Herr Vette mit beiden Händen an den Enden des Zeigestocks. Trotz größter Anstrengungen gelingt es ihm nicht, den Zeigestock sichtbar zu verlängern. Wenn er dagegen, wie in Bild 1.1 rechts, den Zeigestock gegen die Wand **drückt**, hat er offensichtlich keine Mühe, Verformungen zu erzeugen. Es soll nicht unerwähnt bleiben, dass man dem Zeigestock eine kleine Auslenkung geben muss, sofern er ideal gerade ist. Alternativ dazu kann man einen etwas krummen, d. h. „imperfekten“, Zeigestock verwenden. Damit sind die zentralen Themen des Buches bereits weitgehend angerissen: **Die Stabilitätsfälle und die Berechnung von Verformungen und Beanspruchungen nach Theorie II. Ordnung unter der Berücksichtigung von Imperfektionen.**

Das sind natürlich keine neuen Themen, schließlich hat die klassische Stabilitätstheorie schon eine lange Tradition! Was neu ist, betrifft die Berechnungsmethoden und die Denkweise, die sich in den letzten 10 bis 15 Jahren verändert hat und die in der Lehre und den Lehrbüchern entsprechend vermittelt werden muss. Bild 1.2 zeigt die Unterschiede. Beim Fall a, der klassischen Stabilitätstheorie, geht man von einem ideal geraden Druckstab aus und nimmt an, dass die Kraft genau mittig eingeleitet wird. Mit Aufbringen und Erhöhen der Last wird der Stab zusammengedrückt und

bleibt, da er sich im **stabilen Gleichgewicht** befindet, zunächst gerade. Bei $N = N_{Ki}$, der Verzweigungslast, tritt *indifferentes Gleichgewicht* auf und der Stab ist unschlüssig, ob er gerade bleiben oder ausknicken soll. Fachlich präziser ausgedrückt nennt man den Übergang zum *labilen Gleichgewicht* „indifferentes Gleichgewicht“ und spricht auch von der „Verzweigung des Gleichgewichts“. So weit die klassische Stabilitätstheorie!

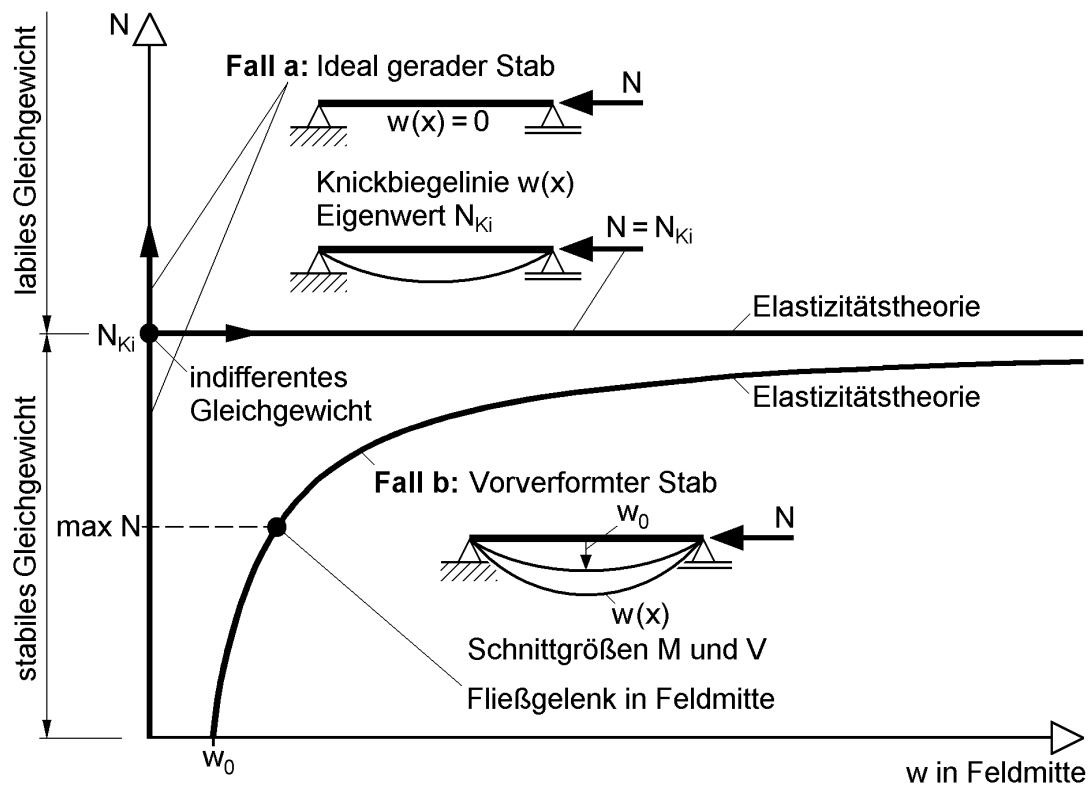


Bild 1.2 Stabilität und Tragfähigkeit eines Druckstabes

Mittlerweile hat sich die Denkweise geändert und man geht wie im Fall b von einem imperfekten (vorgekrümmten) Druckstab aus. Dabei ergibt sich die dargestellte nicht-lineare Last-Verformungs-Beziehung und der Druckstab weist von Anfang an gewisse Auslenkungen auf. Sofern die Imperfektion klein ist und man unbegrenzt elastisches Tragverhalten voraussetzt, nähert sich die Kurve asymptotisch der horizontalen Gerade durch N_{Ki} . Darüber hinaus zeigt die Kurve, dass die Auslenkungen mit wachsendem N überproportional größer werden, was auch für die Biegemomente und Querkräfte gilt.

Da der Werkstoff nicht unbegrenzt elastisch ist, wird die maximale Normalkraft erreicht, wenn in Feldmitte infolge N und M ein Fließgelenk entsteht. Bei dieser Vorgehensweise müssen mit der Vorverformung w_0 ersatzweise alle Imperfektionen und Berechnungsvereinfachungen erfasst werden, die im Hinblick auf die Tragfähigkeit von Bedeutung sind. Natürlich gilt dies auch für den Fall, dass man vom Stabilitätsproblem, d. h. von N_{Ki} , ausgeht und $\max N = \kappa \cdot N_{pl,d}$ mit Hilfe von Abminderungsfaktoren bestimmt, s. auch Abschnitt 2.4.

Die Veränderung der Denkweise steht in engem Zusammenhang mit den alten und neuen Nachweismethoden. Früher, d. h. nach der alten Stabilitätsnorm DIN 4114 [17], hat man den Stabilitätsnachweis fast immer mit der Bedingung

$$\omega \cdot \frac{S}{F} \leq \sigma_{zul} \quad (1.1)$$

geführt und für die Ermittlung der *Knickzahlen* ω wurde die Knicklänge, die sich aus der Verzweigungslast ergibt, verwendet. Natürlich waren in den Knickzahlen ω die Einflüsse von Imperfektionen und infolge Theorie II. Ordnung enthalten. Dies war jedoch nicht in den Köpfen der Ingenieure verankert, sodass viele bei Einführung der DIN 18800 [9] glaubten, dass die Theorie II. Ordnung eine Erfindung der Normenmacher sei. Ein zu Gl. (1.1) vergleichbarer Nachweis ist mit

$$\frac{N}{\kappa \cdot N_{pl,d}} \leq 1 \quad (1.2)$$

auch in DIN 18800 Teil 2 enthalten. Der Unterschied zu früher besteht darin, dass heutzutage alle in der Praxis tätigen Ingenieure wissen, was die Abminderungsfaktoren κ (vergleichbar mit $1/\omega$) abdecken. Darüber hinaus werden mittlerweile häufig Nachweise geführt, bei denen die Berechnungen nach Theorie II. Ordnung unmittelbar erkennbar sind.

Mit einer über 30jährigen Erfahrung im Stahlbau hat der Verfasser sowohl die alte als auch die neue Stabilitätsnorm häufig verwendet und hat darüber hinaus an der Erstellung von DIN 18800 Teil 2 als Mitglied des Normenausschusses mitgewirkt. Man sollte sich stets bewusst sein, dass Normen kein Lehrbuchwissen vermitteln und man ist daher diesbezüglich auf gute Lehrbücher angewiesen. In diesem Zusammenhang hat der Autor zahlreiche Lehrbücher und Veröffentlichungen herangezogen und damit das entsprechende Wissen erarbeitet. Einige Bücher hatten eine außergewöhnliche Bedeutung und sollen aufgrund der besonderen Wertschätzung nachfolgend genannt werden:

- Pflüger: Stabilitätsprobleme der Elastostatik [69]
- Roik/Carl/Lindner: Biegetorsionsprobleme gerader dünnwandiger Stäbe [72]
- Roik: Vorlesungen über Stahlbau [77]
- Wlassow: Dünnwandige elastische Stäbe [92]
- Bürgermeister/Steup/Kretschmar: Stabilitätstheorie [6]
- Petersen: Stahlbau [67], Statik und Stabilität der Baukonstruktionen [68]

1.2 Grundsätzliches

Zentrales Thema des vorliegenden Buches ist die *Stabilität* und Theorie II. Ordnung von Stabtragwerken. Da dabei auf der *linearen Stabtheorie* aufgebaut wird, sind einige grundlegende Erläuterungen zu den üblichen Annahmen, Methoden und Vorgehensweisen sowie Hinweise zu grundlegenden Aspekten der Stabilität und Theorie II. Ordnung sinnvoll.

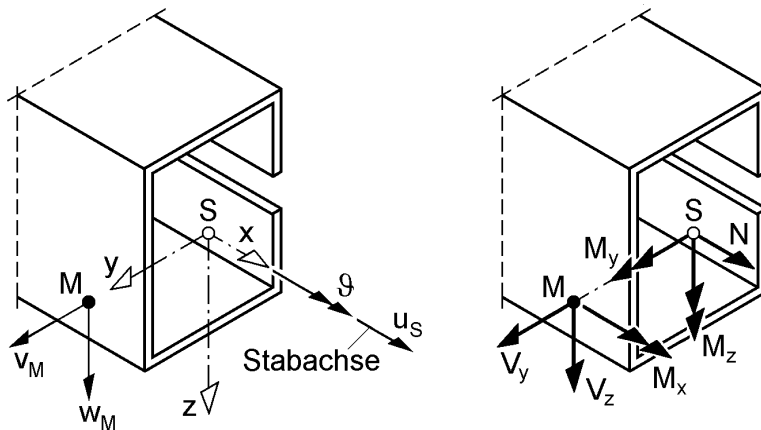


Bild 1.3 Stabquerschnitt im Koordinatensystem mit Verschiebungs- und Schnittgrößen

Stäbe werden in einem **x-y-z-Koordinatensystem** gemäß Bild 1.3 beschrieben, bei dem die **x-Achse die Stabachse** ist. Sie verläuft durch den **Schwerpunkt S** und **y** und **z** sind die **Hauptachsen** des Querschnitts. In diesem Koordinatensystem wird auch der **Schubmittelpunkt M**(y_M, z_M) angegeben. Bild 1.3 zeigt beispielhaft einen Sonderfall mit $y_M \neq 0$ und $z_M = 0$.

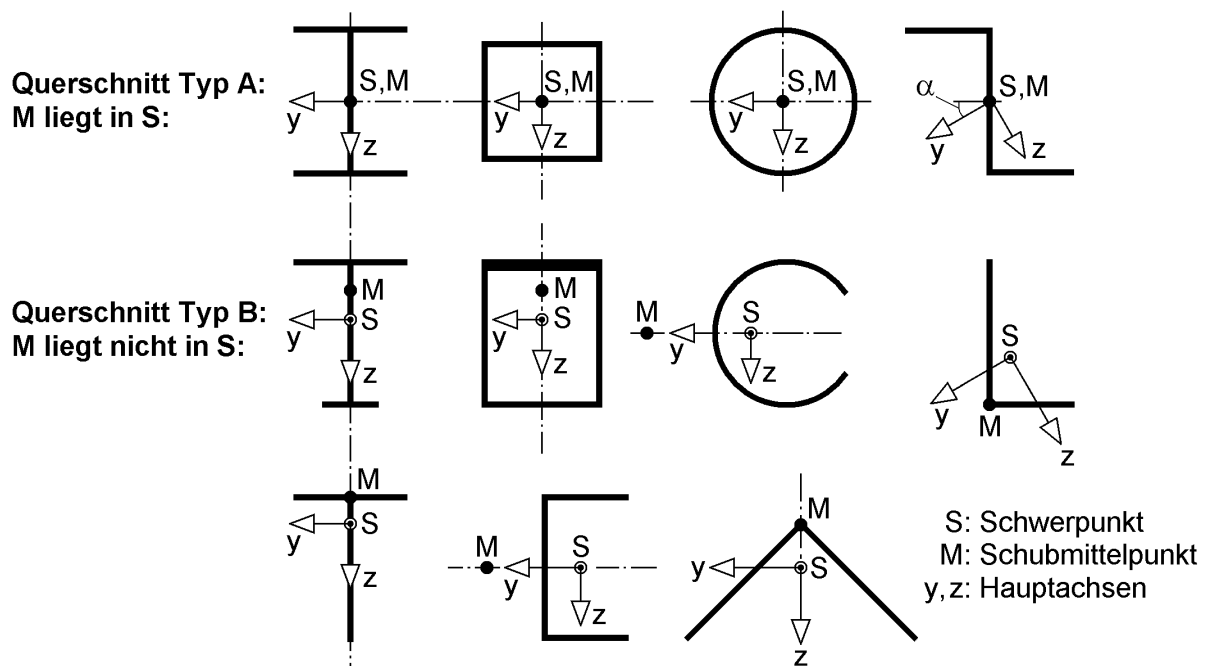


Bild 1.4 Richtung der Hauptachsen sowie Lage von S und M

Zur Ermittlung der Punkte S und M sowie der Richtungen von y und z sind entsprechende Berechnungen durchzuführen. Sie werden in [25] ausführlich erläutert und die erforderlichen Vorgehensweisen hergeleitet. Bei **Querschnitten mit Symmetrieeigenschaften** vereinfachen sich die Berechnungen und bei Querschnitten mit mindestens zwei Symmetrieachsen entfallen sie gänzlich, weil S und M im Schnittpunkt der *Symmetrieachsen* liegen und y und z den Symmetrieachsen entsprechen. Bild 1.4 zeigt dazu Beispiele.

Bei einigen Problemstellungen wird auch eine **Profilordinate** s und eine **normierte Wölbordinate** ω benötigt, siehe Bild 1.5 und [25].

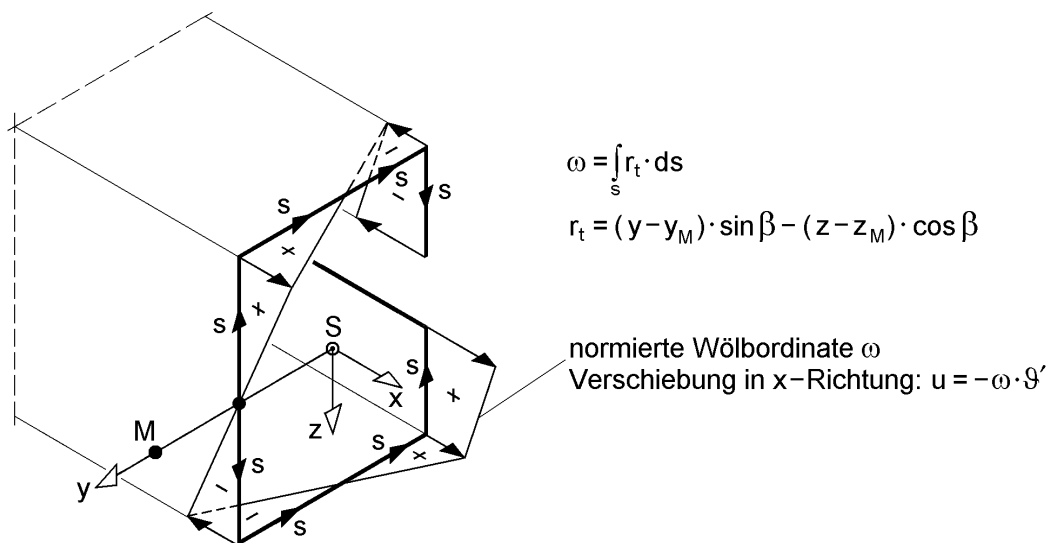


Bild 1.5 Profilordinate s und Wölbordinate ω

Zur Erläuterung weiterer Grundlagen und Prinzipien wird der *Kragträger* in Bild 1.6 betrachtet, der am freien Ende durch Einzellasten F_x , F_y und F_z belastet wird. Da F_y außermittig zum Schubmittelpunkt angreift, tritt auch Torsion auf, sodass hier der allgemeine Beanspruchungsfall „zweiachsige Biegung mit Normalkraft und Torsion“ vorliegt.

Verformungen

Es versteht sich von selbst, dass die Verschiebungen u , v und w die Differenz zwischen der verformten Lage und der Ausgangslage sind. Die Richtungen von u , v und w entsprechen den Richtungen der Koordinaten x , y und z in der **unverformten Ausgangslage**. Wichtig ist, dass sich auch die Verdrehungen φ_x , φ_y und φ_z auf diese Richtungen beziehen, s. auch Bild 1.7. Das gilt auch für die im Folgenden verwendeten Verdrehungen $\vartheta \cong \varphi_x$, $w'_M \cong -\varphi_y$ und $v'_M \cong \varphi_z$. Der Index M bei w'_M und v'_M kennzeichnet, dass es sich um die Verdrehungen im Schubmittelpunkt handelt, s. auch Bild 1.3.

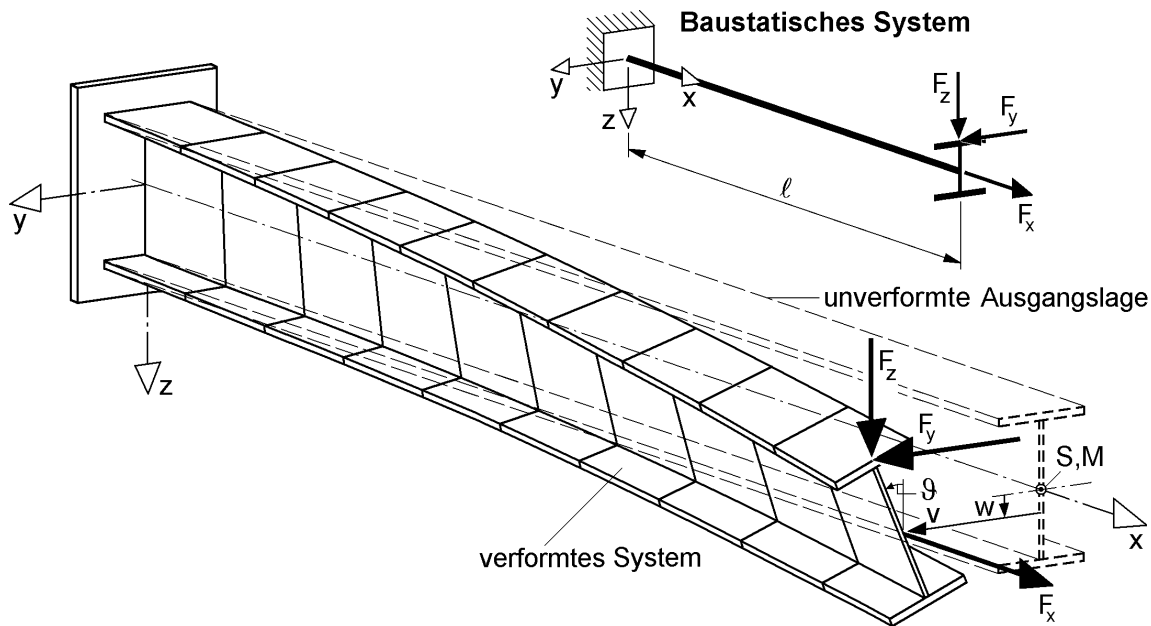


Bild 1.6 Grundsatzbeispiel Kragträger

Lasten

Es ist eine wesentliche Grundlage der Stabtheorie, dass Lasten bei der Verformung eines Tragwerks ihre Richtung beibehalten. Die Indizes x , y und z beziehen sich daher auf die **unverformte Ausgangslage**. Darüber hinaus wird angenommen, dass sie mit dem Tragwerk **fest verbunden** sind und daher wie ihr Angriffspunkt verschoben werden (s. Bild 1.6). Daraus resultiert auch, dass sich am verformten System (Theorie II. Ordnung) zusätzliche Beanspruchungen ergeben.

Koordinatensysteme

Alle Verformungs- und Lastgrößen werden auf das x - y - z -System in der **unverformten Ausgangslage** des Stabes bezogen (siehe oben). Bei einer Verformung des Stabes geht das Koordinatensystem mit, weil es wie die Lasten fest mit dem Stab verbunden ist. Eigentlich müsste man das „mitgehende“ x - y - z -Koordinatensystem zwecks Unterscheidung anders bezeichnen. Dies hat sich aber nicht allgemein durchgesetzt, weil damit auch gewisse Nachteile verbunden sind.

Spannungen

Natürlich kann man Spannungen in beliebigen Koordinatensystemen angeben. Sinnvoll ist das aber nicht, weil damit die Tragfähigkeit von Querschnitten beurteilt werden soll. Es ist daher offensichtlich, dass sich die Richtungen von Spannungen auf das **mitgehende** x - y - z -Koordinatensystem beziehen. Die Normalspannung σ_x , die wichtigste Spannung bei Stäben, hat daher die gleiche Richtung wie die **verformte** Stabachse. Bei der Spannungsermittlung bestehen zwischen Theorie I. und II. Ordnung keine Unterschiede und man kann daher die üblichen Berechnungsformeln verwenden. Es kommt nur darauf an, den Einfluss der Theorie II. Ordnung bei den

Schnittgrößen zu berücksichtigen und die Spannungen mit den „richtigen“ **Schnittgrößen**, den so genannten Nachweisschnittgrößen, zu berechnen.

Schnittgrößen

Schnittgrößen werden in englischsprachigen Ländern häufig „stress resultants“, also Spannungsergebende genannt. Bei Stäben werden Spannungen σ_x , τ_{xy} und τ_{xz} in der Querschnittsebene zu „resultierenden“ *Normalkräften, Querkraften, Biegemomenten, Torsionsmomenten und Wölbmomenten*, also

$$N, V_y, V_z, M_y, M_z, M_x \text{ und } M_\omega$$

zusammengefasst. Da sie sich aus den Spannungen ergeben, beziehen sich die Schnittgrößen auf das **mitgehende** x-y-z-Koordinatensystem, d. h. auf Querschnitte in der **verformten Lage**. Diese Schnittgrößen werden im Folgenden auch **Nachweisschnittgrößen** genannt, wenn eine Klarstellung zweckmäßig ist. Teilweise ist es sinnvoll, die Schnittgrößen auf andere Richtungen zu beziehen, beispielsweise auf das x-y-z-Koordinatensystem in der **unverformten Ausgangslage**. Zwecks Unterscheidung werden sie **Gleichgewichtsschnittgrößen** genannt. Für die Beurteilung der Querschnittstragfähigkeit dürfen sie jedoch nicht verwendet werden.

Berechnungen nach Theorie II. Ordnung

Bei diesen Berechnungen wird das Gleichgewicht am „schwach“ verformten System berücksichtigt, da die Theorie II. Ordnung eine Näherung für die geometrisch nichtlineare Theorie ist, s. Abschnitt 2.1. Bei dieser Näherung werden stets zwei Rechenschritte durchgeführt:

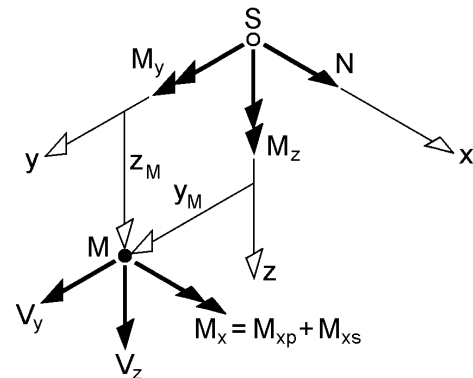
1. Berechnung nach Theorie I. Ordnung und Ermittlung der Schnittgrößen N , M_y , M_z und M_ω
2. Berechnung nach Theorie II. Ordnung unter Berücksichtigung der vorgenannten Schnittgrößen

Stabilitätsuntersuchungen

Bei Stabilitätsuntersuchungen sind homogene Gleichungen oder Gleichungssysteme der Ausgangspunkt der Berechnungen und es werden Eigenwerte sowie bei Bedarf Eigenformen ermittelt. Wie bei den Berechnungen nach Theorie II. Ordnung müssen in einem ersten Rechenschritt die Schnittgrößen N , M_y , M_z und M_ω bestimmt werden.

Schnittgrößen

N	Normalkraft
V_y, V_z	Querkräfte
M_y, M_z	Biegemomente
M_x	Torsionsmoment
M_{xp}, M_{xs}	primäres und sekundäres Torsionsmoment
M_ω	Wölbbimoment
M_{tr}	siehe Tabelle 9.2
Index el:	Grenzschnittgrößen nach der Elastizitätstheorie
Index pl:	Grenzschnittgrößen nach der Plastizitätstheorie
Index d:	Bemessungswert (design)



zusätzliche Schnittgröße M_ω in M!

Bild 1.9 Schnittgrößen an der positiven Schnittfläche eines Stabes

Spannungen

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Normalspannungen
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	Schubspannungen
σ_v	Vergleichsspannung

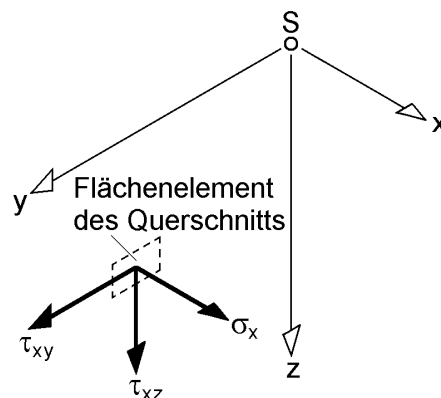


Bild 1.10 Spannungen an der positiven Schnittfläche eines Stabes

Querschnittskennwerte

A	Fläche
I_y, I_z	Hauptträgheitsmomente
I_ω	Wölbwiderstand
I_T	Torsionsträgheitsmoment
W_y, W_z	Widerstandsmomente
S_y, S_z	statische Momente
i_M, r_y, r_z, r_ω	Größen für Theorie II. Ordnung und Stabilität, s. Tabelle 9.2

$$i_p = \sqrt{\frac{I_y + I_z}{A}} \quad \text{polarer Trägheitsradius}$$

Biegeknicken und Biegedrillknicken

N_{Ki}	ideale Drucknormalkraft (Elastizitätstheorie, Eigenwert)
s_K	Knicklänge für Biegeknicken
ε	Stabkennzahl für Biegeknicken
η_{Ki}	Verzweigungslastfaktor des Systems (Eigenwert)
$M_{Ki,y}$	ideales Biegedrillknickmoment (Elastizitätstheorie, Eigenwert)
$\bar{\lambda}_K, \bar{\lambda}_M$	bezogene Schlankheitsgrade
$\kappa, \kappa_M; \chi, \chi_{LT}$	Abminderungsfaktoren (LT: lateral torsional buckling)

Plattenbeulen

σ_e	Bezugsspannung
$\kappa_\sigma, \kappa_\tau$	Beulwerte
σ_{Pi}, τ_{Pi}	ideale Beulspannungen (Elastizitätstheorie, Eigenwerte)
$\bar{\lambda}_p$	bezogener Schlankheitsgrad
κ, ρ	Abminderungsfaktoren

Werkstoffkennwerte (isotroper Werkstoff)

E	Elastizitätsmodul
G	Schubmodul
ν	Querkontraktion, <i>Poissonsche</i> Zahl
f_y	Streckgrenze
f_u	Zugfestigkeit
ε_u	Bruchdehnung

Teilsicherheitsbeiwerte/Bemessungswerte

γ_M	Teilsicherheitsbeiwert für die Widerstandsgrößen (m aterial)
γ_F	Teilsicherheitsbeiwert für die Einwirkungen (f orce)
ψ	Kombinationsbeiwert
S_d, R_d	Bemessungswerte der Beanspruchungen bzw. der Beanspruchbarkeiten

Sofern nicht anders angegeben, gelten folgende **Annahmen** und **Voraussetzungen**:

- Es wird linearelastisches-idealplastisches *Werkstoffverhalten* gemäß Bild 2.1 vorausgesetzt.
- Verformungen sind so klein, dass geometrische Beziehungen linearisiert werden können, s. Tabelle 2.1.
- Die Querschnittsform eines Stabes bleibt bei Belastung und Verformung erhalten.
- Für zweiachsige Biegung mit Normalkraft wird die *Bernoulli*-Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte vorausgesetzt und der Einfluss von Schubspannungen infolge von Querkraften auf die Verformungen vernachlässigt (schubstarre Stäbe).
- Bei der *Wölbkrafttorsion* wird die *Wagner*-Hypothese vorausgesetzt und der Einfluss von Schubspannungen infolge des sekundären Torsionsmomentes auf die Verdrehung vernachlässigt.

1.4 Inhalt und Gliederung

Bild 1.11 enthält eine Zusammenstellung der Kapitelüberschriften und zeigt das Ordnungsprinzip sowie gegenseitige Verknüpfungen.

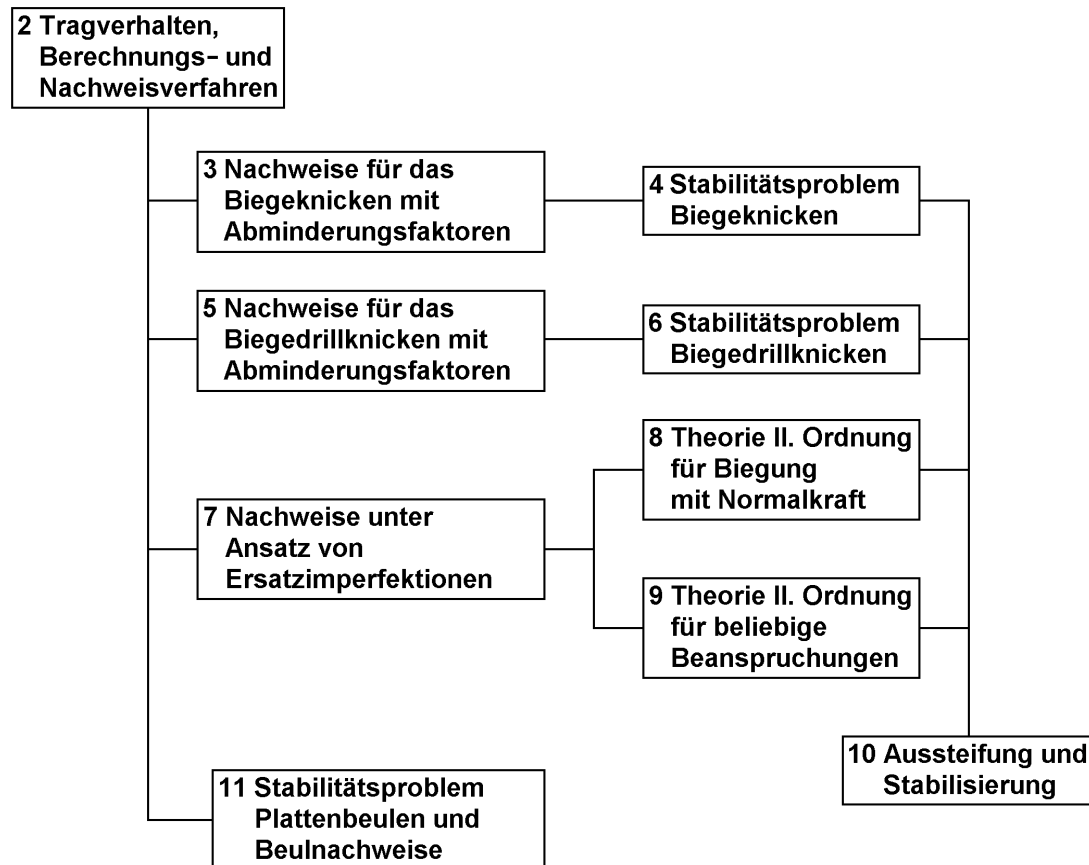


Bild 1.11 Kapitelgliederung und Abhängigkeiten

In **Kapitel 2** wird erläutert, welche Nachweisverfahren zur Verfügung stehen und was bei Berechnungen nach Theorie II. Ordnung und Stabilitätsuntersuchungen zu beachten ist. Das Kapitel soll vermitteln, dass Berechnungen nach der **Fließzonen-theorie** die genauesten Ergebnisse liefern, für eine Verwendung in der Baupraxis aber nur in Ausnahmefällen geeignet sind. Man führt daher *vereinfachte Nachweise*, wobei zwei Verfahren unterschieden werden, die wie folgt gekennzeichnet sind:

- Verwendung von *Abminderungsfaktoren* (κ , κ_M , χ)
- *Ansatz geometrischer Ersatzimperfectionen* (v_0 , w_0 , φ_0) und Berechnungen nach Theorie II. Ordnung

Darüber hinaus wird in Kapitel 2 klargestellt, dass die Theorie II. Ordnung eine Näherung für die geometrisch nichtlineare Theorie ist, die für Baukonstruktionen nicht nur zweckmäßig ist, sondern auch zu sinnvollen Ergebnissen führt.

In **Kapitel 3** sind die **vereinfachten Nachweise für das Biegeknicken** unter Verwendung von **Abminderungsfaktoren** zusammengestellt. Dabei geht es im Wesent-

lichen um die Nachweisbedingungen in DIN 18800-2 und EC 3, deren Hintergrund im Hinblick auf das Verständnis erläutert wird. Ergänzend dazu werden modifizierte Abminderungsfaktoren κ angegeben und ein Bezug zu den Knickzahlen ω nach DIN 4114 hergestellt.

Das Stabilitätsproblem Biegeknicken wird in **Kapitel 4** behandelt und es werden Methoden zur Ermittlung von Knicklängen und *Verzweigungslasten* vermittelt. Sie werden für die vereinfachten Nachweise in Kapitel 3 benötigt, können aber auch für die Vergrößerungsfaktoren in Kapitel 8 verwendet werden. Kapitel 4 ist ein zentrales Kapitel des Buches, da dort das stabile Gleichgewicht baustatischer Systeme eingehend untersucht und entsprechende Berechnungsmethoden hergeleitet werden.

Die **vereinfachten Nachweise für das Biegedrillknicken** unter Verwendung von **Abminderungsfaktoren** werden in **Kapitel 5** behandelt. Es entspricht daher konzeptionell Kapitel 3, das die Nachweisbedingungen für das Biegeknicken enthält.

Kapitel 6 entspricht prinzipiell Kapitel 4, d. h. dort werden *Verzweigungslasten für das Biegedrillknicken* berechnet, die für die Nachweise in Kapitel 5 benötigt werden. Im Vordergrund des Kapitels stehen die Methoden zur Berechnung von M_{Ki} sowie die Herleitung und Verwendung von Berechnungsformeln.

In **Kapitel 7** ist zusammengestellt, wie bei den **Nachweisen unter Ansatz von Ersatzimperfektionen** vorzugehen ist. Dazu wird die richtige Wahl der **geometrischen Ersatzimperfektionen**, die Ermittlung der Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung und der *Nachweis ausreichender Querschnittstragfähigkeit* behandelt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit und wegen des Umfangs wird die Schnittgrößenermittlung in die Kapitel 8 und 9 ausgelagert.

Kapitel 8, Theorie II. Ordnung für Biegung mit Normalkraft, ist ein zentrales Grundlagenkapitel des Buches, das das Biegeknicken von Stäben und Stabwerken und darüber hinaus auch den Einfluss von Zugnormalkräften abdeckt. Es enthält alle erforderlichen Herleitungen, die im Übrigen auch für Kapitel 4 benötigt werden, und Lösungsverfahren für das Biegeknicken. Die Methoden und Verfahren sind für das Verständnis der Zusammenhänge und des Tragverhaltens von besonderer Bedeutung.

In **Kapitel 9** wird die *Theorie II. Ordnung für beliebige Beanspruchungen* behandelt. Da dabei die Verformungen $u(x)$, $v(x)$, $w(x)$ und $\vartheta(x)$ in einer beliebigen Kombination auftreten können, sind die Herleitungen gegenüber Kapitel 8 umfangreicher und auch deutlich „theorielastiger“. Als Erweiterung und Fortsetzung von Kapitel 8 dient es zur Lösung allgemeiner Problemstellungen bei Stäben und Stabwerken. Im Hinblick auf baupraktische Fragestellungen wird das Tragverhalten und die Tragfähigkeit beim *Biegedrillknicken ohne und mit planmäßiger Torsion* dargelegt und damit an das Biegeknicken in Kapitel 8 angeknüpft.

Die **Aussteifung** und **Stabilisierung** von Bauteilen und Tragwerken wird in **Kapitel 10** behandelt. Es wird gezeigt, welche Konstruktionen eine aussteifende Wirkung haben, wie sie die Stabilitätsgefahr verringern und welche Beanspruchungen in ihnen selbst auftreten. Die Übersicht in Bild 1.11 zeigt, das Kapitel 10 in einem engen Zusammenhang mit den Kapiteln 4, 6, 8 und 9 steht, da sich die Aussteifungen sowohl auf die Stabilität als auch auf die Theorie II. Ordnung auswirken.

In **Kapitel 11** werden das **Stabilitätsproblem Plattenbeulen** und die entsprechenden **Beulnachweise** behandelt. Unmittelbar ist es nur mit Kapitel 2 verknüpft, wo die Nachweisverfahren für alle Stabilitätsfälle im Vergleich erläutert werden. Für das Verständnis ist es hilfreich, wenn man die Kapitel 4 und 6 beherrscht, weil das Stabilitätsproblem auch beim Plattenbeulen ein zentrales Thema ist.

1.5 Berechnungsbeispiele (Übersicht)

Tabelle 1.1 gibt eine Übersicht zu den Berechnungsbeispielen, die in dem vorliegenden Buch enthalten sind. Mit den Beispielen sollen Erkenntnisse zum Tragverhalten und zur Methodik sowie die praxisgerechte Nachweisführung vermittelt werden. Aus Tabelle 1.1 kann abgelesen werden, in welchen Abschnitten die Beispiele zu finden sind. Teilweise wäre auch eine andere Zuordnung möglich, weil zum Vergleich mehrere Berechnungsmethoden gezeigt oder unterschiedliche Nachweise geführt werden. Soweit möglich, wurden „nachvollziehbare Handrechenverfahren“ verwendet und EDV-Programme nur bei entsprechend schwierigen Problemstellungen eingesetzt. Bei den EDV-Programmen handelt es sich um die RUBSTAHL-Programme des Lehrstuhls für Stahl- und Verbundbau der Ruhr-Universität Bochum, Informationen finden sich unter www.ruhr-uni-bochum.de/stahlbau. Mehrfach eingesetzt wurden folgende Programme: KSTAB, FE-Rahmen, Beulen, QST-TSV-I und QST-TSV-3Blech.

Weitere Berechnungsbeispiele können [25], [31] und [49] entnommen werden. In [25] liegt der Schwerpunkt bei der Querschnittstragfähigkeit und bei der Berechnung von Querschnittskennwerten. Darüber hinaus werden jedoch auch einige ausgewählte Systeme eingehend untersucht. Zentrales Thema in [31] ist die Berechnung baustatischer Systeme mit Hilfe der Methode der finiten Elemente und es finden sich dort zahlreiche Berechnungsbeispiele zum Biegeknicken, Biegedrillknicken und Plattenbeulen. In [36] werden fast ausschließlich Verbindungen behandelt, sodass die Beispiele dort im Wesentlichen geschraubte und geschweißte Verbindungen betreffen.

Tabelle 1.1 Verzeichnis der Berechnungsbeispiele

Nr.	Abschnitt	Beispiel
1	2.3	Vier Beispiele zum Knicken von Stäben
2	2.4	Nachweise mit Abminderungsfaktoren für Biegeknicken, Biegedrillknicken und Plattenbeulen
3	2.4	Nachweise mit dem Ersatzimperfektionsverfahren für Biegeknicken und Biegedrillknicken
4	2.6	Biegeknicken eines Druckstabes
5	2.7	Biegeknicken einer Stütze
6	2.7	Biegedrillknicken eines Trägers
7	3.2	Freistehende unten eingespannte Stütze
8	3.3	Druckstab mit Querbelastrung
9	3.4	Stütze mit zweiachsiger Biegung
10	3.5	Stütze mit veränderlicher Drucknormalkraft
11	3.5	Dreifeldträger mit einachsiger Biegung und Drucknormalkraft
12	4.9	Knicklänge eines Zweigelenkrahmens
13	4.10	Knicklänge eines Druckstabes mit einer Drehfeder am Stabende
14	4.10	Knicklänge eines Druckstabes mit drei Federn an den Enden
15	4.12	Druckgurt einer Vollwandträger-Trogbrücke
16	4.13	Aussteifungsverband einer Hallenwand
17	5.3	Drillknickgefährdete Stütze
18	5.4	Beidseitig gabelgelagerter Träger unter Gleichstreckenlast
19	5.5	Laufsteg im Industriebau
20	5.8	Kranbahnträger mit planmäßiger Torsion
21	5.11	Stütze mit planmäßiger Biegung
22	6.6	Dreifeldträger
23	8.5	Druckstab mit ungleichen Randmomenten
24	8.6	Einfeldträger mit Kragarm
25	8.7	Einfeldträger mit symmetrischer Belastung
26	8.7	Einfeldträger mit unsymmetrischer Belastung
27	8.7	Einfeldträger mit einseitiger Einspannung
28	8.8	Eingespannte Stütze
29	8.8	Zweistöckiger Rahmen
30	8.9.2	Biegebeanspruchte Stäbe mit Druck- und Zugkräften
31	8.9.3	Druckstab mit Randmomenten
32	8.9.4	Zweifeldträger mit Druck und planmäßiger Biegung
33	8.9.5	Seitlich verschieblicher Zweigelenkrahmen
34	8.9.6	Seitlich unverschieblicher Zweigelenkrahmen
35	8.10	Zweigelenkrahmen mit angehängten Pendelstützen
36	8.10	Zweistöckiger Rahmen
37	8.11	Zweigelenkrahmen
38	9.8.2	Biegedrillknicken Einfeldträger
39	9.8.3	Biegedrillknicken Zweifeldträger
40	9.8.4	Einfeldträger mit einfachsymmetrischem I-Querschnitt
41	9.8.5	Biegedrillknicken Einfeldträger mit planmäßiger Torsion
42	9.8.6	Biegedrillknicken Einfeldträger mit Überständen
43	9.8.7	Einfeldträger mit U-Querschnitt
44	10.6	Ausführungsbeispiel Sporthalle
45	10.7	Ausführungsbeispiel eingeschossige Halle
46	11.12.2	Geschweißter Träger mit I-Querschnitt
47	11.12.3	Geschweißter Hohlkastenträger
48	11.12.4	Stegblech eines Durchlaufträgers
49	11.12.5	Ausgesteiftes Bodenblech eines Brückenhauptträgers

2 Tragverhalten, Berechnungs- und Nachweisverfahren

2.1 Lineares und nichtlineares Tragverhalten

Bei der Berechnung von Tragwerken wird zwischen **physikalisch** und **geometrisch** linearem bzw. nichtlinearem *Tragverhalten* unterschieden. Das physikalische Tragverhalten ergibt sich aus dem Verhalten des Werkstoffs, aus dem das Tragwerk hergestellt wird. Bild 2.1 zeigt das **Werkstoffverhalten** für Baustahl, das auf dem im Zugversuch ermittelten Verhalten basiert. Es wird in der Regel für die Berechnungen durch zwei Geraden idealisiert. Im ersten Teil wird linearelastisches Verhalten angenommen, das durch das *Hookesche* Gesetz $\sigma = E \cdot \varepsilon$ beschrieben wird. Der zweite Teil ist ebenfalls eine Gerade, die mit $\sigma_x = f_{y,d}$ und $E = 0$ ein idealplastisches Verhalten des Werkstoffs beschreibt.

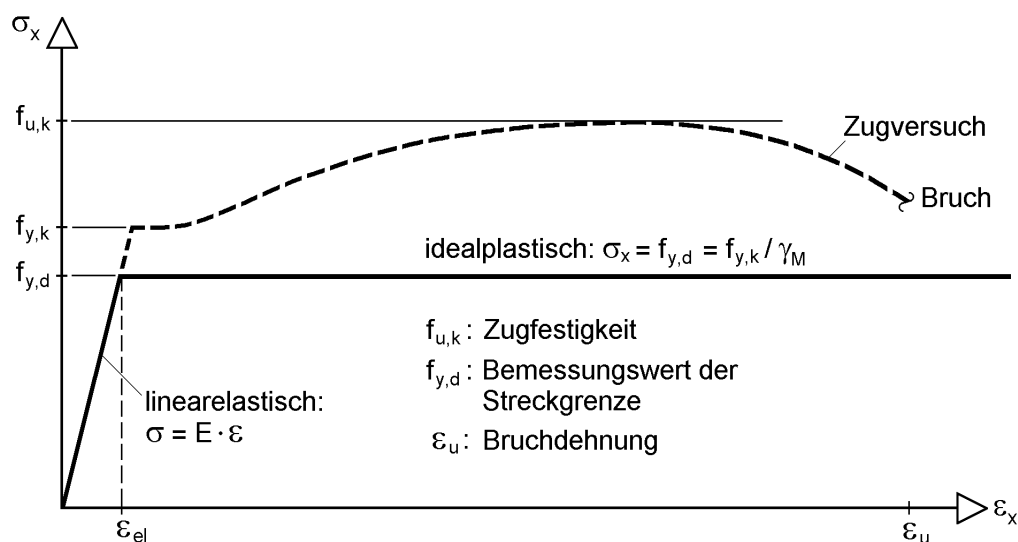


Bild 2.1 Linearelastisch-idealplastische Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Baustahl

Die Unterschiede zwischen der **geometrisch linearen** und **nichtlinearen** Theorie wird mit Hilfe von Tabelle 2.1 erläutert. Bei der geometrisch linearen Theorie, auch Theorie I. Ordnung genannt, wird das Gleichgewicht am **unverformten** System formuliert. Man ist bestrebt diese Theorie anzuwenden, weil sie am einfachsten ist und den geringsten Rechenaufwand erfordert. In einigen Anwendungsfällen reicht diese Näherung aber nicht aus und man muss genauer rechnen, weil man ansonsten katastrophal falsche Ergebnisse erhält und damit auf der unsicheren Seite liegt. Dies ist immer dann der Fall, wenn das Tragwerk stabilitätsgefährdet ist.

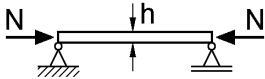
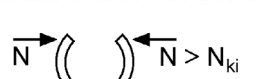
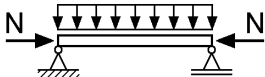
Bei der geometrisch nichtlinearen Theorie wird das Gleichgewicht am **verformten** System formuliert und es werden dabei große Verformungen berücksichtigt. Mit dieser Theorie erhält man die genauen Lösungen, muss dafür aber auch einen hohen

Rechenaufwand treiben. Bei Baukonstruktionen können mit der geometrisch nichtlinearen Theorie sehr große Verformungen berechnet werden, die unrealistisch sind, weil angrenzende Bauteile dann längst versagt haben (Gebrauchstauglichkeit), oder unsinnig sind, weil die Lasten nicht mehr eingeleitet werden können. Im Stahlbau verwendet man daher eine „Theorie II. Ordnung“, die eine Näherung für die geometrisch nichtlineare Theorie ist. Dabei wird das Gleichgewicht am **verformten** System formuliert, jedoch nur mäßige Verformungen berücksichtigt. Die Skizzen in Tabelle 2.1 vermitteln anschaulich die Unterschiede bei den Verformungen.

Bei Tragwerken des Bauwesens sollte man die Verformungen stets so begrenzen, dass die Theorie II. Ordnung zu ausreichend genauen Ergebnissen führt. Abgesehen von Seilkonstruktionen ist es in der über 30jährigen Berufspraxis des Verfassers nur einmal vorgekommen, dass die geometrisch nichtlineare Theorie erforderlich war: Dabei war die Standsicherheit eines Windspiels von 16 m Höhe mit weit auskragenden beweglichen Armen zu prüfen. Planmäßig treten bei diesem Kunstwerk sehr große Verformungen auf.

Mit den beiden letzten Zeilen in Tabelle 2.1 werden Hinweise für theoretische Grundlagen gegeben. Sie beschreiben, wie die *Verzerrungen* (Dehnungen) bestimmt werden, wobei die Spannungen mit den „wirklichen“ Verzerrungen ermittelt werden. Die virtuellen Verzerrungen dienen zur Formulierung der virtuellen Arbeit, s. Abschnitte 8.3 und 9.4.

Tabelle 2.1 Unterschiede zwischen Theorie I. und II. Ordnung sowie der geometrisch nichtlinearen Theorie, nach [47]

	Theorie I. Ordnung (geometrisch lineare Theorie)	Theorie II. Ordnung	geometrisch nichtlineare Theorie
Gleichgewicht	am unverformten System	am schwach verformten System	am stark verformten System
Stab unter Druckbelastung	 $N \leq N_{ki}$	 $N \leq N_{ki}$	 Verhalten nach Ausknicken $N > N_{ki}$ siehe auch Bild 2.14
Stab unter Druck- und Querbewlastung	 $N \ll N_{ki}$ $w < h$	 $N < N_{ki}$ $w \approx h$	 $N \approx N_{ki}$ $w \gg h$
Wirkliche Verzerrungen	lineare kinematische Beziehungen		nichtlineare kinematische Beziehungen
Virtuelle Verzerrungen	aus linearer kinematischer Beziehung	aus nichtlinearer kinematischer Beziehung - linearisiert - - nichtlinear -	