

WIE DIE
NULL
AUS DEM
NICHTS
ENTSTAND

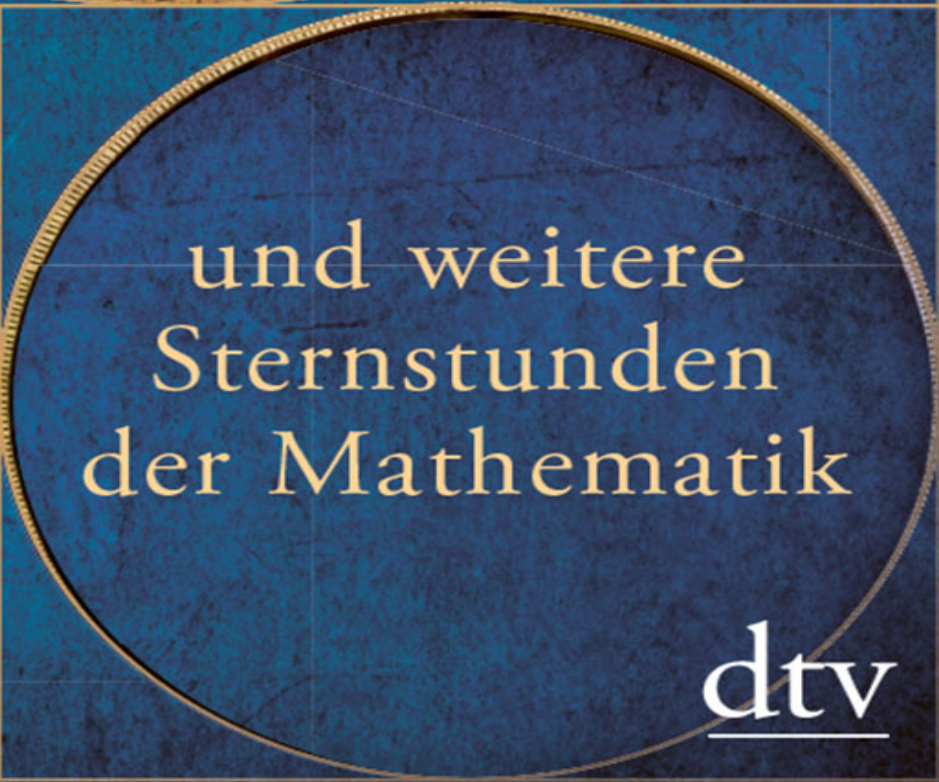
$$x = -\frac{b}{2a};$$
$$\Delta = 4ac - b^2$$
$$a > 0;$$



π



UMBERTO
BOTTAZZINI



und weitere
Sternstunden
der Mathematik

dtv

Umberto Bottazzini

Wie die Null aus dem Nichts entstand

und weitere Sternstunden der Mathematik

*Aus dem Italienischen von
Anna Leube und Wolf Heinrich Leube*

dtv

Inhaltsverzeichnis

Widmung

Prolog

Zählen der Zeit und ... der Dinge

Eine Null für das Nichts

Die Entdeckung der irrationalen Zahlen

Das Eckige und das Runde

Die imaginären Zahlen

Das nichteuklidische Universum

Epilog

*Für Cetti,
aus Gründen, so schicksalhaft wie die in diesem Buch
beschriebenen Augenblicke*

Prolog

Es gibt ein Davor und ein Danach. In den Geschicken der Menschen gibt es immer ein Davor und ein Danach, das liegt in der Natur der Dinge und der Geschichte. Ein Davor und ein Danach, voneinander getrennt durch einen Moment, der über künftige Jahrzehnte, wenn nicht Jahrhunderte entscheidet.

Die Natur agiert auf unerforschlichen Wegen und teilt ihre Entscheidungen unerwartet und oft dramatisch in Augenblicken mit, die die Geschichte der Menschheit geprägt haben. So zum Beispiel im Jahr 79 n. Chr. am sechzehnten Tag vor den Kalenden des November, in der Stunde, als das dumpfe unterirdische Grollen des Vesuvs zu einem Donnern anschwell und den verheerenden Ausbruch ankündigte, der in Pompeji jegliche Spur allen Lebens auslöschte. Für Handel und Wandel in dieser blühenden Stadt gab es ein Davor, wovon die Ruinen zeugen. Das Danach ist für immer unter der Asche begraben.

»Unter der Erde erscholl ein donnerähnliches Geräusch, und unmittelbar darauf stürzte ein heftiger Stoß einen großen Teil der Stadt nieder. Im Verlauf von ungefähr 6 Minuten kamen 60 000 Menschen um. Zuerst zog sich das Meer zurück, sodass ein Teil seines Bodens trocken war; dann stürzte es zurück und stieg 50 Fuß oder mehr über sein gewöhnliches Niveau.«^[1] Hier ist nicht von Pompeji

die Rede, sondern so steht es in der Chronik eines Geologen über die entscheidende Stunde am 1. November 1755 in Lissabon, als eine gewaltige, über Jahrtausende aufgestaute Energie in einem winzigen Zeitintervall mit entsetzlichen Auswirkungen freigesetzt wurde. Bekanntlich war dies nicht das letzte Mal. »Es ist erwiesen, dass die Dinge gar nicht anders sein können«, tröstet der Leibniz-Anhänger Pangloss die Überlebenden in Voltaires *Candide*, weil »alles notwendigerweise zum allerbesten Zweck erschaffen« ist.^[2] Wie dramatisch auch immer das Geschehen war, bei dem französischen Aufklärer wird die Naturgeschichte zum flüchtigen Zwischenfall in der menschlichen Komödie, die zur Farce gerät.

In jener »geheimnisvollen Werkstatt Gottes«, wie Goethe die Geschichte nennt, häufen sich Ereignisse, die für die Menschheit unerheblich und selten von »Sternstunden« erhellt sind, wie Stefan Zweig sie genannt hat, »dramatisch geballte, schicksalsträchtige Stunden, in denen eine zeitüberdauernde Entscheidung auf ein einziges Datum, eine einzige Stunde und oft nur eine Minute zusammengedrängt ist, die das Leben eines Einzelnen, eines Volkes und sogar den Schicksalslauf der ganzen Menschheit bestimmen«.^[3]

Es gibt ein Davor und ein Danach an den Iden des März im Jahr 44 v. Chr., in der Stunde, da die Dolche von Brutus und Cassius Cäsars Leib durchbohrten und damit die Geschicke der Welt veränderten. Auch an dem schicksalhaften 29. Mai 1453 gab es ein Davor und ein Danach, als Mehmet, der junge Sultan der Türken, Byzanz einnahm, seinen Sieg in der Basilika der heiligen Sophia

feierte und die Stadt, Symbol des christlichen Glaubens, tausend Jahre nach der Eroberung Roms durch die Barbaren brandschatzte und plünderte. Und auch am 18. Juni 1815, an dem Tag, als für Napoleon die Schicksalsstunde in Waterloo schlug. Und auch am 1. September 1939, als die Soldaten der Wehrmacht die polnische Grenze überschritten und für Europa und für die Welt eine verhängnisvolle Stunde schlug.

Jeder dieser schicksalhaften Momente ist das Ergebnis einer Verkettung von Ereignissen, die am Ende eines langen Entwicklungsprozesses stehen, der nach und nach und dann plötzlich zur Reife gelangt. Nicht nur Waffen und Kriege entstehen in der »geheimnisvollen Werkstatt« der Geschichte. Manche dieser Schicksalsstunden strahlen »leuchtend und unwandelbar« wie die Sterne und erhellen die »Hinfälligkeit des Menschen« mit dem Licht der Kunst. »Entsteht aber in der Kunst ein Genius«, schreibt Zweig, »so überdauert er die Zeiten; ereignet sich eine solche Weltstunde, so schafft sie Entscheidung für Jahrzehnte und Jahrhunderte.«

In den fernsten Zeiten und an den entlegensten Orten ereigneten sich die schicksalhaften Augenblicke, an die im vorliegenden Buch erinnert wird, Lichtblitze im Dunkel der Jahrhunderte, die die Geschehnisse der Menschen mit der Kunst der Mathematik erhellt haben. Viele Epochen sind vergangen, und Millionen Menschen kamen auf die Welt, bevor der unbekannte Schreiber geboren wurde, der in einem schicksalhaften Augenblick vor Tausenden von Jahren den genialen Einfall hatte, dass ein und dasselbe abstrakte Symbol die gleiche Menge an Vieh oder an

Dingen bezeichnen konnte. Dass ein Paar Fasane und ein Paar Tage jeweils Ausdruck der Zahl 2 waren, wie Bertrand Russell sagen wird. Oder dass bei den Völkern Indiens, in China, in Südostasien und in Mittelamerika die schicksalhaften Momente gleich mehrfach auftraten, als die erstaunliche Idee aufkam, die Leerstelle und die Null mit einem speziellen Symbol zu kennzeichnen, das sich in eine Zahl verwandelt.

Die Akteure, deren Werk in jenen besonderen Augenblicken die Zeit überdauerte, sind wie Pythagoras zu nahezu mythischen Figuren geworden; sie haben sich mit unlösbaren Problemen wie der Quadratur des Kreises herumgeschlagen, haben ihren Verstand in den Dienst der geheimsten mathematischen Künste gestellt und die imaginären Welten geschaffen, in denen die Realität der modernen »Struktur des Universums« ihren Ausdruck gefunden hat. Um von jenen schicksalhaften Momenten zu berichten, ist es nicht nötig, die Fantasie zu bemühen, wie Zweig sagt, denn »in jenen sublimen Augenblicken [...] bedarf die Geschichte keiner nachhelfenden Hand«.^[4]



Hier werden Sie lesen, wie Robinson Crusoe auf seiner einsamen Insel den Verlauf der Zeit festhielt. Sie erfahren die Ursachen des historischen Brandes, der vor zweihundert Jahren das britische Parlament in Schutt und Asche legte. Sie werden Zeugen des schicksalhaften Moments, in dem ein neuer Prometheus die großartigste Erfindung der Menschheit machte, und schließlich werden Sie herausfinden, was die Zahlen sind.

Zählen der Zeit und ... der Dinge

EINKERBUNGEN UND KNOTEN

Wer hat noch nie von Robinson Crusoe gehört, dem Helden des Romans von Daniel Defoe, der zum ersten Mal vor dreihundert Jahren erschienen ist? Bestimmt erinnern Sie sich an die Geschichte. Als Junge hatte der Matrose Robinson Crusoe seine Heimatstadt New York verlassen, hatte einige gefährliche Abenteuer an den Küsten Afrikas erlebt und sich dann in Brasilien niedergelassen, wo er Besitzer einer florierenden Zuckerrohrplantage geworden war. In jenem Land war der Sklavenhandel den wenigen Händlern vorbehalten, die ein *asiento* besaßen, eine von den Königen Portugals und Spaniens ausgegebene Lizenz, und der öffentliche Verkauf von Sklaven war ohne dieses Dokument verboten. Deshalb ließ sich Robinson von anderen Pflanzern überreden, auf ihre Kosten ein Schiff auszurüsten, um nach Guinea zu segeln und dort eine große Anzahl Sklaven zu erwerben, die heimlich an einem Strand in Brasilien ausgeladen und unter den Schiffseignern verteilt werden sollten.

In See zu stechen, um Sklavenhandel zu betreiben, erwies sich für Robinson als keine gute Idee. Nach einigen Wochen auf See geriet das Schiff in einen gewaltigen Sturm. Tagelang war es dem Unwetter ausgeliefert und

strandete schließlich vor einer Insel, wo es Robinson als einzigem Überlebenden gelang, mithilfe des Beibootes zu landen, mit dem sich die Mannschaft zu retten versucht hatte.

»Nach zehn oder zwölf Tagen fiel mir ein, ich könnte aus Mangel an Papier, Tinte und Feder die Zeitrechnung ganz aus dem Gedächtnis verlieren, vielleicht sogar den Sonntag im Ablauf der Tage vergessen. Um das zu vermeiden, schnitt ich mit meinem Messer in Großbuchstaben eine Inschrift in einen starken Pfosten, zimmerte dann daraus ein großes Kreuz und stellte es am Strand an der Stelle auf, wo ich ihn zuerst betreten hatte. Die Inschrift lautete:

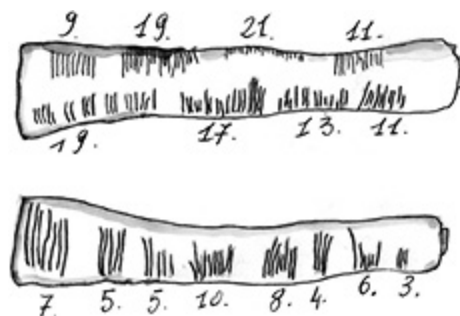
›Ich betrat hier den Strand am 30. September 1659.‹
An den Seiten dieses viereckigen Pfostens schnitt ich mit dem Messer jeden Tag eine Kerbe ein, an jedem siebten Tag machte ich die Kerbe doppelt so lang wie die Sonntagskerbe. So hatte ich meinen Kalender mit wöchentlicher, monatlicher und jährlicher Zeitrechnung.«^[5]

Damit griff Robinson Crusoe in diesem Moment und auf diesem Strand auf ein Zehntausende Jahre altes Verfahren zurück und wandte es für seine Zeitmessung an. Das belegt ein in den Dreißigerjahren des vorigen Jahrhunderts in Dolní Věstonice (Tschechien) entdeckter Wolfsknochen aus dem Paläolithikum. Der Knochen weist 55 Einkerbungen auf: Die ersten 25 sind in Fünfergruppen eingeteilt, gefolgt von einer doppelt so langen Einkerbung als Abschluss der

Reihe; danach beginnt eine neue Reihe von Kerben bis zu 30, die ebenfalls zu je fünf gruppiert sind. Vielleicht wollte der prähistorische Mensch, der die Markierungen anbrachte, die Schafe seiner Herde zählen, und man darf annehmen, dass ihm die Zählung auf der Grundlage der fünf Finger der Hand naheliegend erschien. Doch die Frage, wie viele Schafe er besitze, hätte er nicht beantworten können. Er hätte keine Vorstellung von der Anzahl gehabt, und noch weniger hätte er Worte gehabt, es auszudrücken. Er hätte nur auf die Kerben auf seinem Knochen deuten können und sagen: Nun, es sind so viele wie Kerben, die ich eingeritzt habe, während die Schafe an mir vorbeigingen.

Nichts anderes macht der Meeresgott Proteus in Homers *Odysee*, wenn er gewöhnlich »die liegenden Robben [zählt]; und nachdem er sie alle bei fünfen gezählt und betrachtet, legt er sich mitten hinein, wie ein Schäfer zwischen die Herde«.^[6] Aber Robinson hatte keine Robben oder Schafe zu zählen, sondern Wochen und Monate, und deswegen führte er eine bedeutsame Variante in seine Zählung ein. Sie werden ihm zustimmen, dass die fünf Finger zur Zählung des Zeitverlaufs nicht taugen. Im Unterschied zu dem Hirten von Dolní Věstonice lebte Robinson im 18. Jahrhundert, kannte den Begriff der Zahl und konnte zählen. Deswegen wählte er statt der Fünfergruppen eine doppelt lange Einkerbung alle sieben Tage und folgte damit dem christlichen Kalender, der sich seinerseits dem jüdischen Kalender angeglichen hatte, der wiederum von den Babyloniern übernommen worden war.

Etwa zwanzig Jahre nach dem Fund von Dolní Věstonice wurde in der Umgebung von Ishango, einem Ort an den Ufern des Edwardsees an der Grenze zwischen Uganda und dem Kongo, ein auf ein Alter von etwa 20 000 Jahren datierter Knochen entdeckt, möglicherweise das Wadenbein eines Pavians. Auch dieser Knochen weist eine große Zahl Kerben auf, die auf drei Reihen in unterschiedliche Gruppen verteilt sind; insgesamt befinden sich 48 Markierungen auf der ersten und 60 jeweils auf den beiden anderen. Die Mutmaßungen, wozu unser früher Vorfahr der Spezies *Homo sapiens* diese Einkerbungen anbrachte, gehen weit auseinander. Auch Sie können gern mitraten. Ist beispielsweise die Anzahl der Kerben auf jeder Reihe rein zufällig ein Vielfaches von 12? Und sind die Gruppen auf einer Reihe von 11, 13, 17 und 19 rein zufällig die Primzahlen zwischen 0 und 20? Liegt vielleicht jener Wissenschaftler richtig, der die Vermutung äußerte, dass hier ein Zählsystem auf einer 12er-Basis ähnlich dem unserer Uhr verwendet wurde? Oder zeugt es gar von Spuren tieferer Überlegungen zu den Primzahlen?



Klarer ist vielleicht die Bedeutung der 29 Markierungen auf einem anderen, über 40 000 Jahre alten Wadenbein

eines Pavians, das im Jahr 1973 in den Lebombobergen an der Grenze zwischen Südafrika und Swasiland gefunden wurde. In der Tat scheint die Annahme plausibel, dass diese Einritzungen eine rituelle Bedeutung haben und irgendwie mit den Mondphasen zusammenhängen, also mit der Anzahl der Tage zwischen zwei Vollmonden. Ist es nicht erstaunlich, dass sich derselbe Typ Einkerbungen in Gruppen von 29, die an einen Mondkalender erinnern, in einer räumlichen beziehungsweise zeitlichen Entfernung von Tausenden Kilometern und Jahren auf einer aus der Jungsteinzeit (vor circa 12 000 Jahren) stammenden Knochenplatte findet, die in einer Höhle in den französischen Südalpen entdeckt wurde?

Wie dem auch sei, als Defoe seinen Roman schrieb, konnte er von derartigen archäologischen Funden keine Kenntnis haben. Dafür hatte er aber direkte Erfahrung mit einem ähnlichen Verfahren, das Jahrhunderte zuvor in England eingeführt worden und noch in Gebrauch war.

Im 12. Jahrhundert hatte Heinrich I. nämlich bestimmt, dass am Schatzamt die Rechnungslegung des Staates auf zwei Holzstäben mit Einkerbungen anzubringen war. »Ein primitives Verfahren«, wie Charles Dickens in einer sehr amüsanten Rede am 27. Juni 1855 in London vor dem Verein zur Verwaltungsreform unmissverständlich urteilte. Man stelle sich vor: Die Rechnungslegung erfolgte in der gleichen Weise, in der Robinson Crusoe seinen Kalender auf der einsamen Insel führte! Wie funktionierte diese seltsame Buchführung? Stäbe aus Ulmenholz wurden der Länge nach in zwei Teile gespalten, und auf jedem wurden spiegelgleich Kerben unterschiedlicher Breite und Tiefe

angebracht, die je nachdem 1, 10 oder 100 Pfund Sterling oder vielleicht auch Shilling oder Pennys bedeuten sollten. Der kürzere Teil des eingekerbten Stabes verblieb bei der Bank von England, den längeren Teil behielt der Gläubiger. Es war leicht zu überprüfen, ob etwa Einkerbungen hinzugefügt oder gelöscht worden waren: Die entsprechenden Teile mussten zusammenpassen. Ein einzelnes Teil war wertlos – eben eine *mezza tacca*, halbe Kerbe, wie es seitdem heißt.^[1]

Man kann es kaum glauben, aber dieses System war jahrhundertlang in England in Gebrauch. Im Lauf der Zeit, fuhr Dickens fort, »waren zahllose Rechnungsführer, Buchhalter und Haushälter geboren und gestorben. Doch die amtliche Bürokratie beharrte auf diesen Stäben mit den Kerben, als wären sie die Säulen der Verfassung; und der Fiskus verwaltete weiterhin seine Konten auf bestimmten, *tallies* genannten Stückchen aus Ulmenholz.«^[2]

Wir haben gesehen, dass Robinson auf seiner gottverlassenen Insel klagte, er sei mangels Büchern, Feder und Tinte gezwungen gewesen, sich dieses Verfahrens zu bedienen. (Allerdings macht James Joyce auf einer Konferenz im Jahr 1913 in Triest aus ihm den »wahren Prototyp des britischen Kolonisators«, in der Tasche ein Messer, eine Pfeife und ein Päckchen Tabak, die er aus dem Wrack gerettet hat.) Hingegen mangelte es in Defoes England keineswegs an Federn, Tinte, Papier, Schiefertafeln und Bleistiften, und erst recht nicht in den sechzig Jahren der Regierung Georgs III. von 1760 bis 1820, als ein paar revolutionäre Geister – vielleicht inspiriert von der Revolution jenseits des Kanals – sich

fragten, ob es nicht an der Zeit wäre, diesen mittelalterlichen, längst obsoleten Brauch aufzugeben und zu Papier und Feder überzugehen. Doch die gesamte Bürokratie des Königreichs probte den Aufstand beim bloßen Gedanken an eine solch »waghalsige und originelle Vorstellung«, spottete Dickens, und erst im Jahr 1826 wurden die Stäbe schließlich abgeschafft und nach etlichen Versammlungen, Memoranden und Depeschen in Westminster gestapelt.

Was sollte mit diesem Berg alter, wurmzerfressener und verrotteter Stäbe geschehen? Dickens hat recht: Das Einfachste, auf das jeder intelligente Mensch spontan gekommen wäre, wäre gewesen, sie als Brennholz an die Armen des Viertels zu verteilen. Stattdessen machte man damit Feuer im Freien, benutzte es aber auch als Anzündholz in den Kaminen von Westminster Palace, und am Ende kam man auf die verrückte Idee, diese lächerlichen Hölzchen heimlich in einem Ofen des House of Lords zu verbrennen. Heimlich wie das Ausschiffen von Sklaven an den brasilianischen Stränden, das Robinson geplant hatte. Doch statt mit einem Schiffbruch endete dieses abwegige Vorhaben in einer Feuersbrunst. In der Nacht vom 16. auf den 17. Oktober 1834 erfasste das Feuer aus dem mit Wagenladungen alter Stäbe vollgestopften Ofen Teppiche und Holzvertäfelungen. Rasch breiteten sich die Flammen auch auf das Unterhaus aus, und das ganze Parlamentsgebäude wurde bei diesem gewaltigen Brand in Schutt und Asche gelegt, festgehalten auf den Gemälden von William Turner, der das Geschehen vom Themseufer aus beobachtet hatte.

Mit weniger feurigem Ausgang wurde das System der Einkerbungen auch in anderen Ländern weithin angewendet. In seinem Roman *Michel Rondet: roman historique* (1949) erwähnt André Philippe, dass die Bäcker im ländlichen Frankreich in der Gegend von Saint-Étienne noch um die Mitte des 19. Jahrhunderts auf diese Methode zurückgriffen, um die Kontrolle über das auf Kredit ausgegebene Brot zu behalten. Wenn die Frauen am Monatsende kamen, um ihre Schulden zu begleichen, reichten sie dem Bäcker ein Stück Holz, auf dem mit der Feile gekerbte Markierungen angebracht waren. Der Bäcker verglich das Stück mit seinem eigenen Duplikat, das er in einem ledernen Futteral verwahrt hatte. Waren die Kerben jeweils identisch, konnte das Konto beglichen und das Hölzchen weggeworfen werden. Der Brauch war so tief verwurzelt, dass er sogar im Artikel 1333 von Napoleons Code Civil im Jahr 1804 festgeschrieben wurde: »Die betroffenen Personen vertrauen den übereinstimmenden Markierungen (*tailles*) auf ihren Proben und benutzen sie, um detailliert zu dokumentieren, was sie geliefert oder erhalten haben.« Noch am Ende des 19. Jahrhunderts erwähnt Édouard Lucas in seiner *Théorie des nombres* (1891), dass dieser Brauch nicht auf Bäckereien im ländlichen Frankreich beschränkt war, und verglich ganz selbstverständlich die *tailles* des Bäckers mit den regelmäßigen Strichen, die auf Knochen aus urzeitlichen Höhlen entdeckt worden waren.

Ob Kredite oder Schulden, das Verfahren, Kerben auf Stöcken anzubringen, um Zahlen festzuhalten, wurde in der Schweiz, in Deutschland, in Russland und auch in Italien

angewendet. Das erwähnt Luigi Capuana in der Novelle *Il tabbùtu*, ein Wort aus dem sizilianischen Dialekt – abgeleitet vom arabischen *tābūt* –, das Sarg, aber auch Kadaver bedeutet. Wir befinden uns in der Mitte des 19. Jahrhunderts in Mineo, einem Dorf auf Sizilien.

»Eines Tages war Cola Nasca mit den Karren gekommen, um San Francescos Fass mit einer Fuhre zu leeren. Donna Salvatrice saß seit dem Morgengrauen in der Vorratskammer neben dem Fass, in der einen Hand das Kerbholz, in der anderen das billige kleine Zwei-Lire-Messerchen mit dem Griff aus Eisen, um nicht von diesem Gauner bestohlen zu werden. Bei jedem sechzehnten Halbliterkrug, der in das Fass geleert wurde, schnitt sie eine Kerbe in den polierten, gespaltenen Stiel, und erst danach sollte Nasca seine Hälfte mitnehmen. So konnte es keinen Irrtum geben.«

Doch die arme Donna Salvatrice hält nicht bis zum Ende der Arbeiten durch. Aus heiterem Himmel erbleicht sie, verdreht die Augen und fällt vom Stuhl. Eine Ader ist geplatzt, und es erweist sich, dass der titelgebende *tabbùtu* für sie bestimmt ist. Capuana erzählt von einer Praxis, die offenbar in manchen Gebieten Siziliens, aber auch in Apulien und Kalabrien bis in die Mitte des 20. Jahrhunderts bei den Bauern und Händlern gebräuchlich war. Im Dialekt bedeutet *arrumpiri li tagghi* (»die Kerben zerbrechen«) die Konten begleichen. Der deutsche Ausdruck »etwas auf dem Kerbholz haben« – als Nachweis einer Schuld – bedeutet,

sich etwas zuschulden kommen lassen zu haben, insbesondere gegenüber der Justiz.

Das in ganz Europa verbreitete Verfahren der eingekerbten Stöcke war jedoch, soviel man weiß, am anderen Ende der Welt nicht üblich. Die Inkavölker in Peru benutzten zum Beispiel Knoten auf Schnüren, sogenannte *quipus*, die für jedwede Art Kalkulationen benutzt wurden, seien es astronomische Berechnungen, magische Formeln oder Zahlungen im Alltagsleben. Laut den Chronisten der Zeit und den Darstellungen, die uns überliefert sind, benutzten die Inkas, um Berechnungen anzustellen, einen sogenannten *yupana*, eine Art Setzkasten (Abakus) mit verschieden angeordneten Samen, und übertrugen anschließend das Ergebnis auf die Knotenschnüre eines *quipu*.

Felipe Guamán Poma de Ayala, ein zum Christentum übergetretener Indigener adliger Herkunft, hat ein außergewöhnliches Zeugnis des Brauchtums und der Zivilisation der Inkas hinterlassen, die *Nueva Corónica y Buen Gobierno*, eine umfangreiche Handschrift von über tausend Seiten, die in der Königlichen Bibliothek von Kopenhagen aufbewahrt wird. Daraus erfahren wir, dass sich die Spanier nach der Conquista noch eine Zeit lang der Dienste von *quipucamayoc* bedienten, Personen, die traditionsgemäß beauftragt waren, die *quipus* herzustellen und zu entziffern. Allerdings beschlossen die spanischen Behörden später im Zuge der Christianisierung der lokalen Bevölkerung, den *quipucamayoc* alle Funktionen im öffentlichen Leben zu entziehen und auch die *quipus* zu

zerstören (zum Glück nicht alle!), die sie als Werkzeuge des Götzendienstes betrachteten.

Dem Bericht Marco Polos in *Il Milione* zufolge waren auch in China vergleichbare Praktiken üblich, und zwar bereits seit Jahrhunderten. Davon ist auch die Rede im *I Ging, Buch der Wandlungen*, einem der ältesten chinesischen Texte: »In der Urzeit knotete man Stricke, um zu regieren.«^[8] Sie ähnelten den Schnüren der peruanischen *quipus*, die laut Herodot in Persien schon zu Zeiten des Königs Darius in Gebrauch waren.

DIE ERFINDUNG DER ZAHLEN

Das Verfahren, Knoten in Schnüre zu knüpfen oder Kerben in Knochen oder Stöcke zu ritzen, ist demnach uralt. Dies offenbaren auch Ausgrabungen in Mesopotamien. Im Jahr 1928 förderten Archäologen in den Ruinen von Nuzi, einer Stadt südlich des heutigen Mossul (Irak), ein Tongefäß zutage, das kaum größer als ein Ei war und aus dem 15. Jahrhundert v. Chr. stammte. Seine Oberfläche enthielt in Keilschrift Angaben zu verschiedenen Objekten, darunter 48 Tiere, unter anderem Böcke, Schafe, Lämmer und Ziegen. Im Inneren des Gefäßes fanden die Ausgräber entsprechend viele kleine Objekte aus Ton. Ähnlich wie die Kerben auf den Knochen von Wolf und Pavian diente das Gefäß mit Sicherheit dem gleichen Zweck: eine Entsprechung von Viehherden und den sie repräsentierenden Gegenständen herzustellen.

Eine eindeutige Entsprechung, so heißt das heute in der Mathematik – jedem zu zählendem Objekt entspricht eine Kerbe auf einem Knochen oder einem Stock, ein Kiesel in einem Häufchen, ein Gegenstand in einem Gefäß, und vice versa. Natürlich – und das gilt auch für den eingekerbten Knochen aus Dolní Věstonice – sagt eine solche Entsprechung nichts darüber aus, wie viele Objekte es tatsächlich sind, die gezählt werden, sie sagt nur, dass es so viele wie die Kerben, die Knoten, die Kiesel sind. Eine Folge von Rillen auf einem Stock, von Knoten an einer Schnur oder Gegenstände in einem Gefäß stellt bereits ein

relativ abstraktes symbolisches System dar, denn es ist unabhängig von der Beschaffenheit dessen, was gezählt wird. Dabei macht es keinen Unterschied, ob es sich um Tiere, Schulden oder Kredite, Tage oder Mondphasen handelt. Zum Konzept der Zahl fehlt allerdings noch ein Schritt. Ein Schritt, der noch Jahrhunderte dauern sollte.

Was die Funde von Nuzi offenbart haben, war gewiss eine seit unvordenklichen Zeiten geübte Praxis. Vielleicht gehörte das Tongefäß einem Aufseher, der an einem Stadttor die Tiere kontrollierte, welche die Hirten auf die Weide führten, und der für jedes Tier der Herde, das vor seinen Augen vorbeizog, ein Objekt in das Gefäß legte, das sich je nach Tierart nach Form oder eingeritzter Zeichnung unterschied. Vielleicht war es aber auch ein Angestellter im Dienst eines Besitzers, der die den Hirten anvertrauten Herden überwachte.

Wie aber konnte man sicher sein, dass bei der Rückkehr von den Weiden keiner betrogen hatte, vielleicht ein Hirte, der ein Schaf verloren hatte, ein Herdenbesitzer, der ein zusätzliches Objekt in das Gefäß gelegt hatte, um dann den Preis dafür einzufordern, oder der Verwalter, der beide beschummeln wollte? Als Sicherheit für alle Beteiligten wurde folgende Lösung gefunden: Eine Beschreibung des Inhalts wurde außen am Tongefäß aufgebracht, das danach versiegelt wurde. Bei der Rückkehr der Herde musste nur das Gefäß aufgebrochen werden, um die Übereinstimmung von Objekten und Anzahl der Tiere zu überprüfen. Anscheinend wurde diese Methode auch für die Zählung anderer Erzeugnisse wie Getreide, Stoffe oder Töpferwaren angewandt.