

Marcus du Sautoy

DER CREATIVITY CODE



Wie künstliche Intelligenz
schreibt, malt und denkt

C.H.BECK

Zum Buch

Werden Computer schon bald Musik komponieren, Bücher schreiben, Bilder malen und mathematische Sätze beweisen? Und wenn ja, werden wir den Unterschied zu von Menschen gemachten Werken überhaupt bemerken? Der Oxforder Mathematiker und begnadete Erzähler Marcus du Sautoy untersucht, wie Gefühl und Gehirn in unseren Reaktionsweisen auf Kunst zusammenspielen und was genau es bedeutet, in Mathematik, Kunst, Sprache und Musik kreativ zu sein. Er erklärt, wovon es abhängt, ob Maschinen wirklich etwas Neues hervorbringen, und ob ihre Funktion nicht darin bestehen könnte, uns Menschen kreativer zu machen. Das Ergebnis ist ein faszinierendes Buch über künstliche Intelligenz und zugleich darüber, was es bedeutet, ein Mensch zu sein.

«Du Sautoy trägt die Fackel voran. Er bringt Licht in die Mathematik des Chaos, der Grundlage von Kunst und unserer emotionalen Reaktionen darauf.» – Hans Ulrich Obrist

Über den Autor

Marcus du Sautoy ist Charles Simonyi-Professor für Verständliche Wissenschaft und Professor für Mathematik an der Universität Oxford. Für seine Forschung und seine populärwissenschaftlichen Bücher erhielt der Autor mehrerer Bestseller u.a. den Berwick-Preis, die Zeeman-Medaille und den Michael-Faraday-Preis der Royal Society. Bei C.H.Beck ist von ihm lieferbar: *Eine mathematische Mystery Tour durch unser Leben* (²2013).

Inhalt

1: Der Lovelace-Test

2: Wie erzeugt man Kreativität?

Kann man Kreativität lehren?

3: Achtung, fertig, los!

Game Boy der Extraklasse

Erste Erfolge

«Wunderschön. Wunder-wunderschön.»

Der Mensch schlägt zurück

Zu neuen Gipfeln

4: Algorithmen, die geheime Macht im modernen Leben

Der Algorithmus, den ich auf eine einsame Insel mitnehmen
würde

Mathematik als geheimer Schlüssel
zu einer glücklichen Ehe

Das Duell der Buchhändler

5: Von Top-Down zu Bottom-Up

Sehen oder nicht sehen

Algorithmische Halluzinationen

6: Evolution der Algorithmen

«Wenn Ihnen das gefällt ...»

Trainingsanleitung für einen Algorithmus

Verzerrungen und blinde Flecken

Maschine gegen Maschine

7: Malen nach Zahlen

Was ist Kunst?

Kreative Kreaturen

Computer in der bildenden Kunst

Fraktale – der Code der Natur

Von AARON zum malenden Narren

8: Von den Meistern lernen

Die Wiederbelebung Rembrandts

Kreativität im Wettbewerb

Einblicke in die Gedankenwelt eines Algorithmus

Der Algorithmus ist die Kunst

9: Die Kunst der Mathematik

Das mathematische Beweisspiel

Die Ursprünge der Mathematik

Der Ursprung der Beweise

10: Das mathematische Teleskop

Coq, der Beweisprüfer

Die Grenzen der menschlichen Hardware

Woiewodskis Visionen

11: Der Klang der Mathematik

Bach – der erste Musikprogrammierer

Emmy – der KI-Komponist

«Das Spiel» – ein musikalischer Turing-Test

DeepBach – die Neuschöpfung des Komponisten via Bottom-Up

12: Die Songwriter-Formel

Puschkin, Dichtkunst und Wahrscheinlichkeiten

«The Continuator» – der erste KI-Jazzimprovisateur

Die Flow-Maschine

Quantenkomposition

Warum machen wir Musik?

13: DeepMathematics

Die Mathematik von Mizar

Ein mathematischer Turing-Test

Die mathematische Bibliothek von Babel

Mathematische Fabeln

Unglaubliche Geschichten

Die mathematische Erzählkunst

14: Sprachspiele

«Willkommen zu **Jeopardy!**»

Wie Watson arbeitet

Lost in Translation

[Robotersprache](#)



[Gefangen im chinesischen Zimmer](#)



15: KI als Geschichtenerzähler

[Wie man in einem Monat einen Roman schreibt](#)



[Harry Potter und der Botnik des Todes](#)



[Was wäre, wenn ...?](#)



[Der Große Automatische Mathematisator](#)



[Nachrichten von der KI](#)



16: Warum wir erschaffen:

[Eine Begegnung der Gedanken](#)

[Dank](#)

[Abbildungsverzeichnis](#)

[Weiterführende Literatur](#)

[Bücher](#)



[Artikel](#)



[Online-Kurse](#)



[Extras](#)



[Personenregister](#)

*Für Shani,
für all ihre Liebe und Unterstützung,
ihre Kreativität und Intelligenz*

1

Der Lovelace-Test

*Kunstwerke stellen Regeln auf;
Regeln erschaffen keine Kunstwerke.*

Claude Debussy

Die Maschine war eine Schönheit: Sie bestand aus mehreren Türmen voller Zahnräder, die mit Ziffern an den Zähnen versehen waren und sich über eine Handkurbel bewegen ließen. Die siebzehnjährige Ada Byron drehte fasziniert an der Kurbel von Charles Babbages Apparatur und sah zu, wie sie Zahlen verarbeitete, Quadrat- und Kubikzahlen berechnete und sogar Quadratwurzeln zog. Maschinen hatten auf sie schon immer eine Faszination ausgeübt, die von den Tutoren, die ihre Mutter bereitwillig herbeibrachte, weiter angefacht wurde.

Jahre später studierte Ada, inzwischen mit dem Earl of Lovelace verheiratet, die Pläne für Babbages «Analytische Maschine», und dabei ahnte sie, dass die Maschine mehr war als ein Rechenschieber. Sie zeichnete ihre Vision der Fähigkeiten, über die diese Maschine womöglich verfügte, auf: «Die Analytische Maschine hat mit den reinen ›Rechenmaschinen‹ nicht viel gemein. Sie ist eine Sache für sich, und die Überlegungen, zu denen sie einlädt, sind von äußerst interessanterer Natur.»

Ada Lovelace' Aufzeichnungen gelten mittlerweile als die Anfänge der Entwicklung von Code, als Keimzelle der Revolution künstlicher Intelligenz, die heutzutage die Welt erfasst, befördert durch die Arbeiten von Pionieren wie Alan Turing, Marvin Minsky und Donald Michie. Doch die Leistungsfähigkeit von Maschinen generell schätzte Lovelace zurückhaltend ein: «Es ist wünschenswert, sich gegen die Möglichkeit überzogener Vorstellungen bezüglich der Fähigkeiten der Analytischen Maschine zu wappnen. Die Analytische Maschine gibt nicht vor, irgendetwas erschaffen zu können. Sie tut, was wir ihr befehlen.» Letztendlich, so glaubte sie, stieß die Maschine an Grenzen: Man bekam nie mehr aus ihr heraus, als man in sie hineingab.

Dieser Grundsatz galt in der Informatik viele Jahre lang als Mantra. Er bewahrt uns vor der Angst, wir könnten etwas in Gang setzen, das wir nicht kontrollieren können. Manche glaubten, man müsse zunächst die menschliche Intelligenz verstehen, bevor man eine Maschine auf künstliche Intelligenz programmieren könne.

Was in unseren Köpfen vor sich geht, ist immer noch ein Mysterium, aber seit ein paar Jahren hat sich die Einstellung gegenüber Code zunehmend geändert: weg von einer Top-Down-Einstellung bei der Programmierung und hin zu einem Bottom-Up-Ansatz, durch den der Computer dazu gebracht werden soll, sich seinen eigenen Weg zu suchen. Wie sich herausstellte, muss man das Problem der Intelligenz nicht vorher lösen. Man kann die Algorithmen einfach die digitale Landschaft durchstreifen und wie ein Kind lernen lassen. Inzwischen führt der Code, der durch maschinelles Lernen erzeugt wird, zu überraschend aufschlussreichen Erkenntnissen, er entdeckt bisher nicht erkannte Muster in medizinischen Aufnahmen und handelt geschickt an der Börse. Die gegenwärtige Generation der Programmierer glaubt, Ada Lovelace endlich widerlegt zu haben: Man kann mehr herausbekommen, als man einprogrammiert.

Dennoch gibt es immer noch einen Bereich menschlicher Aktivität, von dem wir glauben, dass er für Maschinen unzugänglich ist, und das ist die Kreativität. Wir verfügen über diese außergewöhnliche Fähigkeit, uns etwas vorzustellen, Neues zu erfinden und Kunstwerke zu erschaffen, die die Bedeutung des Menschseins erheben, erweitern und verwandeln. Das sind die Emanationen einer Quelle, die ich als menschlichen Code bezeichne.

Wir glauben, dass man für diesen Code Mensch sein muss, weil er genau ein Spiegelbild dessen ist, was es bedeutet, Mensch zu sein. Mozarts Requiem lässt uns über unsere eigene Sterblichkeit nachdenken. Der Besuch einer Aufführung von *Othello* gibt uns die Gelegenheit, die Gefühlslandschaft zwischen Liebe und Eifersucht zu erkunden. Ein Porträt von Rembrandt scheint so viel mehr auszudrücken als das reine Antlitz des Modells. Wie kann eine Maschine jemals Mozart, Shakespeare oder Rembrandt ersetzen oder auch nur mit ihnen konkurrieren?

Gleich zu Beginn sei darauf hingewiesen, dass unter meinen Referenzen die künstlerischen Erzeugnisse der westlichen Welt überwiegen. Das ist die Kunst, die ich kenne, die Musik, mit der ich aufgewachsen bin, die Literatur, die meine Leseerfahrung prägt. Es wäre faszinierend zu wissen, ob sich die Kunst aus anderen Kulturkreisen besser für eine maschinelle Erfassung eignet, aber ich vermute, dass es sich hierbei um eine universelle Herausforderung handelt, die kulturelle Grenzen überschreitet. Und obwohl ich mich für meine westlich geprägte Sicht entschuldige, denke ich doch, dass die westliche Kunst einen geeigneten Maßstab für die Kreativität unserer digitalen Rivalen abgibt.

Natürlich gibt es auch jenseits der Kunst menschliche Kreativität: die Molekularküche des Sternekochs Heston Blumenthal; die Fußballkunststücke des niederländischen Stürmers Johan Cruyff; die kurvenreichen Bauten von Zaha Hadid; die Erfindung des Zauberwürfels durch den Ungarn Ernő Rubik. Sogar die Entwicklung

von Code für ein Spiel wie Minecraft sollte zu den Großtaten der menschlichen Kreativität gezählt werden.

Vielleicht noch überraschender, Kreativität ist auch in meinem eigenen Fachbereich, der Mathematik, ein wichtiger Bestandteil. Der Reiz, etwas Neues zu schaffen, lässt mich Stunden an meinem Schreibtisch verbringen, um Gleichungen hervorzuzaubern und Beweise aufzustellen. Auf meinem kreativen Höhepunkt, an den ich immer wieder zurückdenke, entdeckte ich ein neues symmetrisches Objekt. Niemand wusste, dass dieses Objekt überhaupt möglich war. Aber nach Jahren harter Arbeit und einem Inspirationsblitz skizzierte ich auf meinen gelben Notizblock die Blaupause für diese neue Figur. Diese Aufregung macht den Reiz der Kreativität aus.

Aber was meinen wir eigentlich mit diesem gestaltwandelnden Begriff? Die bisherigen Definitionsversuche konzentrieren sich in der Regel auf drei Punkte: Kreativität ist der Antrieb, etwas Neues und Überraschendes zu entwickeln, das Wert hat.

Offenbar ist es ganz einfach, etwas Neues zu erschaffen. Ich kann meinen Computer dazu bringen, endlose Vorschläge für neue symmetrische Objekte zu liefern. Etwas Überraschendes und Wertvolles hervorzubringen, ist jedoch weitaus schwieriger zu erreichen. Im Falle meiner symmetrischen Schöpfung war ich zu Recht erstaunt über das, was ich mir ausgedacht hatte, wie andere Mathematiker auch. Niemand hatte diese seltsame neue Verbindung erwartet, die ich zwischen dem symmetrischen Objekt und dem gänzlich verschiedenen Bereich der Zahlentheorie entdeckte. Seinen Wert erhielt dieses Objekt durch den Umstand, dass es auf einen neuen Zugang zu einem mathematischen Feld hindeutete, das voller ungelöster Probleme steckt.

Wir alle werden in Denkmuster hineingezogen. Wir glauben zu erkennen, wie sich die Geschichte entwickeln wird, und dann werden wir plötzlich in eine neue Richtung geführt. Dieses Überraschungsmoment lässt uns aufmerken. Wahrscheinlich

empfinden wir es deswegen als so aufregend, wenn wir auf einen kreativen Akt treffen, entweder unseren eigenen oder den eines anderen.

Aber was verleiht einer Sache Wert? Ist es nur eine Frage des Preises? Muss es von anderen anerkannt werden? Ich mag ein Gedicht oder ein Gemälde wertschätzen, das ich geschaffen habe, aber meine Vorstellung von seinem Wert werden wahrscheinlich nur wenige Menschen teilen. Ein Roman, dessen Handlung viele überraschende Wendungen nimmt, ist womöglich von relativ geringem Wert. Aber ein neuer und überraschender Ansatz, Geschichten zu erzählen, oder in der Architektur oder Musik, der von anderen nach und nach übernommen wird und der verändert, wie wir Dinge sehen oder erleben, wird allgemein als wertvoll anerkannt werden. Genau das bezeichnete Kant als «exemplarische Originalität» – eine originäre Handlung, die zur Inspiration für andere wird. Diese Form der Kreativität gilt seit Langem als einzigartig menschlich.

Und doch sind alle diese Ausdrucksformen der Kreativität letztendlich die Produkte neurochemischer Aktivität. Das ist der menschliche Code, den viele Millionen Jahre Evolution in unserem Gehirn immer weiter verfeinert haben. Wenn man anfängt, die Struktur der kreativen Schöpfungen der menschlichen Spezies aufzudröseln, dann entdeckt man Regeln, die den kreativen Prozessen immanent sind. Könnte unsere Kreativität algorithmischer und regelbasierter sein, als wir möglicherweise wahrhaben wollen?

Dieses Buch stellt sich der Herausforderung, die Grenzen der neuen KI auszuloten, um zu sehen, ob sie sich mit den Wunderwerken unseres menschlichen Codes messen oder sie sogar übertreffen kann. Kann eine Maschine malen, Musik komponieren oder einen Roman schreiben? Vielleicht kann sie nicht mit Mozart, Shakespeare oder Picasso konkurrieren – aber kann sie womöglich so kreativ sein wie menschliche Kinder, wenn sie eine Geschichte

schreiben oder ein Bild malen? Kann eine Maschine lernen, kreativ zu sein, indem sie mit Kunst, die uns bewegt, interagiert und zu verstehen lernt, was jene von alltäglicher und uninteressanter Kunst unterscheidet? Mehr noch, kann sie unsere eigene Kreativität erweitern und uns helfen, Möglichkeiten zu erkennen, die wir übersehen?

Kreativität ist ein schwer zu fassendes Wort, das je nach Kontext viele verschiedene Bedeutungen annehmen kann. Ich werde mich auf die Kreativität in der Kunst konzentrieren, aber damit will ich nicht sagen, dass dies die einzig mögliche Form der Kreativität ist. Meine Töchter sind kreativ, wenn sie mit Lego Schlösser bauen. Mein Sohn wird als kreativer Mittelfeldspieler gepriesen, wenn er seine Fußballmannschaft zum Sieg führt. Wir können Alltagsprobleme kreativ lösen und Organisationen kreativ führen. Und wie ich zeigen werde, ist die Mathematik ein wesentlich kreativeres Fach, als viele glauben, mit einer Kreativität, die viel mit den bildenden Künsten gemeinsam hat.

Der kreative Impuls ist ein entscheidender Teil dessen, was den Menschen von anderen Tieren unterscheidet, und doch lassen wir ihn oft brachliegen und werden stattdessen Sklaven unseres formelhaften Lebens, der Routine. Um kreativ zu sein, brauchen wir einen Impuls, um von den ebenen Pfaden, die wir jeden Tag austreten, abzuweichen. Hier könnte eine Maschine helfen: Vielleicht könnte sie uns diesen Impuls geben, einen neuen Vorschlag machen, uns davon abhalten, einfach jeden Tag denselben Algorithmus zu wiederholen. Die Maschinen könnten uns Menschen letztendlich helfen, uns weniger wie Maschinen zu verhalten.

Sie fragen sich vielleicht, warum ausgerechnet ein Mathematiker Sie auf diese Reise mitnehmen möchte. Ganz einfach, weil KI, maschinelles Lernen, Algorithmen und Code alle auf Mathematik basieren. Wer verstehen will, wie und warum die Algorithmen, die das moderne Leben bestimmen, tun, was sie tun, muss die

mathematischen Regeln verstehen, die ihnen zugrunde liegen. Andernfalls wird man zum Spielball der Maschinen.

Die Herausforderung durch die KI trifft uns ins Mark, weil sie zeigt, wie viele Aufgaben, an denen Menschen arbeiten, Maschinen ebenso gut oder sogar besser ausführen können. Aber anstatt mich auf eine Zukunft mit fahrerlosen Autos und computergestützter Medizin zu konzentrieren, möchte ich in diesem Buch untersuchen, ob diese Algorithmen bedeutungsvoll mit der Leistungsfähigkeit des menschlichen Codes konkurrieren können. Können Computer kreativ sein? Was bedeutet es überhaupt, kreativ zu sein? Welcher Teil unserer emotionalen Reaktion auf Kunst ist ein Produkt unseres Gehirns, das auf Muster und Strukturen reagiert? Das sind einige der Fragen, um die es gehen wird.

Dabei handelt es sich keineswegs um eine rein intellektuelle Herausforderung. So wie die künstlerische Leistung des Menschen uns Einblicke in den komplexen menschlichen Code ermöglicht, der unser Gehirn steuert, wird uns die von Computern generierte Kunst überraschend aussagekräftige Einsichten bieten, wie der Code funktioniert. Bei einer solchen Bottom-Up-Entwicklung von Code ergibt sich das Problem, dass die Programmierer oft nicht wirklich verstehen, wie der endgültige Code funktioniert. Warum trifft die KI diese Entscheidung? Die Kunst, die sie schafft, kann als starke Linse wirken, durch die man Zugang zu den unbewussten Entscheidungen des neuen Codes erhält. Und sie kann auch Einschränkungen und Gefahren aufdecken, die mit der Erstellung von Code verbunden sind, den wir nicht vollständig verstehen.

Es gibt einen anderen, persönlicheren Grund, warum ich mich auf diese Reise begeben will. Ich befinde mich in einer existenziellen Krise. Ich habe mich gefragt, ob mit dem Ansturm neuer Entwicklungen in der KI nicht auch das Berufsbild des Mathematikers in den kommenden Jahrzehnten verschwinden wird.

In der Mathematik geht es um Zahlen und Logik. Beherrscht ein Computer nicht gerade das am besten?

Meine Verteidigung gegen die Computer, die an die Fakultätstür klopfen und einen Platz am Tisch haben wollen, basiert unter anderem auf dem Umstand, dass es in der Mathematik nicht nur um Zahlen und Logik geht. Sie ist ein höchst kreativer Fachbereich, der Schönheit und Ästhetik umfasst. Ich lege in diesem Buch dar, dass die Mathematik, die wir in unseren Seminaren und Zeitschriften teilen, nicht nur das Ergebnis von mechanischen Vorgängen ist. Intuition und künstlerische Sensibilität sind wichtige Eigenschaften eines guten Mathematikers. Sicherlich sind das Eigenschaften, die man einer Maschine niemals wird einprogrammieren können. Oder etwa doch?

Aus diesem Grund achte ich als Mathematiker darauf, in welchem Umfang die neue KI Zugang zu den Galerien, Konzertsälen und Verlagen der Welt gewinnt. Der große deutsche Mathematiker Karl Weierstraß schrieb einmal: «Ein Mathematiker, der nicht irgendwie ein Dichter ist, wird nie ein vollkommener Mathematiker sein.» Wie Ada Lovelace hervorragend demonstrierte, braucht es ebenso viel Byron wie Babbage. Zwar hielt sie Maschinen für begrenzt, aber sie erkannte erstmals deren künstlerisches Potenzial:

Sie könnte auf andere Dinge als Zahlen angewandt werden ... Ließen sich beispielsweise die grundlegenden Beziehungen von Tönen gemäß der Harmonie- und Kompositionslehre auf diese Weise beschreiben und anpassen, dann könnte die Maschine komplizierte, wissenschaftliche Musikstücke beliebiger Komplexität und Länge komponieren.

Dennoch schrieb sie jeden kreativen Akt dem Programmierer zu, nicht der Maschine. Ist es möglich, die Verantwortung mehr in Richtung Code zu verschieben? Die gegenwärtige Generation von Programmierern glaubt das.

In der Frühzeit der KI entwickelte Alan Turing seinen berühmten Test, um die Intelligenz eines Computers zu messen. Ich möchte nun einen neuen Test vorschlagen: den Lovelace-Test. Um den zu bestehen, muss ein Algorithmus ein kreatives Kunstwerk erschaffen, und der Vorgang muss wiederholbar sein (darf also nicht das Ergebnis eines Hardware-Fehlers sein), ohne dass der Programmierer erklären kann, wie der Algorithmus zu seinem Ergebnis gelangt ist. Wir fordern die Maschinen heraus: Sie sollen etwas Neues und Überraschendes erfinden, das Wert hat. Damit eine Maschine als wahrhaft kreativ gelten kann, ist jedoch noch ein zusätzlicher Schritt notwendig: Ihr Beitrag sollte mehr sein als Ausdruck der Kreativität des Programmierers oder der Person, die die Daten zusammengestellt hat. Diese Aufgabe hielt Ada Lovelace für unerfüllbar.

2

Wie erzeugt man Kreativität?

*Der größte Feind der Kreativität
ist der gesunde Menschenverstand.*

Pablo Picasso

Kreativität wird heutzutage viel Wert beigemessen, was dazu führte, dass eine Reihe von Schriftstellern und Denkern versucht hat, in Worte zu fassen, was Kreativität eigentlich ist, wie man sie anregt und warum sie wichtig ist. Bei einer Komiteesitzung der Royal Society, bei der es darum ging, die Auswirkungen des maschinellen Lernens auf die Gesellschaft in den kommenden Jahrzehnten einzuschätzen, begegnete ich zum ersten Mal den Theorien der Kognitionswissenschaftlerin Margaret Boden. Besonders relevant finde ich diese, wenn es darum geht, die kreative Leistung von Maschinen zu beurteilen.

Boden ist eine originelle Denkerin, die im Laufe der Jahrzehnte viele verschiedene Disziplinen miteinander verschmolzen hat: Philosophie, Psychologie, Medizin, KI-Forschung und Kognitionswissenschaft. Inzwischen ist sie über 80 Jahre alt, mit fliegendem weißem Haar und einem stets aktiven Gehirn, und beschäftigt sich eifrig mit den Zukunftsaussichten der «Blehdosen»,

wie sie Computer gerne nennt. In diesem Zusammenhang hat sie drei verschiedene Formen menschlicher Kreativität identifiziert.

Explorative Kreativität bedeutet, die äußeren Grenzen des bereits Vorhandenen zu erforschen, sie möglichst zu erweitern, sich aber immer noch an die Regeln zu halten. Bachs Musik ist der Höhepunkt einer Forschungsexpedition in die Tonalität, zu der barocke Komponisten aufbrachen, indem sie verschiedene Stimmen miteinander verwoben. Seine Präludien und Fugen erweitern die Grenzen des bis dato Machbaren, bevor das Genre schließlich aufgebrochen wurde und in die Klassik von Mozart und Beethoven übergang. Renoir und Pissarro ersannen eine neue Möglichkeit, sich die Natur und die Welt um uns herum vorzustellen, aber erst Claude Monet sprengte die Grenzen wirklich mit seinen Seerosen, die er immer wieder malte, bis sich seine Farbtupfer in einer neuen Form der Abstraktion auflösten.

In der Mathematik nimmt diese Art der Kreativität einen besonderen Stellenwert ein. Die Klassifizierung von endlichen einfachen Gruppen ist eine Meisterleistung explorativer Kreativität. Ausgehend von der einfachen Definition einer Symmetriegruppe – einer durch vier einfache Axiome definierten Struktur – haben Mathematiker 150 Jahre lang eine Liste aller denkbaren Symmetrieelemente erstellt und so letztendlich die Monster-Symmetriegruppe entdeckt, die mehr Symmetrien umfasst, als es Atome auf der Erde gibt, und die dennoch in keine andere Gruppe passt. Bei dieser Form der mathematischen Kreativität werden Grenzen überschritten, aber die Spielregeln eingehalten. Der Mathematiker ist dann wie ein Entdecker, der ins Unbekannte vorstößt, aber nicht über die Grenzen unseres Planeten hinausgehen kann.

Boden glaubt, dass die Exploration 97 Prozent der menschlichen Kreativität ausmacht. Diese Form der Kreativität beherrschen Computer besonders gut: Für die Aufgabe, die Grenzen eines

Musters oder eines Regelwerks auszuloten, eignen sich Computer, die viel mehr Berechnungen durchführen können als das menschliche Gehirn, perfekt. Aber reicht das? Unter wirklich originellen kreativen Handlungen stellen wir uns in aller Regel etwas völlig Unerwartetes vor.

Die zweite Art von Kreativität ist die *Kombination*. Ein Künstler kombiniert zwei völlig unterschiedliche Gebilde. Oftmals können die Regeln für die eine Welt einen interessanten neuen Rahmen für die andere bilden. Kombination ist im Bereich der mathematischen Kreativität ein äußerst machtvolleres Werkzeug. Die endgültige Lösung der Poincaré-Vermutung, die die möglichen Formen unseres Universums beschreibt, wurde durch die Anwendung sehr unterschiedlicher Werkzeuge zum Verständnis der Strömung über Oberflächen gefunden. Das kreative Genie Grigori Perelman erkannte überraschend, dass man über die Art und Weise, wie eine Flüssigkeit über eine Oberfläche fließt, mögliche Oberflächen klassifizieren kann.

Bei meiner eigenen Forschung habe ich Methoden aus der Zahlentheorie angewendet, um Primzahlen zu verstehen und mögliche Symmetrien zu klassifizieren. Die Symmetrien geometrischer Objekte scheinen auf den ersten Blick nichts mit Zahlen gemein zu haben. Aber als wir bei der Sprache, die uns geholfen hat, die Geheimnisse der Primzahlen zu erforschen, die Primzahlen durch symmetrische Objekte ersetzen, ergaben sich überraschende neue Erkenntnisse in der Theorie der Symmetrie.

Auch die Kunst hat von dieser Form der wechselseitigen Befruchtung stark profitiert. Philip Glass entwickelte aus Anregungen, die er durch die Arbeit mit Ravi Shankar erhalten hatte, den additiven Prozess, der das Herzstück seiner minimalistischen Musik bildet. Zaha Hadid verband ihre Kenntnis der Architektur mit ihrer Liebe zu den reinen Formen des russischen Malers Kasimir Malewitsch zu einem einzigartigen Stil

kurvenreicher Gebäude. Auch in der Küche haben kreative Meisterköche Küchen aus verschiedenen Teilen der Welt miteinander fusioniert.

Es gibt interessante Hinweise darauf, dass diese Art der Kreativität sich auch für KI hervorragend eignen könnte. Man nehme einen Algorithmus, der Blues spielt, kombiniere ihn mit der Musik von Boulez, und man erhält eine seltsame hybride Komposition, die womöglich eine völlig neue Klangwelt erschafft. Natürlich könnte dies auch in eine armselige Kakophonie münden. Der Programmierer muss zwei Genres finden, die algorithmisch auf interessante Weise miteinander verschmolzen werden können.

Bodens dritte Form der Kreativität ist die geheimnisvollste und am schwersten fassbare von den dreien: die *transformative* Kreativität. Damit sind jene seltenen Momente gemeint, die alles verändern und die es in jeder Kunstform gibt. Man denke nur an Picasso und den Kubismus, Schönberg und die Atonalität, Joyce und die Moderne. Sie sind wie Phasenübergänge, wenn Wasser plötzlich vom flüssigen in den gasförmigen Zustand übergeht. Mit diesem Bild beschrieb Goethe die zwei Jahre, in denen er mit der Arbeit an *Die Leiden des jungen Werther* rang, bis ein zufälliges Ereignis als unerwarteter Katalysator wirkte: «In diesem Augenblick war der Plan zu Werther gefunden; das Ganze schoss von allen Seiten zusammen und ward eine solide Masse, wie das Wasser im Gefäß, das eben auf dem Punkte des Gefrierens steht, durch die geringste Erschütterung sogleich in ein festes Eis verwandelt wird.»

Nicht selten kommt es zu diesen transformatorischen Momenten, wenn man die Spielregeln ändert oder eine Annahme aufgibt, mit der frühere Generationen gearbeitet haben. Das Quadrat einer Zahl ist immer positiv. Alle Moleküle bestehen aus langen Linien und nicht aus Ketten. Musik muss im Rahmen einer harmonischen Tonskala geschrieben werden. Gesichter haben Augen auf beiden Seiten der Nase. Auf den ersten Blick scheint es schwierig, einen

derart entscheidenden Bruch zu programmieren, und doch gibt es eine Metaregel für diese Art der Kreativität: Man hebt Einschränkungen auf und wartet ab, was dabei herauskommt. Die Kunst, der kreative Akt, besteht darin, dass man entscheidet, welche alten Einschränkungen man aufgibt oder welche neuen Einschränkungen man einführt, damit man am Ende etwas Neues, Wertvolles erhält.

Wenn ich einen bestimmten transformativen Moment in der Mathematik benennen müsste, dann wäre die Einführung der Quadratwurzel von -1 Mitte des 16. Jahrhunderts ein aussichtsreicher Kandidat. Von dieser Zahl glaubten viele Mathematiker, dass sie nicht existierte. Sie wurde als imaginäre Zahl bezeichnet (ein abwertender Begriff, den Descartes erfand, um darauf hinzuweisen, dass es natürlich nichts dergleichen gebe). Und doch widersprach ihre Einführung keineswegs der bis dahin bekannten Mathematik. Tatsächlich stellte sich heraus, dass es ein Fehler gewesen war, diese Zahl auszuschließen. Wie könnte ein Computer die Vorstellung der Quadratwurzel von -1 erfinden, wenn die Daten, mit denen er gefüttert wird, ihm sagen, dass es keine Zahl gibt, deren Quadrat negativ sein kann? Ein wirklich kreativer Akt erfordert manchmal, dass wir aus dem System aussteigen und eine neue Realität erschaffen. Kann ein komplexer Algorithmus das?

Die Geschichte der romantischen Bewegung in der Musik ist in vielerlei Hinsicht eine Liste von Regelbrüchen. Anstatt sich wie die klassischen Komponisten nur in engen Tonskalen zu bewegen, wechselte ein «Parvenu» wie Schubert die Tonarten und durchbrach so die Erwartungen. Schumann ließ Akkorde unaufgelöst, bei denen Haydn oder Mozart eine Auflösung als notwendig empfunden hätten. Chopin wiederum komponierte dichte Phrasen mit chromatischen Läufen und stellte mit seinen ungewöhnlich akzentuierten Passagen und Tempiwechseln die rhythmischen Erwartungen auf die Probe. Die Entwicklung von einer

musikalischen Bewegung zur nächsten: vom Mittelalter zum Barock, von der Klassik zur Romantik, vom Impressionismus zum Expressionismus und darüber hinaus ist eine Geschichte der Regelbrüche. Die Kreativität jeder Bewegung kann nur vor dem Hintergrund der vorhergehenden eingeschätzt werden. Es versteht sich fast von selbst, dass der historische Kontext eine wichtige Rolle spielt, um etwas als neu definieren zu können. Kreativität ist keine absolute, sondern eine relative Handlung. Wir sind kreativ innerhalb der Grenzen unserer Kultur und unseres Referenzrahmens.

Kann ein Computer diese Art von Phasenübergängen einleiten und uns in einen neuen musikalischen oder mathematischen Zustand führen? Das ist eine Herausforderung. Algorithmen lernen aufgrund der Daten, mit denen sie interagieren, wie sie sich verhalten sollen. Bedeutet das nicht, dass sie ewig dazu verdammt sein werden, immer nur Altbekanntes zu reproduzieren?

Picasso sagte einmal: «Der größte Feind der Kreativität ist der gesunde Menschenverstand.» Das scheint zunächst dem Funktionsprinzip von Maschinen zu widersprechen. Und doch lässt sich ein System so programmieren, dass es sich irrational verhält. Man kann eine Metaregel erstellen, die die Maschine anweist, den Kurs zu ändern. Wie wir sehen werden, ist das in der Tat etwas, das maschinelles Lernen sehr gut beherrscht.

Kann man Kreativität lehren?

Viele Künstler pflegen ihren eigenen Schöpfungsmythos und machen externe Kräfte für ihre Kreativität verantwortlich. Im antiken Griechenland sagte man von Dichtern, sie seien von den Musen besessen, die ihnen Inspiration einhauchten und so manchmal in den Wahnsinn trieben. Platon schrieb: «Ein Dichter ist ein heiliges Wesen und nicht eher imstande zu dichten, als bis er in Begeisterung

gekommen und außer sich geraten ist und die klare Vernunft nicht mehr in ihm wohnt, denn nicht menschliche Kunst, sondern göttliche Kraft befähigt sie zu ihren Schöpfungen.» Der große indische Mathematiker Ramanujan schrieb seine großen Erkenntnisse ebenfalls Eingebungen zu, die er im Traum von seiner Familiengöttin Namagiri erhalten hatte. Ist Kreativität nun eine Form des Wahnsinns oder ein göttliches Geschenk?

Einer meiner mathematischen Helden, Carl Friedrich Gauß, war einer der Schlimmsten, wenn es darum ging, seine kreativen Spuren zu verwischen. Gauß wird zugeschrieben, die moderne Zahlentheorie geschaffen zu haben, als er im Jahr 1798 eines der größten mathematischen Werke aller Zeiten veröffentlichte: *Disquisitiones Arithmeticae*. Doch als Leser im Buch nach Hinweisen suchten, woher er seine Ideen bekommen hatte, standen sie vor einem Rätsel. Das Werk wurde als Buch mit sieben Siegeln beschrieben. Gauß schien Eingebungen wie Kaninchen aus dem Hut zu zaubern, ohne einen Hinweis zu hinterlassen, wie er diesen Zaubertrick zustande gebracht hatte. Als man ihn später danach fragte, antwortete er, dass ein Architekt nach der Fertigstellung des Hauses das Gerüst nicht stehen lasse. Wie Ramanujan schrieb auch Gauß eine Erkenntnis der «Gnade Gottes» zu und erklärte: «Ich selbst wäre nicht imstande, den leitenden Faden zwischen dem, was ich vorher wusste, ... und dem, wodurch es gelang, nachzuweisen.»

Doch allein der Umstand, dass ein Künstler nicht artikulieren kann, woher seine Ideen stammen, bedeutet nicht, dass es keine Regeln gibt. Kunst ist ein bewusster Ausdruck der unzähligen Logikgatter, aus denen unsere unbewussten Denkprozesse bestehen. Natürlich gab es einen roten Faden, der Gauß' Gedanken logischerweise verband: Es fiel ihm nur schwer zu artikulieren, was er vorhatte – oder vielleicht wollte er das Geheimnis, und damit das Bild von sich selbst als schöpferischem Genie, bewahren. Coleridges Behauptung, er habe die drogeninduzierte Vision von Kubla Khan in

ihrer Gesamtheit auf einmal empfangen, wird von dem vielen vorbereitenden Material widerlegt, das die Arbeit des Dichters an den Ideen zu dem Gedicht vor jenem schicksalhaften Tag zeigt, an dem er von der Person aus Porlock unterbrochen wurde. Natürlich ist es eine schöne Geschichte. Auch mein eigener Schöpfungsbericht wird sich auf den Geistesblitz konzentrieren statt auf die jahrelange Vorarbeit, die ich geleistet habe.

Wir haben die schlechte Angewohnheit, das kreative Genie zu romantisieren. Der einsame Künstler, der in der Isolation arbeitet, ist offen gestanden ein Mythos. In den meisten Fällen ist das, was wie ein Sprung aussieht, in Wahrheit ein kontinuierliches Wachstum. Brian Eno spricht von der «Szenie» statt dem Genie, um hervorzuheben, dass die kreative Intelligenz oft aus einer Gemeinschaft hervorgeht. Die amerikanische Schriftstellerin Joyce Carol Oates pflichtet ihm bei: «Kreative Arbeit sollte, ebenso wie wissenschaftliche Arbeit, als eine Gemeinschaftsleistung betrachtet werden – als Versuch eines Individuums, vielen Stimmen eine Stimme zu geben, als Versuch, zu synthetisieren und zu erforschen und zu analysieren.»

Was braucht man, um Kreativität anzuregen? Könnte man sie einer Maschine einprogrammieren? Gibt es Regeln, die wir befolgen können, um kreativ zu werden? Mit anderen Worten: Könnte Kreativität eine erlernbare Fähigkeit sein? Einige Menschen glauben, dass etwas zu lehren oder zu programmieren bedeutet, den Menschen zu zeigen, wie man das Vorangegangene imitiert, und dass Nachahmung und das Befolgen von Regeln mit Kreativität unvereinbar sind. Und doch gibt es überall um uns herum Beispiele von kreativen Menschen, die studiert und gelernt und ihre Fähigkeiten verbessert haben. Wenn wir untersuchen, was diese Menschen tun, könnten wir sie dann nachahmen und letztendlich selbst kreativ werden?

Diese Fragen stelle ich mir in jedem Semester neu. Für eine Promotion müssen Doktoranden der Mathematik ein neues mathematisches Konstrukt entwerfen. Sie müssen sich etwas ausdenken, das noch nie zuvor gemacht wurde. Meine Aufgabe ist es, ihnen beizubringen, wie man das macht. Natürlich haben sie bis zu einem gewissen Grad bereits eine Ausbildung in dieser Hinsicht erhalten. Das Lösen von Problemen erfordert auch dann noch persönliche Kreativität, wenn die Lösung bereits bekannt ist.

Diese Ausbildung ist eine unabdingbare Voraussetzung für den Sprung ins Ungewisse. Indem man übt, wie andere zu ihrem Durchbruch gelangt sind, hofft man, ein Umfeld zu schaffen, das die eigene Kreativität fördert. Und doch ist dieser Sprung noch lange nicht garantiert. Ich kann nicht irgendjemanden von der Straße holen und ihm beibringen, ein kreativer Mathematiker zu sein. Vielleicht kann man das mit zehn Jahren Ausbildung erreichen, aber nicht jedem Gehirn ist es möglich, mathematische Kreativität zu erlangen. Offenbar erreichen manche Menschen nur in bestimmten Bereichen Kreativität, aber was das eine Gehirn zum Schachmeister und das andere zum Nobelpreisträger für Literatur macht, ist schwer zu verstehen.

Margaret Boden hat erkannt, dass es bei der Kreativität nicht nur darum geht, Shakespeare oder Einstein zu sein. Sie unterscheidet zwischen «psychologischer Kreativität» und «historischer Kreativität». Viele von uns vollbringen Akte persönlicher Kreativität, die für uns vielleicht neu, aber historisch gesehen ein alter Hut sind. Sie sind das, was Boden als Momente psychologischer Kreativität bezeichnet. Durch wiederholte Akte persönlicher Kreativität hofft man, letztendlich etwas hervorzubringen, das von anderen als neu und wertvoll anerkannt wird. Historische Kreativität ist selten, aber sie entsteht durch die Förderung der psychologischen Kreativität.

Mein Rezept, um bei Studenten Kreativität zu fördern, folgt den drei von Boden identifizierten Kreativitätstypen. Die explorative

Kreativität ist der vielleicht offensichtlichste Weg. Dabei muss man zunächst verstehen, wie man an die Stelle gelangt ist, an der man sich derzeit befindet, und versucht dann, neue Möglichkeiten auszuloten. Das erfordert ein tiefes Eintauchen in das, was bisher geschaffen wurde. Aus diesem tiefen Verständnis heraus könnte etwas noch nie Dagewesenes entstehen. Oft ist es wichtig, den Schülern zu vermitteln, dass ein Schöpfungsakt, der von einem Urknall begleitet wird, sehr selten ist. Schöpfungen entstehen allmählich. Vincent van Gogh schrieb: «Große Dinge entstehen nicht spontan, sondern indem kleine Dinge zusammenkommen.»

Bodens zweite Strategie, die kombinatorische Kreativität, ist nach meiner Erfahrung ein starkes Instrument, um neue Ideen anzuregen. Ich ermutige Studenten oft dazu, Seminare zu besuchen und Aufsätze zu lesen, deren Themen nicht mit dem Problem, das sie bearbeiten, zusammenhängen. Ein Gedankengang aus einem anderen Teil des mathematischen Universums kann mit dem vorliegenden Problem in Resonanz treten und eine neue Idee hervorbringen. Einige der kreativsten wissenschaftlichen Arbeiten finden heute an den Schnittstellen zwischen den Disziplinen statt. Je mehr wir aus unseren Silos heraustreten und unsere Ideen und Probleme miteinander teilen, umso eher können wir kreativ sein. Hier lassen sich relativ einfach gute Ergebnisse erzielen.

Auf den ersten Blick scheint die transformative Kreativität nur schwerlich als Strategie nutzbar zu sein. Aber auch hier geht es darum, den Status quo auf die Probe zu stellen, indem einige der bestehenden Beschränkungen aufgehoben werden. Man ändere eine Grundregel, die als fester Bestandteil des Gefüges des betreffenden Themas akzeptiert ist, und warte ab, was dann passiert. Dies sind brenzlige Momente, weil man das System zum Einsturz bringen kann, aber das bringt mich zu einer der wichtigsten Zutaten, die man braucht, um Kreativität zu fördern: Man muss ein mögliches Scheitern akzeptieren.

Wer nicht bereit ist, zu scheitern, wird nicht die Risiken eingehen, die es ermöglichen, auszuberechnen und etwas Neues zu schaffen. Aus diesem Grund sind unser Bildungssystem und unser wirtschaftliches Umfeld, in denen Scheitern als verwerflich gilt, oft eine grauenhafte Umgebung für die Entwicklung von Kreativität. Bei meinen Studenten lege ich Wert darauf, dass die Misserfolge ebenso gefeiert werden wie die Erfolge. Die Misserfolge werden es nicht in die Doktorarbeit schaffen, das ist klar, aber man kann aus Misserfolgen viel lernen. Gegenüber meinen Studenten zitiere ich immer wieder Becketts Aufruf: «Scheitern Sie. Scheitern Sie wieder. Scheitern Sie besser.»

Sind das Strategien, die sich in Code umsetzen lassen? In der Vergangenheit bot der Top-Down-Ansatz beim Programmieren nur geringe Aussicht auf Kreativität. Die Programmierer waren vom Endprodukt ihrer Algorithmen kaum überrascht. Es gab keinen Raum für Experimente oder Misserfolge. Aber das hat sich in letzter Zeit geändert: weil ein Algorithmus, der auf einem fehlerfreundlichen Code aufbaut, etwas Neues tat, seine Schöpfer schockierte und einen unfassbaren Wert hatte. Dieser Algorithmus gewann ein Spiel, von dem viele glaubten, dass es die Fähigkeiten einer Maschine übersteigt. Es ist ein Spiel, das Kreativität erfordert.

Die Nachricht von diesem Durchbruch löste meine existenzielle Krise als Mathematiker aus.

3

Achtung, fertig, los!

*Wir konstruieren und konstruieren und doch ist
Intuition immer noch eine gute Sache.*

Paul Klee

Mathematik wird oft mit dem Schachspiel verglichen. Sicherlich gibt es da Verbindungen, aber nachdem Deep Blue im Jahr 1997 die besten Schachmeister besiegte, die die Menschheit zu bieten hatte, führte das nicht zur Schließung von mathematischen Fakultäten. Schach ist eine gute Analogie für den formellen Aufbau eines Beweises, doch ein anderes Spiel steht der kreativen und intuitiven Seite eines Mathematikerlebens in den Augen der Mathematiker sehr viel näher: das chinesische Spiel Go.

Ich selbst entdeckte Go im Grundstudium bei einem Besuch in der mathematischen Fakultät von Cambridge, bei dem ich herausfinden wollte, ob ich meine Doktorarbeit bei der großartigen Forschergruppe machen konnte, die an der Klassifikation der einfachen endlichen Gruppen, einer Art Periodensystem der Symmetrie, mitgearbeitet hatte. Ich saß im Gespräch mit John Conway und Simon Norton, zwei Architekten dieses großen Projekts, über die Zukunft der Mathematik, als mir zwei Studenten