



telekolleg

Mathematik

Formeln und Begriffe



Telekolleg

Mathematik

Formeln und Begriffe

Josef Dillinger

Telekolleg

Telekolleg wird veranstaltet von den Bildungs- und Kultusministerien von Bayern und Brandenburg sowie vom Bayerischen Rundfunk (BR).

Nähere Informationen zu Telekolleg:
www.telekolleg-info.de

Dieser Band enthält das Arbeitsmaterial zu den vom Bayerischen Rundfunk produzierten Lehrsendungen.

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet über <http://dnb.de> abrufbar.

Das Werk ist in allen seinen Teilen urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung in und Verarbeitung durch elektronische Systeme.

In Lizenz der BRmedia Service GmbH

wbg Academic ist ein Imprint der wbg.
© 2020 by wbg (Wissenschaftliche Buchgesellschaft),
Darmstadt

Unveränderter Nachdruck der Nachauflage von 2016
Die Herausgabe des Werkes wurde durch die Vereinsmitglieder der wbg ermöglicht.

Umschlaggestaltung: schreiberVIS, Seeheim

Umschlagabbildung: © kytalpa - stock.adobe.com,
monsitj - stock.adobe.com

Gedruckt auf saurefreiem und alterungsbeständigem
Papier

Printed in Germany

Besuchen Sie uns im Internet:
www.wbg-wissenverbindet.de

ISBN 978-3-534-27303-4

Elektronisch sind folgende Ausgaben erhältlich:

eBook (PDF): 978-3-534-27304-1

eBook (epub): 978-3-534-27305-8

Inhaltsverzeichnis

1. Grundlagen

Geometrie

Flächen 6

Volumina 9

Mengen und Rechenarten

Zahlenmengen 12

Addition und Subtraktion rationaler

Zahlen 12

Multiplikation und Division rationaler

Zahlen 13

Mengenbeziehungen 13

Mengenverknüpfungen 14

Regeln für das Rechnen mit Mengen 14

Intervalle (spezielle Teilmengen von $\mathbb{R}$) 14

Terme

Allgemeine Grundrechenarten 15

Termumformung 15

Binomische Formeln 15

Vorzeichen und Rechenzeichen 15

Produktregeln 15

Rechnen mit Brüchen (Bruchrechnen) 16

Teiler und Vielfache natürlicher

Zahlen 16

Ungleichungen und Gleichungen

Definition einer Ungleichung 17

Inversionsgesetz 17

Definition einer Gleichung 17

Definitionsmenge 17

Lösungsmenge 17

Lineare Gleichungen 17

Äquivalenzumformung 18

Lineare Gleichungssysteme (LGS)

Definition 19

Schreibweise 19

Graphisches Lösen 19

Algebraisches Lösen 20

Einsetzverfahren 20

Gleichsetzverfahren 20

Additionsverfahren 21

Lösen mithilfe von Determinanten 21

Bestimmung der Lösungen 21

Proportionalitäten

Direkte Proportionalität 22

Indirekte Proportionalität 22

Dreisatz 22

Prozentrechnung 23

Relation und Funktion

Relation 23

Funktion 23

Graphische Darstellungen 23

Arten von Funktionen 24

Steigungsfaktor 25

y-Achsenabschnitt 26

Lage von Geraden 27

Punkt-Steigungs-Form der Geraden-
gleichung 27

Zwei-Punkte-Form der Geraden-
gleichung 27

Wurzeln und Potenzen

Wurzeln 28

Wurzelgesetze 28

Potenzen 28

Logarithmen

Definition 29

Logarithmen spezieller Basen 29

Logarithmengesetze 29

Basiswechsel 29

Quadratische Gleichungen

Reinquadratische Gleichung 30

Allgemeine Form 30

Normalform (p-q-Form) 30

Satz von Vieta 31

Quadratische Funktionen

Normalform 31

Symmetrieachse 31

Scheitelpunktform 31

Normalparabel 31

Achsenschnittpunkte 32

Sätze am rechtwinkligen Dreieck

Rechtwinkliges Dreieck 33

Satz des Pythagoras 33

Höhensatz des Euklid 34

Kathetensatz des Euklid 34

Winkelfunktionen

Sinusfunktion 34
Kosinusfunktion 35
Tangensfunktion 35

Definitionen am rechtwinkligen Dreieck

Sinus 36
Kosinus 36
Tangens 36
Kotangens 36

Werte für spezielle Winkel

Vorzeichen in den vier Quadranten 36
Trigonometrischer Pythagoras 36

Beziehungen zwischen Sinus, Kosinus und Tangens

Reduktionsformeln 36
Summen und Differenzen 37
Vielfache und Teile 37
Produkte 37

Trigonometrische Berechnungen am allgemeinen Dreieck

Sinussatz 38
Kosinussatz 38
Flächeninhalt 38
Höhen 38
Seitenhalbierende 38
Winkelhalbierende 38
Inkreisradius (p) 38
Umkreisradius 38
Projektionssatz 38
Bogenmaß 38
Umrechnung Grad – Bogenmaß 38

2. Vektorrechnung und Analytische Geometrie

Vektoren

Definition 39
Schreibweisen und Darstellungen 39
Ortsvektor 40
Basisvektoren 40
Nullvektor 40

Rechenoperationen, Verknüpfungen und Formeln 41

Gleichheit zweier Vektoren $\vec{a} = \vec{b}$ 41
Addition zweier Vektoren $\vec{a} + \vec{b}$ 41
Subtraktion zweier Vektoren $\vec{a} - \vec{b}$ 41

Rechenregeln 41

Kommutativgesetz 41
Assoziativgesetz 42
S-Multiplikation von Vektoren 42

Skalare Vervielfachung 42

Lineare Abhängigkeit von Vektoren 42

Skalarprodukt 43

Geradengleichungen und Ebenengleichungen in Parameterform

Vektorielle Punkt-Richtungs-Form 44
Vektorielle Zwei-Punkte-Form 44
Ebenengleichung 44

Vektorprodukt (Kreuzprodukt)

Definition 45
Rechenregeln beim Vektorprodukt 45
Kollineare (parallele) Vektoren 45
Vektorprodukt in kartesischen Koordinaten 45
Flächeninhalt des Parallelogramms 46
Flächeninhalt eines Dreiecks ABC im $\mathbb{R}^3$ 46
Volumen des Parallelepipeds 46
Volumen der Pyramide 46

Ebenengleichungen in einem kartesischen Koordinatensystem

Normalenform in Koordinatendarstellung 46
Normalenform in vektorieller Darstellung 47
Hesse'sche Normalenform (HNF) der Ebene 47
Abstand Punkt P – Ebene E 47
Lagebeziehung zweier Ebenen E und F 47
Schnittwinkel zweier Ebenen E und F 47

3. Grenzwerte, Stetigkeit und Unstetigkeit

Grenzwerte einer Funktion

Grenzwert für $x \rightarrow x_0$ 48

Grenzwert für $x \rightarrow \infty$ 48

Rechenregeln für Grenzwerte 49

Stetigkeit und Unstetigkeit von Funktionen

Stetigkeit 49

Unstetigkeit 50

4. Differenzialrechnung

Differenzialrechnung

Differenzenquotient 51

Definition der Ableitung 51

Stetigkeit 51

Differenzierbarkeitsbereich 52

Globale Differenzierbarkeit 52

Ableitungsfunktion 52

Schreibweisen 52

Differenzieren nach der Zeit t 52

Stetige Differenzierbarkeit 52

Höhere Ableitungen 52

Stammfunktion 52

Geometrische Deutung der Ableitung

Steigung 53

Tangente 53

Normale 53

L' Hospitalsche Regeln 53

Ableitungsregeln 54

Ableitung der Grundfunktionen 55

Kurvendiskussion

Symmetrie zur y-Achse 56

Punktsymmetrie zum Ursprung 56

Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen 56

Monotonie 56

Relative Extremwerte 57

Krümmung des Graphen 59

Wendepunkt 59

5. Integralrechnung

Integrale

Grundbegriffe 61

Eigenschaften des bestimmten

Integrals 62

Grundintegrale 62

Weitere Integrale 63

Uneigentliche Integrale 63

Geometrische Anwendungen 64

6. Statistik und Stochastik

Statistik

Datenerfassung – Begriffe 66

Häufigkeiten 66

Diagramme 67

Lagemaße 67

Streumaße 69

Stochastik

Zufallsexperiment 70

Häufigkeit 70

Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen eines

Ereignisses $P(E)$ 71

Gegenereignis $\bar{E}$ 71

Laplace-Experiment 71

Pfadregel 71

Baumdiagramme 71

Bedingte Wahrscheinlichkeit 72

Vierfeldertafel 72

Satz von Bayes 72

Inverses Baumdiagramm 73

Hypothesentest 73

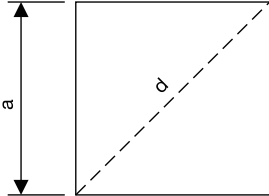
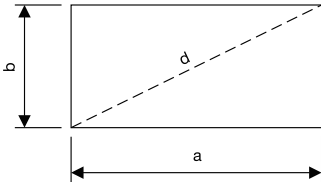
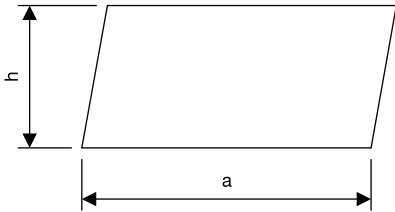
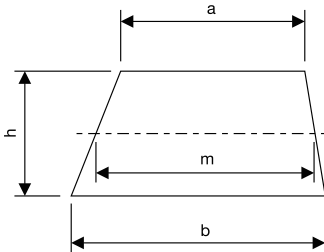
Binominalverteilung 74

Register 75

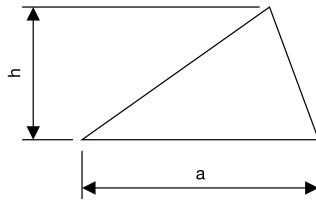
1. Grundlagen

Geometrie

Flächen

A = Fläche	d = Diagonale / Durchmesser	h = Höhe	U = Umfang	r = Radius
Quadrat 	$A = a^2$ $a = \sqrt{A}$ $d = a\sqrt{2}$ $U = 4 \cdot a$			
Rechteck 	$A = a \cdot b$ $d = \sqrt{a^2 + b^2}$ $U = 2 \cdot a + 2 \cdot b$			
Parallelogramm 	$A = a \cdot h$ $a = \frac{A}{h}$			
Trapez 	$A = m \cdot h$ $m = \frac{a+b}{2}$			

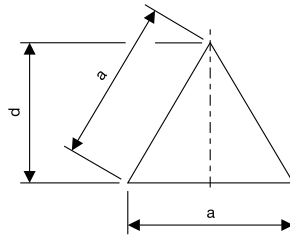
Dreieck



$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$

$$a = \frac{2 \cdot A}{h}$$

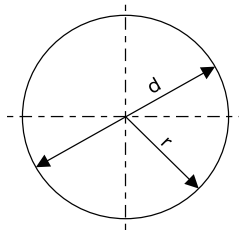
Gleichseitiges Dreieck



$$A = \frac{a^2}{4} \sqrt{3}$$

$$d = \frac{a}{2} \sqrt{3}$$

Kreis

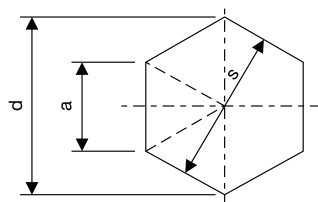


$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \pi \cdot r^2 \approx 0,785 \cdot d^2$$

$$U = 2 \cdot r \cdot \pi = \pi \cdot d$$

$$d = 2 \cdot r$$

Sechseck



$$A = \frac{3 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$d = 2 \cdot a$$

$$s = \sqrt{3} \cdot a$$