

Ingeborg Bauer

# Der Goldene Schnitt



Teil I

Kunst und Architektur

Geometrie der Frühe

Für Siegfried,  
meinen treuen Reisegefährten

# Inhaltsverzeichnis

## **Geometrie als Prinzip der Ordnung**

Kreis – Kugel – Kosmos

Exkurs: „Kreis“-Lauf der Zeit

*Der Goldene Schnitt*

Geometrie in der Natur

*Der Goldene Schnitt* in der Kunst

Leonardo da Vinci

Albrecht Dürer

## **Geometrische Grundformen**

Zahl und Figur

Die Zahl 1 und der Kreis

Die Zahl 4

Kreis und Quadrat

Die Zahlen 4 und 5: Quadrat, Kreis und Kreuz

Die Spirale

Die geometrische Zeichensprache früher Kulturen

Kreis und Kreuz in der Kunst Irlands

Exkurs: Ein mittelalterlicher

Wandteppich  
Schriften – Typografie

Keilschrift in Mesopotamien – Hieroglyphen  
in Ägypten

Germanische Schriften

Schrift am Bauhaus

## **Architektonische Frühformen**

Höhlen auf der Schwäbischen Alb

Kreis und Quadrat: Älteste Behausungen –Runde  
und rechteckige Grundrisse

Steinkreise im europäischen Raum

Göbekli Tepe

Çatal Höyük

Malta

Mesopotamien

Ägypten: Mastabas, Pyramiden, Statuen

Lehmbauten im Maghreb: Ksar und Kasbah

Abstraktion der Frühe

## **Architektur im europäischen Raum**

Kreta und das Labyrinth

    Kretische Keramik

Mykenes Festungen

Griechisches Bauen

Etruskisches Bauen

Römisches Bauen

Frühchristliche Architektur

Byzantinische Architektur

Romanik

    Romanik in Burgund

    Der achteckige Bau

    Bergfried und Wohnturm

    Schloss Chambord

Gotik

Barock

Grundformen aus der Natur

    Der Baum als Vorbild

Bezug zur Landschaft

## **Geometrie als Prinzip der Ordnung**

Geometrie als  
geistige Basis, als Grund-  
element eines  
Denkens, das zurückgeht auf  
die Urformen des Lebens.

(Tanka)

## **Kreis - Kugel - Kosmos**

Kosmos (kósmos - Ordnung) ist das Gegenteil von Chaos. Die Welt, das Weltall, erklärt sich im Begriff Kosmos als ein geordnetes und harmonisches Ganzes. Kreis und Kugel sind Idealformen einer solchen Ordnung. Ohne Anfang und ohne Ende sind sie Ewigkeitssymbole.

„Die Kreisbewegung muss die ursprünglichste sein. Denn das Vollkommene ist von Natur ursprünglicher als das Unvollkommene, und der Kreis gehört zu den vollkommenen Dingen.“

„Was ewig ist, ist kreisförmig, und was kreisförmig ist, ist ewig.“

Aristoteles (384-322 v.Chr.)

„Das Weltall ist ein Kreis, dessen Mittelpunkt überall, dessen Umfang nirgends ist.“ Blaise Pascal (1623-62)

Bei Platon wird der Kosmos als ein vom göttlichen Werkmeister gebildeter Körper in Kugelform betrachtet. Das All sei ein vollkommenes, in sich genügsames, kugelförmiges Lebewesen. Aber auch der Mensch sei als Abbild des Kosmos als Kugel gebildet, was vor allem für den

Kopf als wertvollstem Teil des Körpers gilt. In Platons „Symposion“ lässt er Aristophanes den Kugelmenschen-Mythos erzählen und kommentieren. Verkürzt läuft die Geschichte darauf hinaus, dass die Menschen kugelförmig sind und damit jeweils aus zwei Körpern, Gesichtern und acht Gliedmaßen bestehen. In dieser vollkommenen Form sind sie ungeheuer kraftvoll und übermütig, so dass sie sich den Weg zum Himmel bahnen wollen. Das kann Zeus nicht zulassen und so werden die Kugelmenschen in zwei Hälften geteilt. Die so verdoppelte Menschheit leidet nun an ihrer Trennung, ihrer Unvollständigkeit und bleibt auf der Suche nach ihrer jeweils anderen Hälfte, die zu finden nur wenigen gelingt.

Unterschiedliche Kulturen haben völlig unabhängig voneinander eine Vorliebe für Kreis und Kugel entwickelt. Kreis und Kugel treten in auffälliger Häufigkeit und Dichte auf. In ihrer anthropologischen Konstanz sind sie bildliche Denkfiguren. So verbindet sich die Kugel mit göttlicher Macht, der Kreis ist Symbol der Vollkommenheit des Mächtigen.

Das in Gang gesetzte Rad, die schwere Kugel in den Händen oder zu Füßen eines Gottes, die krönende Sonnenscheibe auf dem Haupt einer ägyptischen Göttin: mit dem Runden kennzeichnen Menschen in verschiedenen Kulturkreisen göttliche Macht. Später erfolgt dann eine Übertragung göttlicher Macht auf weltliche Macht: die Kugel in der Hand Gottes wird zum Reichsapfel des Kaisers. Das Kreisen um das Machtsymbol bedeutet eine Teilhabe, so wenn ein Moslem die Kaaba umkreist, der Buddhist die kreisrunde Stūpa.

## **Exkurs: „Kreis“-Lauf der Zeit**



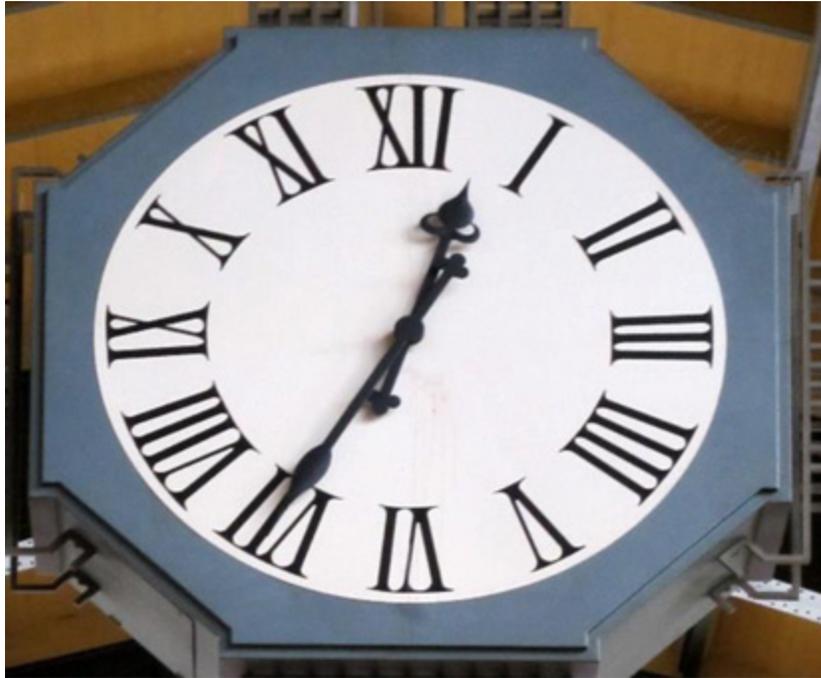
Von der Zeit

Ammoniten -  
fossile Zeichen  
versteinerte Metaphern  
Lebensläufe.

Die Spirale, die sich öffnet  
in den Raum, sich verdichtet  
zur Nabe. Ammoniten -  
Chiffren für Menschenleben  
die um den verborgenen  
Sinn kreisen.

Und ein Konsens, der bis heute unumstritten ist: die Zeiger  
einer Uhr bewegen sich im Kreis rechts herum, „im

Uhrzeigersinn“! Das entspricht einem globalen Bildverständnis.



Die Sonne gehört zu den zentralen Motiven der Kunst. Sie wird dargestellt als kreisrunde Scheibe und als Rad. Im alten Ägypten war sie eine Scheibe, welche abends in das Naktreich abstieg, um am nächsten Morgen wiedergeboren zu werden.

Die Erkenntnis, dass sich die Natur zyklisch verhält, etwa im Kreislauf der Jahreszeiten und im Prozess des Werdens und Vergehens, führt zu der Vorstellung, die Zeit zyklisch wiederzugeben. Unser zyklisches Verständnis von der Zeit wird durch den zirkulären Lauf der Planeten verursacht: Die Umdrehung der Erde um ihre eigene Achse (Tag und Nacht), das Umlaufen der Erde durch den Mond (Monat) und der Lauf der Erde um die Sonne (Jahr).



Rechtsstädter Rathaus in Prag



Astrologische Uhr in Danzig



Sonnenuhr am Rechtsstädter Rathaus in Prag

Die Gliederung unseres Zifferblatts folgt den zwölf Bildern des Tierkreises, was zeigt, dass unsere Zeitrechnung mit den Sternbildern verbunden ist, auf ihrer Beobachtung basiert.



Schöpfung bis zum apokalyptischen Weltende) oder das durch den Evolutionsgedanken bestimmte der modernen Wissenschaft linear ist. Asiatisches Denken aber folgt zyklischen Vorstellungen.

„Ursprung und Ziel des Kreises ist das Zentrum, in das hinein alle Radien zusammenlaufen [...]. In der Entfaltung kommt Wesen und Macht des Zentrums zum Vorschein.“

„Symbol dieses Verlangens nach Sein, in dem das All nie stille steht [...] ist die sich ständig wiederholende Kreis-Bewegung.“

Plotin (um 205-270 n.Chr.): „Über Ewigkeit“

„The eye is the first circle; the horizon which it forms is the second; and throughout nature this primary figure is repeated without end“ - schreibt Waldo Emerson 1841 in seinem Essay „Circles“. Emerson sieht im Auge ein immer wiederkehrendes Prinzip, das sich im Horizont fortschreibt. Das Fernrohr mit seinem runden Glas holt die Welt heran, das Mikroskop erlaubt Einblicke in das, was das Auge nicht mehr wahrnehmen kann. Die Brille als Lesehilfe ist den meisten von uns zumindest ab einem gewissen Lebensalter unentbehrlich.

Hülbener Brille (Schwäbische Alb)



Von den alten Ägyptern übernehmen die Europäer das Symbol, das Auge des Horus, das *Udjat*-Auge (udjat: intakt, vollständig, gesund). Das Horus-Auge ist das vom Gott Thot geheilte, wiederhergestellte Auge des Lichtgottes Horus (Sohn von Isis und Osiris). Es wird schon von den Menschen des Alten Reiches als Amulett getragen gegen den bösen Blick. Es kehrt bis heute auf maltesischen Fischerbooten wieder. Auch das Horusauge unterliegt offenbar ganz bestimmten Proportionen, die denen des *Goldenen Schnitts* in etwa entsprechen. Und es steht in Verbindung zur Spirale, einer Träne?



Udjat-Auge / Ägypten und Auge auf maltesischem Boot

Gottvater als Schöpfer, der gleichsam als Geometer mit dem Zirkel die Welt und den Kosmos schafft, korrespondiert mit dem Künstler, der selbst Schöpfer sein möchte.

So sehen sich Leonardo da Vinci und Albrecht Dürer, wenn sie das Prinzip der Schönheit und die Harmonie der Darstellung in der mathematischen Berechnung von Teilen zum Ganzen suchen.



Der Schöpfer, die Welt messend. Aus einer Bible moralisée, französische Arbeit aus der Mitte des 13. Jahrhunderts, wahrscheinlich in der Champagne (Reims) ausgeführt.

In unserer Zeit hat sich die Erkenntnis durchgesetzt, dass alles in diesem Universum selbstbezüglich um die eigene Achse kreist, dass im Kosmos das Zyklische bestimmend ist, dass im Kreis jeder Punkt auf die Mitte bezogen ist. Von der Mitte aus lässt ein Kreis sich mit dem Zirkel problemlos zeichnen, aber mathematisch berechnen lassen sich Umfang und Fläche des Kreises nicht.  $\pi$  ist eine unendliche und damit eine „transzendente Zahl“, die eine bloße Annäherung an den Kreis ausdrückt. Die Perfektion der göttlichen Schöpfung, die sich in Kreis und Kugel ausdrückt, bleibt dem Menschen verborgen.

„**Pi ( $\pi$ )** zu ergründen bedeutet, das Universum zu erforschen.“

David Chudnovsky (geb. 1910)

Die Kreiszahl  $\pi$ , die Radius und Umfang des Kreises verbindet, die Fläche eines Kreises bestimmt, ist auch in Modellen der Wellenbewegung enthalten. So ist  $\pi$  in den Wellen des Lichts, der Töne, der Farben des Regenbogens zu entdecken.  $\pi$  bestimmt das Wachstum eines Apfels, die Art, wie die Zellen kugelförmig wachsen. Und  $\pi$  steckt auch in der Leuchtkraft einer Supernova. Mathematik enthält also die Prinzipien, die die Welt und den Kosmos zusammenhalten, dieselben erklärbar machen.

Schon Pythagoras (um 470 v.Chr. – 497/98 v.Chr.) sieht den Zusammenhang von Mathematik und Musik. In ihrer Harmonie sieht er eine verborgene Ordnung der Welt. Oktave, Quarte, Quinte, Terze sind Intervalle, die ganz bestimmten Saitenlängen entsprechen: der Oktave entspricht das Verhältnis 2 : 1, der Quinte 3 : 2, der Quarte 4

: 3 der Terz 5 : 4. Übrigens haben wohl schon die Babylonier den Satz des Pythagoras in der Praxis erkannt, ohne jedoch eine Formel zu postulieren. Das zeigt, wie früh der Mensch sich schon mit Mathematik, den entsprechenden Proportionen befasst hat. Diese Verhältnisse finden sich auch in der Chemie, wo zum Beispiel zwei Wasserstoffatome auf ein Sauerstoffatom kommen:  $H_2O$ .

Pythagoras hatte behauptet, dass Gegenstände wie ein Hammer und eine Feder unterschiedliche Fallgeschwindigkeiten hätten, was in der Realität leicht einsichtig erscheint. Galileo Galilei (1564-1642) widerlegt Pythagoras dahingehend, dass alle Gegenstände dieselbe Fallgeschwindigkeit haben, allerdings nur, wenn kein Luftwiderstand entgegentritt. Isaak Newton (1643-1727) bestätigte Galileis Fallgesetz mit dem Prinzip der Schwerkraft. Und dieses Gesetz gilt für unsere ganze Galaxie und auch für andere Galaxien. So wurde das Higgs-Teilchen, das auch Gottesteilchen genannt wird, schon 50 Jahre vor seiner Entdeckung 2012 vorhergesagt. Doch ist die Sache nicht ganz so einfach. Die Theorie hat Stärken und Schwächen. Diese Ordnung der Mathematik stößt auch immer wieder auf das Chaos der Realität.

-----

Literatur:

Kreis Kugel Kosmos, Hrsg. von Moritz Wullen und Bernd Ebert (Staatliche Museen zu Berlin - Stiftung Preußischer Kulturbesitz, 2006)

## ***Der Goldene Schnitt***

Der *Goldene Schnitt* beruht auf der mathematischen Formel:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

**Der *Goldene Schnitt*:** Zwei Strecken stehen im Verhältnis des *Goldenen Schnittes*, wenn sich die größere zur kleineren Strecke so verhält, wie die Summe der beiden Strecken zur größeren. Der Wert dieses Streckenverhältnisses (a geteilt durch b) entspricht exakt der *Goldenen Zahl*  $\Phi$  (Phi). Dieses Verhältnis findet sich offenbar erstaunlich oft auch in der Natur.

Ein regelmäßiges Fünfeck oder Pentagramm hat die Eigenschaft, dass alle Seiten jeweils ganz exakt nach dem *Goldenen Schnitt* geteilt sind.

$\Phi$  (Phi) steht auch im Zusammenhang mit den Fibonacci-Zahlen. Sie stehen in einem Grenzübergang zur Formel des *Goldenen Schnittes*, da dieser der Teilung einer Strecke in zwei Teile entspricht, wobei der größere sich zum kleineren verhält wie die ganze Strecke zum größeren Teil. Die Fibonacci-Folge ist die unendliche Folge natürlicher Zahlen, die mit zweimal der Zahl 1 beginnt. Von der zweiten Stelle an ist jedes Glied der Folge gleich der Summe der beiden vorhergehenden. Die Fibonacci-Zahlen beginnen mit der Zahl Eins und jede weitere Zahl ergibt sich aus der Summe der beiden Vorgängerzahlen: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, usw.

Der Quotient zweier benachbarter Fibonacci-Zahlen schwankt um den Wert von  $\Phi$ : **1,618033 ...** Je höher dabei die benachbarten Fibonacci-Zahlen werden, desto genauer nähert man sich diesem Wert. Die Fibonacci-Zahlen haben noch weitere Gesetzmäßigkeiten.

Fibonacci, eigentlich Leonardo da Pisa, (um 1170 - nach 1240) ist der bedeutendste Mathematiker des Mittelalters. Sein Vater nimmt ihn als Junge mit nach Algerien, wo er eine ausgezeichnete Unterrichtung in arabischer Mathematik erhält. Er lernt dort auch die indo-arabischen Ziffern kennen, die in Bagdad seit der 2. Hälfte des 8. Jahrhunderts, aus Indien kommend, bekannt sind und im 12. Jahrhundert über Spanien (Toledo) auch im Westen angelangt sind. Sein *Liber quadratorum* von 1225 ist Friedrich II. gewidmet. Fragen, die der Kaiser an ihn richtet, hat er in seinen Schriften beantwortet. *Liber abacci* (Buch der Rechenkunst) gilt als sein Hauptwerk. Die von ihm entdeckte Fibonacci-Folge der Zahlen steht im Zusammenhang mit dem *Goldenen Schnitt*.

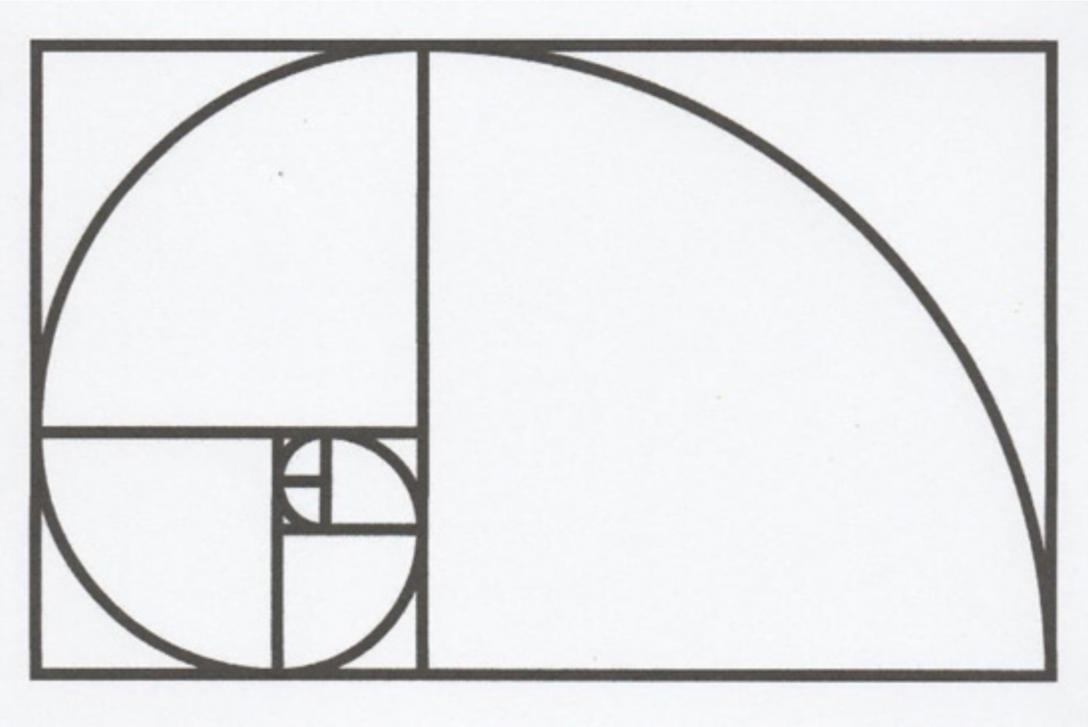
$\Phi$  (Phi) ist auch die Zahl der *Goldenen Spirale*, die den Proportionen des *Goldenen Schnittes* folgt. Die *Goldene Spirale* lässt sich mittels rekursiver Teilung eines goldenen Rechtecks in je ein Quadrat und ein weiteres goldenes Rechteck konstruieren durch eine Folge von Viertelkreisen approximiert. Ihr Radius ändert sich bei jeder 90°-Drehung um den Faktor  $\Phi$  (Phi).

$\Phi$  (Phi) bestimmt auch die Windungen einer Nautilusmuschel, die auf den säkularen Hausaltären der Künstlerfürsten Franz von Stuck und Franz von Lenbach nicht ohne Grund zur Schau gestellt wird. Die spiraligen Windungen dieser Muschel aus exotischen Gewässern folgen annähernd den Proportionen des *Goldenen Schnitts*, der auch als „Göttliche Proportion“ (lat. *proportio divina*)

bezeichnet wird. Somit stellt der Künstler sich in die Fußstapfen der Schöpfung.



Nautilusmuschel



Skizze zur *Goldenen Spirale*

## **Geometrie in der Natur**

Die Natur scheint in erster Linie biomorph, das heißt von den Kräften des natürlichen Lebens geformt, nicht geometrischen Regeln unterworfen, sieht man denn von den Kristallen ab, die kristalline, kubische Forme aufweisen.





„Giant's Causeway“ /Nordirland: hexagonal geformte Säulenstümpfe aus Basalt.

„Giant's Causeway“ [Fußweg des Riesen] besteht aus einer Formation von Basaltsäulen. Es handelt sich um hexagonal geformte Säulenstümpfe, die sich zu einer hügeligen Landschaft formen, die sich ins Meer hinaus ausdehnt. Kein Wunder, dass sich die Menschen früherer Zeiten diese Formationen nicht erklären konnten, und so haben sich Mythen gebildet. Die populärste Geschichte ist die vom Riesen Finn MacCool, der hier einen Damm angelegt hat, der ihn übers Meer führen sollte zu seiner Geliebten, die auf der Insel Staffa vor der schottischen Küste lebte, wo ähnliche Basaltsäulen zu sehen sind.

Die Steinformationen des ‚Causeway‘ sind vulkanischen Ursprungs und gehen in ihren Anfängen 60 Millionen Jahre zurück. Es war ein komplizierter Prozess, der am Ende der Eiszeit vor 15 000 Jahren, als das Land noch gefroren war,

durch die Bewegung des Eises diese Küstenlandschaft entstehen ließ. Die polygonalen / hexagonalen Stümpfe gleichen wogenden Hügeln, scheinen die Wellenbewegung des Meeres nachzubilden. Sie sind unterschiedlich gefärbt und changieren zwischen hell und dunkel.

Aber auch in der Natur gibt es Gesetzmäßigkeiten, die auf ganz bestimmte Zahlenverhältnisse zurückgehen. So stellt schon Galileo Galilei die These in den Raum, dass die Natur in der Sprache der Mathematik geschrieben sei, dass Dreiecke und Kreise die Buchstaben seien, in denen sich die Mathematik darstellt.

Aber  $\Phi$  (Phi) spielt offenbar auch im Aufbau der Natur eine Rolle. So sind viele Blüten nach dem Muster des regelmäßigen Fünfecks gebildet. Aber auch die unterschiedlichen Zahlen der Blütenblätter an verschiedenen Pflanzen entsprechen Fibonacci-Zahlen: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 ... In der *Goldenen Spirale* ist  $\Phi$  (Phi) ebenfalls enthalten.  $\Phi$  findet sich zumindest in Annäherungswerten auch in Schneckenhäusern, bei Farnen, im menschlichen Ohr, aber auch in Hurrikans und in Galaxien - also im Kleinen wie im Großen. Die mathematischen Verhältnisse finden sich im Mikro- wie im Makrokosmos. Im Kosmos lassen sich mathematische Gleichungen wiederfinden und Mathematiker wie Einstein können durch Anwendung solcher Gesetze Weltraumbedingungen vorhersagen, bevor sie in der Realität entdeckt werden.

Auch die Verteilung der Kerne im Korb der Sonnenblume geht auf die  $\Phi$  (Phi) zurück. Jeder einzelne Kern im Sonnenblumenkorb gehört zu einer linksdrehenden und zu einer rechtsdrehenden Spirale. Das Besondere daran ist, dass die Anzahl der Spiralen ausschließlich Fibonacci-Zahlen sind, nämlich 34 und 21. Ähnliches gilt auch für das