

Dieter Lelgemann

DIE ERFINDUNG DER MESSKUNST

Angewandte Mathematik
im antiken Griechenland

2. Auflage



Dieter Lelgemann

Die Erfindung der Messkunst

**Angewandte Mathematik im
antiken Griechenland**

2. Auflage

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation
in der Deutschen Nationalbibliografie;
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über
<http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Das Werk ist in allen seinen Teilen urheberrechtlich geschützt.
Jede Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig.
Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen,
Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung in
und Verarbeitung durch elektronische Systeme.

2., durchgesehene Auflage 2011
© 2011 by WBG (Wissenschaftliche Buchgesellschaft), Darmstadt
1. Auflage 2010
Die Herausgabe dieses Werks wurde durch
die Vereinsmitglieder der WBG ermöglicht.
Gedruckt auf säurefreiem und alterungsbeständigem Papier
Printed in Germany

Besuchen Sie uns im Internet: www.wbg-wissenverbindet.de

ISBN 978-3-534-24398-3

Elektronisch sind folgende Ausgaben erhältlich:
eBook (pdf): 978-3-534-71958-7
eBook (epub): 978-3-534-71959-4

Vorwort zur zweiten Auflage

Ist das moderne Paradigma der sogenannten „kopernikanischen Revolution“ nichts anderes als eine weitere amüsante Fabel aus der Zeit der Aufklärung, erdacht von der Messkunst Unkundiger?

Hinsichtlich der Erfindung der Messkunst verbleibt als eine bis heute umstrittene Frage, inwieweit schon in der Antike – lange vor Kopernikus, Kepler, Newton und Bessel – die heliozentrische Hypothese zu einer heliozentrischen, praktisch angewendeten Methodik ausgearbeitet wurde.

Bereits zur Zeit von Platon/Aristoteles/Philolaos wurden jedenfalls die geozentrische und die heliozentrische Hypothese lebhaft diskutiert. Unbezweifelbar beantwortet (und daraufhin auch den skeptischen Vatikan überzeugend) wurde sie jedoch erst um 1840 von Bessel mittels der Messkunst, nämlich durch die Messung halbjährlicher Fixsternparallaxen der sehr geringen Größe kleiner als eine Bogensekunde.

Hinsichtlich obiger Frage treten weitere Fragen auf: Welche Auswirkungen hatte die strikte Forderung Platons, vor der Astronomie sei die Stereometrie zu studieren, um mit deren Hilfe die Entfernungen zu und zwischen den Himmelskörpern zu bestimmen? Strahlten die Planeten und vor allem die Venus gelegentlich deshalb derartig hell, dass diese sogar Schatten warf, weil sie sich dann in Erdnähe befanden? Oder wie waren deren Helligkeitsvariationen zu erklären? Wie konnten astronomische Entfernungen bestimmt werden? Offensichtlich durch Vorwärts- und Rückwärtseinschnitt!

War die Erde nicht unbeweglich, wie Aristoteles voraussetzte, sondern führte sie eine Eigenrotation aus, wie Herakleidos von Pontos, Mitglied der Akademie des Platon, bereits vermutete? War das „zentrale Feuer“ des Pythagoreers Philolaos etwa die Sonne? Und waren die Fixsterne sehr weit entfernte, räumlich verteilte Sonnen?

Wer waren die in der Literatur erwähnten „Anhänger des Aristarchos“? Waren es nur wenige unbedeutende Astronomen? Oder waren es die berühmten „Mathematikoi“ Archimedes von Syracusa, Eratosthenes von Kyrene und Apollonios von Perga, die – wie später Otto Neuge-

bauer – bereits erkannt haben sollten: „Ohne die Sammlung einer riesigen Fülle empirischer Daten und ohne eine seriöse Methodik zu ihrer Analyse (also ohne Messkunst!) war die heliozentrische Idee nur ein leeres Spiel mit Worten.“?

Konnte die Messkunst bereits in der Antike eine Entscheidung zwischen geozentrischer und heliozentrischer Hypothese ermöglichen? Bildete letztere die Basis der Methodik der „**anderen Astronomen zurzeit des Hipparch**“, über deren strikt auf geometrischen Konzepten beruhende Methodik Ptolemaios in der Mathematik Syntaxis (Almagest) sehr kurz (und strikt ablehnend) berichtet? Wie sah deren Methodik aus?

Irrt Ptolemaios, wenn er betont, die geozentrische Methodik sei erst von ihm selbst entwickelt worden und Hipparch wäre dazu nicht imstande gewesen? Auf welchen geometrischen Konzepten beruhten dann die Methoden der „anderen Astronomen zur Zeit des Hipparch“? Das ist die entscheidende Frage, die es hinsichtlich der Erfindung der Messkunst zu beantworten gilt; denn nicht nur die moderne Himmelsmechanik beruht auf Messdaten.

Wie Ptolemaios im Almagest kurz anmerkt, ermittelten die alten Astronomen jedenfalls eine riesige Menge empirischer, speziell hinsichtlich dieses Problems relevanter Daten, nämlich Stillstände der Planeten und ihre heliakischen Auf- und Untergänge, aber darüber hinaus auch den Erddurchmesser und die Astronomische Einheit.

Und jedenfalls hatten die antiken Wissenschaftler, Platon folgend, nicht nur intensiv „**nachgedacht** über die Distanzen und Größen der Erde, der Sonne, des Mondes und des ganzen Universums“ (also auch der Planeten und der Fixsterne). Das jedenfalls konstatiert der „Mathematikoi“ Archimedes zum Abschluss seiner Abhandlung „Psammites“ (Sandzähler), in der er über die heliozentrische Hypothese des Aristarchos berichtet, dabei dieser zustimmend. Auch wird ihm die Auffassung nachgesagt: „Gib mir einen Platz, wo ich stehen kann, und ich werde die Erde bewegen.“ Ist es gerechtfertigt anzunehmen, Archimedes habe wie Aristoteles die Erde als im Raum ruhend angesehen?

Genau gemessen hatte tatsächlich sein Freund Eratosthenes bereits zu dieser Zeit die entscheidenden Größen, nämlich den **Erdumfang** und die **Astronomische Einheit**, die Entfernung Erde–Sonne. Damit konnte er nicht nur die Entfernungen zu und zwischen den Planeten entsprechend genau berechnen, er wusste vor allem auch, dass der Durchmesser der Sonne circa 100-mal so groß war wie der Durchmesser der Erde.

Umrundete diese riesige Sonne einmal pro Tag mit rasender Geschwindigkeit die winzige Erde, wie Aristoteles und die Stoiker behaupteten, oder umrundete die winzige Erde einmal pro Jahr die riesige Sonne, wie Aristarchos vermutete?

Die von Otto Neugebauer geforderten empirischen Daten zu einer Entscheidung über die heliozentrische oder geozentrische Hypothese hatten die antiken Astronomen jedenfalls ermittelt, das ist keine Frage.

Wie sah es mit einer seriösen Methodik aus, um diese Daten in einem Modell zu verknüpfen? Dazu bemerkt Otto Neugebauer: „Wir wissen, dass Apollonios von Perge die Kinematik von Exzenter und Epizykel voll beherrschte. Offensichtlich kann man nur durch **eine sorgfältige Analyse technischer Details** hoffen, ein korrektes Bild der Astronomie Hipparchos und seiner Zeit zu erlangen.“

Eine sorgfältige Analyse der technischen Details erweist bei näherem Hinsehen, dass die „anderen Astronomen zur Zeit des Hipparch“ jedenfalls über die notwendigen geometrischen Konzepte verfügten, um eine seriöse heliozentrische Methodik zu erarbeiten, d. h. mittels eines rotierenden Epizykels und eines Equant strikt geometrisch eine Kepler-Ellipse zu konstruieren.

Damit führt die Frage, ob die „anderen Astronomen zur Zeit des Hipparch“ mittels einer heliozentrischen Methodik arbeiteten, gegebenenfalls zur Aufdeckung der dann unbestreitbaren Spitzenleistung der Messkunst in der Antike, der antiken heliozentrischen Methodik.

Zahlreiche Druckfehler (sowie ein dummer Verständnisfehler) wurden in dieser zweiten Auflage korrigiert.

Berlin, im Frühjahr 2011
Dieter Lelgemann

Vorwort (Prof. Dr. E. Knobloch)

Um ein Bild von der Mathematik und den Naturwissenschaften der Antike zu entwerfen, haben deutschsprachige Autoren der letzten Jahrzehnte verschiedene Wege beschritten. Der klassische Philologe und Wissenschaftshistoriker Fritz Krafft hat in seiner 1970 erschienenen *Geschichte der Naturwissenschaft I* großen Wert auf die philologische Analyse und Bewertung der altsprachlichen, in seinem Fall griechischen Quellen gelegt. Der Mathematiker Bartel Leendert van der Waerden schrieb in seinem Klassiker *Erwachende Wissenschaft* (1956; 2. Auflage 1966), es gebe von fast allen Texten zuverlässige Übersetzungen. Philologische Fragen spielten bei ihm keine Rolle, er argumentierte als Mathematiker, auch in seinem später erschienenen Werk *Astronomie der Griechen* (1988). Der klassische Philologe und Wissenschaftshistoriker Alfred Stückelberger interessierte sich vorrangig für die Abbildungen in den einschlägigen antiken Handschriften, als er seinen Band *Bild und Wort, Das illustrierte Fachbuch in der antiken Naturwissenschaft, Medizin und Technik* veröffentlichte (1994).

Ein völlig anderes Anliegen verfolgt der mathematisch bestausgebildete Ingenieur und Geodät Dieter Lelgemann mit dem vorliegenden faszinierenden Buch. Ausdrücklich möchte er keine weitere Abhandlung über die Geschichte der Naturwissenschaften im Altertum vorlegen. Sein Ziel ist vielmehr eine Rekonstruktion der antiken Messverfahren und Messinstrumente, die den Alten eine erstaunliche Genauigkeit erlaubt haben. Ein solcher Zugang setzt voraus, die zahlreichen numerischen Angaben bei den antiken Autoren ernst zu nehmen, vorhandene Widersprüche aufzudecken und nach plausiblen Erklärungen dafür zu suchen.

Tatsächlich gelingt Lelgemann auf diese Weise eine widerspruchsfreie Erläuterung vieler Probleme und bisher offener Fragen der antiken Geodäsie, Trigonometrie, Goniometrie, Astronomie und angewandten Mathematik, angefangen mit der Frage, warum Anaximandros sowohl die Kugelgestalt wie die Zylindergestalt der Erde zugeschrieben wurde. Aber auch die berühmte Stelle in den *Vögeln* des Aristophanes, wo der

Astronom Meton und Pisthetairos in ein heftiges Gespräch geraten, erhält auf diese Weise einen vernünftigen und witzigen Sinn.

Sein Vorhaben führt Lelgemann in acht Abschnitten durch. Zunächst wendet er sich dem Beginn der Messkunst und der Naturwissenschaften zu. Aus den Ergebnissen rekonstruiert er die Methoden, stets darauf bedacht, das rationale Vorgehen, die praktischen Interessen seiner Autoren herauszustreichen. Und in der Tat, spätestens die Deutung des berühmten Antikythera-Instrumentes hat gezeigt, dass die praktischen, mathematischen und mechanischen Kenntnisse und Fertigkeiten der Antike mangels erhaltener Quellen bis dahin dramatisch unterschätzt wurden. Lelgemanns Interesse ist nicht die Philosophie – er sagt es explizit – Lelgemanns Interesse ist die angewandte Mathematik.

Die beiden folgenden Abschnitte gelten den Längen- und Winkelmaßen und deren Verknüpfung, die im Mittelpunkt von Geodäsie und Astronomie stehen, ein Musterbeispiel für die Anwendungen mathematischer Methoden und die Wertschätzung der angewandten Mathematik in der Antike. Diese zeigt sich entsprechend in der Verwendung von Winkelmessinstrumenten und in den Verfahren der antiken Geographie und Landesvermessung.

Im Kapitel über die Karte des Eratosthenes kann Lelgemann auf Grund seiner genauen Analyse der eratosthenischen Zahlenangaben erklären, wie es zur Kritik Strabons an Eratosthenes gekommen ist.

Ein besonderes Interesse verdient schließlich das letzte Kapitel, das dem Schicksal der heliozentrischen Hypothese des Aristarchos im Altertum nachgeht. Wiederum ist Lelgemanns Ausgangspunkt eine scharfsinnige Analyse der Mitteilungen und Daten, die Ptolemaios in seinem *Almagest* preisgibt. Es bedarf erheblicher mathematischer Kompetenz, um Lelgemanns Rekonstruktion der ptolemäischen Epizykel/Exzenter/Equant-Methodik würdigen zu können. Diese zeigt überzeugend, wie wichtig Größe und Entfernungen für eine richtige Modellbildung des Planetensystems waren, ein Befund, der ja von Archimedes bereits angesprochen wurde.

Ein mutiges Buch, das die von Otto Neugebauer und van der Waerden vorgelegten Untersuchungen kritisch und konstruktiv fortsetzt.

Berlin, im Juli 2009
Eberhard Knobloch

Alle menschliche Erkenntnis ist entweder Erfahrung oder
Mathematik.

Friedrich Nietzsche

Hinsichtlich der **Messungen** von allem, was Länge, Breite und Tiefe hat, legen die Griechen eine in allen Menschen vorhandene, ebenso
lächerliche wie schmählische Unwissenheit an den Tag.

Platon

Die **Kunst des Messens** unterwirft dem Menschen die Welt.
Durch die **Kunst des Schreibens** hört seine Erkenntnis auf,
so vergänglich zu sein, wie er selber ist.

Sie beide geben dem Menschen,
was die Natur ihm versagt:
Allmacht und Ewigkeit.

Johann Wolfgang von Goethe

Accurate and minute measurements
seem to the non scientific imagination
a less lofty and dignified work
then looking for something new.

But nearly all the
greatest discoveries of science
have been but
the rewards of accurate measurements
and patient long continued labors in the
minute sifting of numerical results.

William Lord Kelvin

Inhaltsverzeichnis

Vorwort zur zweiten Auflage	3
Vorwort (Prof. Dr. E. Knobloch)	6
Inhaltsverzeichnis	9
I Einleitung	17
II Genesis der Messkunst und Naturwissenschaften	26
II.1 Prolog in Ionien	26
II.1.1 Thales von Milet	26
II.1.1.1 Thales von Milet und die Astronomie	26
II.1.1.2 Thales und die Geodäsie	28
II.1.1.3 Thales und die angewandte Mathematik	31
II.1.2 Anaximandros von Milet	31
II.1.2.1 Anaximandros und die Astronomie	31
II.1.2.2 Anaximandros und die Geographie	32
II.2 Intermezzo in Elea und Athen	35
II.2.1 Eleaten und Pythagoreer	35
II.2.1.1 Eleatische Schule und Erkenntnistheorie	35
II.2.1.2 Die pythagoreischen „Mathematikoi“	36
II.2.1.3 Die pythagoreischen „Mathematikoi“ und Astronomie	39
II.2.2 Exzenter und Epizykel	40
II.2.3 Ruhende oder rotierende Erde: die entscheidende Frage .	41
II.2.4 Der Unterschied zwischen Physik und Astronomie	42
II.2.5 Eudoxos von Knidos: Rotierende Sphären	44
II.2.6 Kallippos von Athen: Astronomie für die Geographie	45
II.2.7 Pytheas von Massilia	50
II.3 Kulmination in Alexandria	51
II.3.1 Die „Alexandrinier“	51
II.3.2 Aristarchos von Samos und die Planeten	52
II.3.3 Archimedes von Syrakus und die Mechanik	53
II.3.4 Eratosthenes von Kyrene und die Geographie	54
II.3.5 Apollonios von Perge und der Mond	56

II.4 Finale	58
II.4.1 Hipparch von Nikaia	58
II.4.2 Heron von Alexandria, der Geometer	62
II.4.3 Klaudios Ptolemaios	66
III Das antike System der Längen-, Winkel- und Zeitmaße	71
III.1 Längenmaßeinheiten	71
III.1.1 Ellen- und Fußmaße	71
III.1.1.1 Vorbemerkungen	71
III.1.1.2 Antike literarische Angaben über Längen- Maßeinheiten	73
III.1.1.3 Das Ellen-/Fuß-Maßsystem des Altertums	76
III.1.2 Das geographische Längen-Maßsystem der Antike	78
III.1.2.1 Römische Meile und korrespondierende Stadien	78
III.1.2.2 Ägyptischer Schoinos und korrespondierende Stadien	78
III.1.2.3 Mauer von Babylon und korrespondierende Stadien	79
III.1.2.4 Persischer Parasange und korrespondierende Stadien	80
III.1.3 Nautische Längenmaßeinheiten	80
III.2 Winkelmaßeinheiten	81
III.2.1 Das alte System der Winkelmaßeinheiten	81
III.2.2 Das natürliche Bogenmaß (Radian) im Altertum	83
III.2.3 Hexakontaden und Gradmaß	86
III.3 Zeitmaßeinheiten	87
III.3.1 Zeitmaße als Winkelmaße	87
III.3.2 Zeitzählung/Kalender bei den alten Griechen	87
IV Verknüpfung von Längen und Winkelmessungen	89
IV.1 Trigonometrische Funktionen und Geometrie im Altertum ...	90
IV.1.1 Geometrie der trig. Funktionen: Thalesdreieck	90
IV.1.2 Die Mathematiker des V. Jh. BC und der Gnomon	92
IV.1.3 Geometrie und das Problem der Würfelverdoppelung	95
IV.1.3.1 Vorbemerkungen	95
IV.1.3.2 Eine seltsame Bedingung des Hippokrates	97
IV.1.3.3 Die Methoden des Archytas, Menelaos und Eudoxos	98
IV.1.4 Quadratrix des Hippias und Spirale des Archimedes	99
IV.1.5 Zur Goniometrie des Archimedes: Thalesdreieck	102
IV.1.5.1 Zentrumsinkel und Peripheriewinkel	102
IV.1.5.2 Funktionen des halben Winkels	103
IV.1.5.3 Funktion der Summe zweier Winkel	105
IV.1.5.4 Funktion der Differenz zweier Winkel	106

IV.1.5.5 Trigonometrie in der griechischen Wissenschaft	108
IV.1.5.5.1 Beweis der Ungleichung des Archimedes	108
IV.1.5.5.2 Eine Sinustafel der griechischen Geographen ...	109
IV.1.5.5.3 „Indische“ Sinustafel und Sinustafel des Hipparch	110
IV.1.5.5.4 Schlussbemerkung	111
IV.1.6 Zur Goniometrie des Ptolemaios	112
IV.1.6.1 Regelmäßiges Zehneck und Fünfeck im Kreis	112
IV.1.6.2 Das Sehnenviereck-Theorem	113
IV.1.6.3 Lehrsatz I: Differenz zweier Winkel	115
IV.1.6.4 Lehrsatz III: Summe zweier Winkel	116
IV.1.6.5 Zur Verwendung der Sinustafel durch Ptolemaios ...	118
IV.1.7 Sinustabellen im Altertum	119
IV.1.7.1 Die geographische Sinustabelle	119
IV.1.7.2 Die Sinustafel überliefert in Indien	119
IV.1.7.3 Zur Einführung der Gradeinteilung	121
IV.2 Ebene Trigonometrie in der Antike	122
IV.3 Geodätische Verfahren zur Verknüpfung von Längen- und Winkelmessungen	124
IV.3.1 Vorwärtseinschnitt in der Antike	124
IV.3.2 Rückwärtseinschnitt in der Antike	126
IV.3.2.1 Generelle Problemstellung	126
IV.3.2.2 Spezielle Lösung des normierten Rückwärtseinschnitts	127
IV.3.2.3 Allgemeine Lösung des normierten Rückwärtseinschnitts	130
V Sphärische Trigonometrie im Altertum.....	134
V.1 Anmerkungen zur antiken Navigation	134
V.2 Sphärische Trigonometrie des Menelaos	137
V.2.1 Ebenes Menelaos-Konstrukt und Menelaos-Proportionen	137
V.2.2 Bögen, Sehnen und Winkel	138
V.2.3 Die sphärischen Proportionen des Menelaos	140
V.3 Das Horizontalsystem des Ptolemaios	141
V.4 Menelaos-Proportionen: Nepersche Analogien	142
V.5 Astrogeodätische Anwendungen	144
V.5.1 Vorbemerkungen	144
V.5.2 Astro-geodätische sphärische Methoden im Altertum	148
V.5.2.1 Deklination der Sonne (MS I.14)	148
V.5.2.2 Rektaszension der Sonne (MS I.16)	149

V.5.2.3 Dauer des längsten/kürzesten Tages	150
V.5.2.4 Ostazimut des Sonnenaufgangs (MS II.2)	150
V.5.2.5 Tagesdauer und geographische Breite φ (MS II.3)	151
V.5.2.6 Sonnenuntergang und Rektaszension der Ostrichtung	152
V.5.2.7 Tagesdauer und geographische Breite φ	154
V.5.2.8 Ptolemaios' geographische Breitenangaben	155
V.5.3 Winkel zwischen Ekliptik und Zenit-Großkreisen	157
V.5.3.1 Winkel zwischen Ekliptik und Ortsmeridian	158
V.5.3.2 Winkel zwischen Ekliptik und Horizont	160
V.5.3.3 Winkel zwischen Ekliptik und Vertikalkreis	161
VI Antike Winkelmessinstrumente der Geodäsie/Astronomie	164
VI.1 Skiotherikos Gnomon (schattenfangender Gnomon): wissenschaftliche Sonnenuhr	164
VI.2 Schattenquadrat	167
VI.3 Lunar-Instrument	169
VI.3.1 Beschreibung des Instrumentes durch Ptolemaios	169
VI.3.2 Nutzung des Instrumentes durch Ptolemaios	171
VI.3.2.1 Ekliptikale Breite b des Mondes	171
VI.3.2.2 Topozentrische Parallaxe π des Mondes	173
VI.4 Meridiankreis	173
VI.5 Armillarsphäre (Astrolab)	175
VI.5.1 Konstruktionsbeschreibung	175
VI.5.1.1 Der Ekliptik-Doppelring	175
VI.5.1.2 Äußerer Einstellring	176
VI.5.1.3 Innerer Messring	176
VI.5.1.4 Messskalen	176
VI.5.1.5 Innerer Diopterring	177
VI.5.1.6 Der Meridianring	177
VI.5.2 Aufstellung des Instrumentes	177
VI.5.3 Einstellung des Instrumentes/Beobachtungen	178
VI.5.3.1 Mondbeobachtungen	178
VI.5.3.2 Sternbeobachtungen	178
VI.5.3.3 Ekliptikale Länge und Breite eines Gestirns	178
VII Verfahren der antiken Geographie und der Landesvermessung	180
VII.1 Astronomische Festlegung der Ost-West- bzw. der Meridianrichtung	180
VII.2 Die sog. Cardo/Decumanus-Methode; Bestimmung des Erdumfanges	181
VII.3 Astronomische Bestimmung geographischer Breiten	183

VII.3.1 Die Philo-Methode: Zenitsonne	183
VII.3.2 Die Pytheas-Methode: Skiotherikos Gnomon	184
VII.3.3. Die Hipparch-Methode: Dauer des längsten Tages	185
VII.3.4 Die geographische Breite von Karthago	185
VII.4 Zur Gradmessung des Eratosthenes	186
VII.5 Astronomische Bestimmung geographischer Längen mittels Mondfinsternissen	188
VII.6 Antike Abbildungen der Erdoberfläche in die Kartenebene	189
VII.6.1 Antike Zylinderabbildungen	191
VII.6.2 Antike Kegelabbildungen	192
VIII Eratosthenes' Karte der Oikumene: Genauigkeitsanalysen	195
VIII.1 Vorbemerkungen	195
VIII.2 Zu den Messdaten des Eratosthenes	199
VIII.2.1 Daten im Osten	199
VIII.2.2 Daten im ptolemaischen Herrschaftsgebiet	200
VIII.2.3 Daten im Westen	201
VIII.3 Geographische Breitenangaben des Eratosthenes	201
VIII.3.1 Breiten nahe des Referenzmeridians bis zum Tauros ..	201
VIII.3.2 Die Tauros-Bergkette	202
VIII.3.3 Zu den Breiten der Orte nördlich des Tauros	204
VIII.4 Geographische Längenangaben des Eratosthenes	205
VIII.4.1 Referenzmeridian: Thapsakos und die Kyanea-Klippen	205
VIII.4.2 Die Längenausdehnung der Oikumene	207
VIII.5 Die sog. Sphragiden des Eratosthenes	209
VIII.5.1 Die Sphragide Indike	209
VIII.5.1.1 Breitenangaben der makedonischen Navigatoren ..	209
VIII.5.1.2 Die generelle Form Indiens nach Eratosthenes.....	210
VIII.5.2 Die Sphragide Ariana.....	213
VIII.5.2.1 Beschreibung des Landes	213
VIII.5.2.2 Weitere Entfernungsangaben des Eratosthenes	215
VIII.5.2.3 Zur westlichen Grenze von Ariana	216
VIII.5.3 Zur 3. Sphragide Mesopotamien	217
VIII.5.4 Arabia Eudaimon (Arabia Felix) nach Eratosthenes	219
VIII.5.4.1 Der Persische Golf.....	220
VIII.5.4.2 Arabia Eudaimon	221
VIII.5.5 Eratosthenes zum Oberlauf des Nils	222
VIII.6 Resultat	223
IX Heliozentrische Methodik im Altertum	225
IX.1 Die Rolle der Entfernungen in der antiken Astronomie	226

IX.2 Die Methoden der „anderen Astronomen“ zur Zeit Hipparchos	227
IX.3 Kinematik der Exzenter/Epizykel-Methode	229
IX.3.1 Rotierende Exzenter und Epizyklen; Sonnenanomalie ...	229
IX.3.2 Statisches Exzenter und Epizykel; Ekliptikanomalie	231
IX.3.3 Ptolemaios zur Einführung des Equant-Modells	232
IX.3.4 Ellipsenförmige Planetenbahnen	233
IX.3.5 Approximation einer Keplerellipse: Equant-Modell	234
IX.3.6 Rotierende Equant-Konstrukte	235
IX.4 Ptolemaios' Auffassung zu den Planetenbahnen	237
IX.5 Analyse der numerischen Angaben des Ptolemaios für die Bahnparameter der Planeten	239
IX.5.1 Moderne Bahnparameter der Planeten	239
IX.5.2 Die periodischen Bewegungen der Planeten	240
IX.5.3 Planetenbahninklinationen	241
IX.5.4 Angaben für Epizykelradius, Exzentrizität, Perihelion ...	243
IX.5.5 Ptolemaios' Angaben für die Venus	244
IX.5.5.1 Apogäum des Venus-Epizykels	244
IX.5.5.2 Epizykelradius (Bahnradius) der Venus	245
IX.5.5.3 Equant-Modell für die Venusbeobachtungen	247
IX.6 Die Bahnparameter des Mondes	248
IX.6.1 Mittlere Bewegungen/Monatslängen	248
IX.6.2 Anmerkungen zu den weiteren Bahnelementen	249
IX.6.3 Die einfache Mondhypothese des Ptolemaios	250
IX.6.3.1 Berechnung der Strecken EH, EC, AC	253
IX.6.3.2 Maßstabstransformation: Epizykeldurchmesser 120^P	254
IX.6.3.3 Maßstabstransformation: Deferentkreisradius 60^P	254
IX.6.3.4 Die Berechnung des Mittleren Ortes des Mondes	255
IX.6.4 Ein korrektes Equant/Exzentermodell für den Mond	256
X Abschlussbemerkungen	258
Literatur	263
Anhang: Eratosthenes von Kyrene zur Entfernung Erde/Sonne	266
1. Eratosthenes und die „Astronomische Einheit“	266
2. Die in der antiken Literatur überlieferten Angaben	268
2.1 Pseudo-Plutarch, de placitis philosophorum II, 31	270
2.2 Stobaios (5. Jh. AD), eclogae I, 26, 1	270
2.3 Pseudo-Galenos, de philosophica historica 72	272
2.4 Theodoretos, Graecarum affectionum curatio IV, 24	273

2.5 Eusebios von Kaisareia, Praeparatio evangelica XV, 53, 3	273
2.6 Johannes Lydus, de mensibus III, 12	274
2.7 Ptolemaios-Scholiast	275
3. Schreibfehleranalysen der Angaben zur Entfernung	
Erde/Sonne	277
4. Zur Entfernung Erde/Mond	280
5. Die Angaben des Poseidonios	282
6. Eratosthenes von Kyrene, genannt „Beta“	283

I Einleitung

Die Naturwissenschaften basieren auf der Verknüpfung von Mathematik und Erfahrungen (in Form von Experimenten/Messdaten).

Über die Entwicklung der Naturwissenschaften bei den Griechen, das sind im wesentlichen Geodäsie/Geographie und Astronomie, bestehen bis heute noch viele Unklarheiten und Missverständnisse.

Ein heiß umstrittenes Diskussionsthema ist beispielsweise, welche der vielen Stadiondefinitionen Eratosthenes von Kyrene benutzt hat bei seiner Angabe des Erdumfanges zu 252 000 Stadien. Oder welche Methode er benutzte, um die Astronomische Einheit, die Entfernung Erde/Sonne zu 804 000 000 Stadien bereits im Altertum relativ genau zu bestimmen.

Ein anderes Thema betrifft die Entwicklung und den Stand der Trigonometrie/Goniometrie, unverzichtbar für die Messkunst dann, wenn Längen- und Winkelmessungen miteinander verknüpft werden sollen.

Die überwiegende moderne Meinung ist, dass die Griechen den Begriff des Sinus nicht kannten, sondern nur den Begriff „Sehne“. Dabei ist das als „Sehnentafel“ bezeichnete Tabellenwerk des Klaudios Ptolemaios im Almagest genau das, was heutzutage Sinustafel genannt wird. Unmittelbar ersichtlich für jeden wird das dann, wenn man sich seine Tabelle ansieht (Tab. I.1). Wie kam es nur zu dem modernen Mythos, dass die Griechen den Begriff des Sinus nicht kannten, wie wird dieser Mythos begründet?

Winkel	Ptolemaios	„Sehne“	Sinus
$\frac{1}{2}^\circ$	$0^p 31' 25''$	0,008727	0,008727
1°	$1^p 02' 50''$	0,017454	0,017452
$1\frac{1}{2}^\circ$	$1^p 34' 15''$	0,026181	0,026177
2°	$2^p 05' 40''$	0,034907	0,034900
$1^p = 1/60, 1' = 1/(60 \cdot 60), 1'' = 1/(60 \cdot 60 \cdot 60) = 0,000\ 0046\dots$			

Tab. I.1: Die „Sehnen“- bzw. Sinustafel des Klaudios Ptolemaios

Ein Thema erhitzt die Gemüter der modernen Wissenschaftshistoriker besonders: Inwieweit hatte die heliozentrische Hypothese des Aristarchos von Samos (~301–230 BC) Einfluss auf die von den antiken Astronomen verwendeten Methoden, inwieweit ist sie also im Altertum von den Astronomen akzeptiert und praktisch genutzt worden?

Zwar ist in der antiken Literatur von „Anhängern des Aristarchos“ die Rede, jedoch wird meistens angenommen, dass es sich dabei nur um wenige und unbedeutende Astronomen gehandelt haben kann. Zwei gegensätzliche Standpunkte zu dieser Frage wurden von zwei bekannten Wissenschaftshistorikern deutlich herausgearbeitet.

Otto Neugebauer lehnt in seinem bekannten Werk „A History of Ancient Mathematical Astronomy“ eine größere Verbreitung der heliozentrischen Hypothese strikt ab. Er fasst seine Argumentation wie folgt zusammen (Neugebauer 1975, S. 698):

Ohne

- *die Akkumulation einer riesigen Menge von empirischen Daten und ohne*

- *eine ernsthafte Methodik zu ihrer Analyse*

war die Idee der Heliozentrizität nur ein nutzloses Spiel mit Worten.

Bartel Leendert van der Waerden nimmt in seinem bekannten Werk „Die Astronomie der Griechen“ einen entgegengesetzten Standpunkt ein. In seinem Vorwort schreibt er:

Die von Ptolemaios angeblich angestellten Beobachtungen wurden schon am Anfang des 19. Jahrhunderts von Delambre und neuerdings von R. R. Newton zu einem beträchtlichen Teil als Fälschungen aufgrund der Theorie [d.h. als Simulationsdaten] entlarvt.

Ich hoffe, den Leser davon zu überzeugen, dass die heliozentrische Lehre des Aristarchos von Samos in der wissenschaftlichen Astronomie der Griechen eine viel größere Rolle gespielt hat, als bisher angenommen wurde.

Der amerikanische Wissenschaftler Robert R. Newton verfasste im Auftrag der NASA eine Zusammenstellung von antiken astronomischen Mess- bzw. Beobachtungsdaten mit dem Ziel, das **langfristige** Verhalten des Sonnensystems zu untersuchen. Dazu wären alte Messdaten, auch wenn diese hinsichtlich der Genauigkeit nicht mit modernen konkurrieren können, von wesentlicher Bedeutung. Newton veröffentlichte mehrere derartige Zusammenstellungen, von denen eine internationale Aufmerksamkeit erregte.

Wer allerdings seine Arbeiten als „Studierstubenabenteuerreisen“ bezeichnet, verrät nur mangelnden Sachverstand.

Bei seiner Analyse der im Almagest angegebenen numerischen Messdaten kam Newton zu der verblüffenden Erkenntnis, dass die von Ptolemaios benutzten „Messdaten“ zwar sehr genau, mit einer Genauigkeit von einer Bogenminute, mit den mathematischen Modellen des Ptolemaios übereinstimmen, von der Realität jedoch, wie sie sich aufgrund heutigen Wissens ergibt, oft krass abweichen.

Newton zog daraus den Schluss, dass es sich hierbei um sog. „Simulationsdaten“ oder „frauded data“ handelt. Seine Analyse der „Messdaten“ im Almagest fasste er 1977 in einer Publikation mit dem aufmerksamkeitsregenden Titel „The Crime of Claudius Ptolemy“ zusammen. Als Schlussfolgerung zog er:

Die Syntaxis (Almagest) verursachte mehr Schaden für die Astronomie als jedes andere jemals geschriebene Werk und die Astronomie würde besser dastehen, wenn es niemals existiert hätte. Ptolemaios ist daher nicht der größte Astronom der Antike, sondern er ist etwas noch Ungewöhnlicheres. Er ist der erfolgreichste Fälscher in der Geschichte der Wissenschaften.

Das stand natürlich im krassen Gegensatz zu der Auffassung von Otto Neugebauer (1975, S. 5):

Alexandria im zweiten Jahrhundert AD sah die Publikationen von Ptolemaios' bemerkenswerten Arbeiten, des Almagest und der Handtafeln, der Geographie, ..., alle meistervoll geschrieben, Produkte einer der größten wissenschaftlichen Koryphäen aller Zeiten.

War Ptolemaios wirklich eine der größten wissenschaftlichen Koryphäen aller Zeiten? Oder war er ein (dann sicherlich genialer) Betrüger? Oder handelt es sich bei seinen Werken schlicht um Lehrbücher, in denen er seine persönlichen Auffassungen der Dinge erläutert hat?

Das ist eine zentrale Frage im Hinblick auf unser Verständnis der antiken Naturwissenschaften; denn unsere Hauptinformationsquellen darüber sind sein Almagest und seine Geographie.

Auf letztere Vermutung weist sicherlich seine Bemerkung zum Abschluss des ersten Kapitels im Almagest hin (S. 4):

Um aber die Darstellung in gewissen Grenzen zu halten, werden wir die von den Alten mit voller Sicherheit gewonnenen Ergebnisse nur referierend behandeln.

*Dagegen werden wir die überhaupt noch nicht oder wenigstens nicht praktisch genug in Angriff genommenen Probleme nach Kräften einer sorgfältig **ergänzenden** Behandlung unterziehen.*

Zu den überhaupt noch nicht in Angriff genommenen Problemen gehörte die Entwicklung einer mathematischen Methodik für die geozentrische Hypothese; das wird eindeutig aus Ptolemaios Bemerkungen darüber im *Almagest* ersichtlich.

Insbesondere der *Almagest* gibt bis heute viele Rätsel auf, die vor allem daher rühren, dass Ptolemaios nichts darüber sagt, welche Ergebnisse bereits von den „Alten“ mit voller Sicherheit gewonnen worden sind und wer diese „Alten“ waren. Waren es die bei Vitruvius hochgepriesenen „Mathematikoí“, Zeitgenossen im 3. Jh. BC: Aristarchos von Samos, Archimedes von Syrakus, Eratosthenes von Kyrene, Apollonios von Perge?

Was stammt von Ptolemaios und was hat er von den „Alten“ aus Schriften in der alexandrinischen Bibliothek übernommen; Schriften, die inzwischen verloren gegangen sind? Das ist die zentrale Frage für ein rationales Verständnis der Entwicklung der Naturwissenschaften im Altertum.

Wenn es sich bei dem *Almagest* um ein Lehrbuch handelte mit dem Ziel, nur die mathematischen Methoden der antiken Astronomen zusammenfassend zu erläutern, so ist es sicherlich kein „crime“, wenn Ptolemaios zur anschaulichen Erläuterung dieser mathematischen Methoden Simulationsdaten verwendete. Dann tritt aber zwangsläufig das folgende Problem auf:

Um derartige Simulationsdaten überhaupt berechnen zu können, musste Ptolemaios notwendigerweise die **Modellparameter, also seine Endergebnisse**, bereits zu Beginn gekannt haben. Vergleicht man nicht seine „Messdaten“, sondern seine Endergebnisse mit modernen Informationen, dann stellt man überraschenderweise fest, dass letztere sehr gut übereinstimmen mit der Realität, nämlich mit den modernen **heliocentrischen Keplerelementen** für die Planetenbahnen bzw. mit den modernen Elementen für die Mondbahn.

Alle vier der angesprochenen Themen haben eins gemeinsam: Die Fragestellung entzündet sich an den **numerischen** Angaben für den Erdumfang, für die Astronomische Einheit, für die Sinuswerte und für die Planeten- bzw. Mondbahnparameter in der uns überlieferten antiken Literatur, die sich verglichen mit modernen Informationen teilweise als erstaunlich genau erweisen. Wie ist diese hohe Genauigkeit plausibel zu

erklären? Welche Messinstrumente und Messverfahren benutzten die alten Griechen, um diese zu erreichen?

Otto Neugebauer bemerkt hierzu (Neugebauer, 1975, S. 1):

Eine Unterlassung, für die ich allein verantwortlich bin, ist die Theorie der Instrumente. Der Grund ist einfach Mangel an Kompetenz. Die Theorie der Sonnenuhren, Astrolabien, Uhren, planetarische Rechner etc. bildet ein großes eigenes Arbeitsfeld, mit dem ich nicht ausreichend vertraut bin, um es in eine signifikante Beziehung mit den hier diskutierten Themen zu bringen.

Ich habe mich ebenfalls enthalten von mehr als gelegentlichen Vergleichen antiker mit moderner Daten. Nicht nur können solche Daten einfach erlangt werden von jedem guten modernen Textbuch und aus modernen Tabellen, sondern solche Vergleiche sind gewöhnlich ziemlich irreführend. Ich werde nicht erläutern, wie „gut“ oder wie „schlecht“ antike Astronomie war. Aber ich will versuchen zu beschreiben, was anscheinend die wesentlichen Probleme gewesen sind, sowie die Methoden, die zu ihrer Lösung entwickelt wurden.

Eine enge interdisziplinäre Kooperation der Fachgebiete „Geschichte der exakten Wissenschaften und der Technik“ (Eberhard Knobloch) und „Astronomische und physikalische Geodäsie“ (Dieter Lelgemann) der Technischen Universität Berlin hat es sich deshalb als Aufgabe gestellt, insbesondere die überlieferten numerischen Daten aus der Antike mit dem Ziel zu analysieren, weitere Erkenntnisse aus diesen Informationen zu gewinnen. Man kann das durchaus als eine Ergänzung zu den grundlegenden Arbeiten von Otto Neugebauer ansehen.

Die sog. exakten Wissenschaften basieren auf Messkunst einerseits und Mathematik andererseits:

Alle menschliche Erkenntnis ist entweder Erfahrung (Experimente/Messungen) oder Mathematik (Friedrich Nietzsche).

Hinsichtlich der numerischen Daten standen dabei zunächst die numerischen geographischen Daten des Klaudios Ptolemaios in seinem Werk „Geographike Hyphegesis“ im Vordergrund. Otto Neugebauer (1975, S. 934) bemerkt dazu:

Wenige Bücher haben solch einen tiefen Einfluss ausgeübt auf das menschliche Denken und die Zivilisation wie Ptolemaios Geographie. In seinen theoretischen wie praktischen Konsequenzen übertrifft dieser bei weitem den Einfluss des astronomischen „Ptolemaischen Systems“ und

seine Kopernikanische Modifikation, von Interesse und zugänglich nur für eine Handvoll Menschen.

Tatsächlich kann man Geographie, soweit es sich nicht um eine bloß beschreibende Wissenschaft handelt, als eine Verknüpfung von Geodäsie einerseits und Astronomie andererseits ansehen, eng verbunden durch die Methoden der Navigation, die natürlich von ungemein praktischem Interesse für seefahrende Völker wie die Griechen waren.

Der Professor für angewandte Astronomie Carl Friedrich Gauß (1777–1855 AD) betonte in seiner Antrittsvorlesung in Göttingen, dass sich der **Nutzen der Astronomie auf Geographie, Navigation und Zeitbestimmung** erstreckte, eine Ansicht, die mutmaßlich auch von den „Mathematikoi“ im Altertum vertreten wurde. Jedenfalls waren Archimedes und Eratosthenes keine Philosophen in einem „Elfenbeinturm“; eng verbunden mit den jeweiligen Herrschern waren sie konfrontiert mit deren praktischen Bedürfnissen, nicht zuletzt militärischer Art, in diesen nicht unturbulenten Zeiten.

Planetentheorie hingegen war von wenig praktischem Interesse, von Interesse höchstens für Philosophen und für die Astrologie, die ihre Blütezeit um ca. 100 AD, also zur Zeit des Klaudios Ptolemaios erlebte, wie man anhand der Anzahl der aufgefundenen griechischen Horoskope (Neugebauer, 1975, S. 1371) deutlich erkennen kann.

Geodäsie (Vermessungswesen) wiederum basiert auf der Verknüpfung von Längenmessungen und Winkelmessungen. Ihre drei Basismethoden sind: Vorwärtseinschnitt, Rückwärtseinschnitt und Messung unzugänglicher Entfernungen. Der Leser beachte: Soweit in der Astronomie von Entfernungen die Rede ist, können diese sachgerecht nur mittels dieser geodätischen Basismethoden bestimmt werden.

Tatsächlich betont Ptolemaios im *Almagest*, dass eine Bestimmung der Entfernungen (und damit der Größen) der Himmelskörper nur durch die Messung ihrer topozentrischen Parallaxe zu gewährleisten ist. Und Archimedes betont gegenüber seinem König Gelon die entscheidende Rolle der Entfernungen und der Größen der Himmelskörper im Rahmen der naturwissenschaftlichen, also auf Messkunst und nicht auf Spekulation beruhenden Vorstellungen über den Kosmos.

Die „Geographike Hyphegesis“ des Klaudios Ptolemaios listet die geographischen Koordinaten (Länge Λ und Breite Φ) von mehr als 6500 Orten der Oikumene, der bewohnten Welt, von antiken Städten und für die Orientierung/Navigation bedeutsamen Geländemarken (Berggipfel, Vorgebirge, Flussmündungen usw.) auf. Seine Angaben sind allerdings

stark verzerrt, insbesondere durch einen Maßstabsfaktor von $\alpha = 2/3$ bzw. $\alpha = 5/7$.

Gesichert identifiziert ist bis heute aufgrund archäologischer Befunde, Namensgleichheiten usw. nur ein geringer Bruchteil der von Ptolemaios angegebenen antiken Städte. Infolge der vielen Schreibfehler in den überlieferten Manuskripten als auch der starken Verzerrungen in den Daten des Ptolemaios ist eine vertrauenswürdige Entzerrung seiner Angaben äußerst schwierig. Neben archäologischen Befunden kann sich diese allerdings auf topographische Angaben über die Geländemarken stützen.

Andererseits stellte sich heraus, dass eine vertrauenswürdige Entzerrung der Daten ohne ein Verständnis der Methoden der antiken Vermessungsingenieure/Navigatoren und der Astronomen unmöglich ist. Zu ihrem Verständnis ist die griechische Geschichte der exakten Wissenschaften zwischen Thales (~600 BC) und Ptolemaios (~150 AD) als ein „Ganzes“ anzusehen. Ein kurzer Abriss dieser Geschichte, soweit es nicht mystische Spekulationen, sondern die Messkunst betrifft, ist im folgenden Kapitel II zusammengestellt.

In seiner Schrift „Über das Ganze“ bemerkt bereits Herakleitos:

Vielwisserei lehrt kein Verstehen.

*Sonst hätte sie Hesiodos belehrt und Pythagoras,
auch Xenophanes und Hekataios*

(Diels-Kranz 22B40).

Unter Verständnis versteht Herakleitos offensichtlich, wie wir heute auch, die Erkenntnis der Zusammenhänge eines – wie immer gearteten – „Ganzes“. Insbesondere ist in dieser Hinsicht die Entwicklung der Geodäsie und der Astronomie als ein „Ganzes“ aufzufassen.

Im Hinblick auf die Suche nach Verständnis der antiken Informationen kristallisierten sich im Laufe unserer Untersuchungen folgende Arbeitshypothesen heraus:

1. Die Genesis der Messkunst waren **praktische Bedürfnisse**.
2. Messkunst beruht auf Maßeinheiten, Messinstrumenten, Messmethoden und Messzahl-Verknüpfungen mittels geometrischer Konstrukte.
3. Die Genesis der **Mathematik** war die Messkunst.
4. Das Resultat jeder Messkunst sind **numerische Angaben**.

Tatsächlich benötigt Messkunst die Mathematik als ihre Sprache; denn jede Maßzahl ist eine reine Verhältniszahl und zu deren Verknüpfung

sind mathematische Gleichungen erforderlich. Alle menschliche Erkenntnis ist entweder Erfahrung (Experimente/Messungen) oder Mathematik (Gleichungen).

Beginnend mit den Maßeinheiten und den Messinstrumenten, unter Beachtung der angewandten Mathematik (Logistik) im Altertum, ist es offenbar möglich, die naturwissenschaftlichen Methoden des Altertums zu rekonstruieren, wobei sich insbesondere die numerischen Angaben aus dem Altertum im Hinblick auf die zu stellenden Fragen von entscheidender Bedeutung erweisen.

Die Naturwissenschaften des Altertums beruhen bereits nicht mehr auf mystischen Vorstellungen (von denen es allerdings viele gab, zum Beispiel die Vorstellungen des Aristoteles über eine supralunare Physik), sondern auf Messkunst. Nach dieser Einsicht sollte es einem modernen Sachexperten für deren Methoden nicht zu schwer fallen, diese zu rekonstruieren.

Die folgende Abhandlung ist keine Abhandlung über die Geschichte der Naturwissenschaften im Altertum; das überlässt ein Ingenieur zweckmäßigerweise den Wissenschaftshistorikern. Es ist eine Abhandlung über die „methodoi“, über die „Wege, etwas zu tun“, die in der Antike verwendet wurden.

Nach der Rekonstruktion dieser antiken Methoden fanden bisher alle Fragen und Rätsel, die beim Studium der antiken Literatur und insbesondere bei den Schriften des Klaudios Ptolemaios auftraten, eine plausible Antwort bzw. Lösung; Widersprüche blieben bisher nicht zurück. Man kann die folgende Abhandlung deshalb durchaus als ein Handbuch bezeichnen (das gegebenenfalls durch weitere Forschungen zu ergänzen bzw. zu modifizieren ist), welches beim Studium der antiken Literatur über naturwissenschaftliche Fragestellungen als eine Hilfe zu ihrem Verständnis herangezogen werden kann.

Es dürfte in dieser Hinsicht nicht nur eine Hilfe für Fachhistoriker sein, sondern ebenfalls für Lehrer und Journalisten bzw. Autodidakten, die sich aus beruflichem Interesse bzw. aus Liebhaberei damit beschäftigen, ebenso wie mit der umfangreichen, oft sehr fantasievollen modernen Literatur, die darüber verfasst worden ist.

Es sollte andererseits aber auch für Mathematiker und Naturwissenschaftler wie Geographen, Geodäten und Astronomen von Interesse sein, die sich mit der Genesis ihrer Wissenschaft beschäftigen, um ein tieferes Verständnis für diese zu gewinnen. Genauso, wie man einen Menschen erst dann versteht, wenn man seine Vergangenheit und Ent-

wicklung kennt, versteht man eine Wissenschaft erst dann, wenn man ihre Entwicklung kennt.

Mein Dank gilt insbesondere Prof. Eberhard Knobloch und Andreas Kleineberg (M. A.). Ohne die Hilfe dieser beiden Sachexperten bei notwendigen Neuübersetzungen von griechisch/lateinischen Texten über spezielle methodisch/technische Konzepte wäre eine Erkenntnis bzw. deren Begründung der antiken Methoden der Messkunst unmöglich gewesen.

Als erhellendes Beispiel für diese Behauptung sei der Text von Aristophanes (~445–385) über den Athener Astronomen Meton in seiner Komödie „Die Vögel“ angeführt. Die sachgerechte Neuübersetzung in Kapitel VI.1 zeigt im Vergleich beispielsweise mit der Übersetzung in Reclam UB1379, wie wichtig bei der Übersetzung von altgriechisch/lateinischen Texten eine enge Zusammenarbeit zwischen Geisteswissenschaftlern und Naturwissenschaftlern für das Verständnis derartiger Texte ist.

Zum besseren Verständnis für den Leser wird im Folgenden konsequent die moderne mathematische „Formelsprache“ verwendet, soweit es die mathematische Beschreibung der Methoden betrifft. Hierbei ist zu beachten, dass die Wissenschaftler des Altertums keine „Formelsprache“ kannten, sich strikt auf geometrisch-anschauliche Konstrukte und davon abgeleitete Relationen oder auf (empirisch) logistische Regeln stützten. Beim Studium der antiken Originalliteratur sollte es für den Leser nicht zu schwierig sein, deren aus heutiger Sicht manchmal sehr umständliche mathematische Beschreibung in moderne Formulierungen zu „übersetzen“, sobald man erst selbst verstanden hat, worum es sich im einzelnen handelt.

II Genesis der Messkunst und Naturwissenschaften

II.1 Prolog in Ionien

Die Entwicklung der griechischen Naturwissenschaften, von Astronomie/Geodäsie/Geographie und die Entwicklung der dazu notwendigen angewandten Mathematik begann in Milet, in Ionien, mit Thales (~625–547) und seinem Schüler Anaximandros (~610–546). Van der Waerden (1988, S. 8) bemerkt dazu: *Es ist allgemein anerkannt, dass Thales von Milet der erste griechische Geometer und Astronom war.*

Auskunft über diese frühe Entwicklung geben vor allem die Schriften des Aristoteles-Schülers Eudemos (4. Jh. BC), des Astronomen Geminus (1. Jh. BC oder 1. Jh. AD), des römischen Flottenkommandanten und Schriftstellers Plinius des Älteren (~23–79 AD), des griechischen Schriftstellers Plutarch (~46–125 AD), des römischen Schriftstellers Apuleius (~125–180 AD), des griechischen Philosophen Diogenes Laertios (2./3. Jh. AD), des griechischen Kirchenschriftstellers Eusebios (~260–339 AD), des griechischen Mathematikers Pappos von Alexandria (~320 AD), des Aetios (um 100 AD), des Theon von Alexandria (~360 AD), des Neuplatonikers Proklos (~411–485 AD) und des griechischen Neuplatonikers Simplicios (6. Jh. AD).

II.1.1 Thales von Milet

II.1.1.1 Thales von Milet und die Astronomie

Aetios: *Thales sagte als Erster, dass die Sonne durch den Mond verfinstert wird, indem dieser unter die Sonne tritt.*

Diogenes Laertios [I.23]: *Nach einigen ist Thales der erste [Grieche], der sich mit Sternkunde befasste und Sonnenfinsternisse und Solstitien vorausgesagt hat, wie Eudemos in seiner Geschichte der Astronomie*

berichtet. Deshalb bewunderten ihn auch Xenophanes [~565–470] und Herodot [~490–430]. Es bezeugen dies auch Herakleitos [~550–480] und Demokritos [~470–380].

Diogenes Laertios [I.23]: [Thales] hinterließ einigen zufolge nichts Schriftliches. Denn die ihm zugeschriebene „Nautische Astronomie“ soll ein Werk des [ansonsten unbekannten] Samiers Phokos sein.

Plutarch: Nicht weniger berühmt [im Vergleich mit – von ihm vorher angeführt – Orpheus, Hesiodos, Parmenides, Xenokrates, Empedoklos und Thales] machten Aristarchos, Timocharis, Aristyllos und Hipparch die Astronomie, in dem sie in Prosa schrieben.

In Versen dagegen schrieben Eudoxos und Hesiodos und Thales, vorausgesetzt, dass Thales die ihm zugeschriebene [Nautische] Astronomie wirklich geschrieben hat.

Apuleius: Thales von Milet, gewiss der Größte unter jenen sieben überlieferten Männern der Weisheit [war er doch bei den Griechen der erste Erforscher der Geometrie und ein äußerst zuverlässiger und erfahrener Beobachter der Natur und der Sterne] hat die größten Dinge mit einfachen Linien erforscht [maximas res parvis lineis repperit]:

- den Kreislauf der Jahreszeiten,
- das Wehen der Winde [Windrichtungen, Windrose],
- den Gang der Sterne [um die Nord-Südpol-Achse],
- das tönende Wunder des Donners,
- die gekrümmten Bahnen der Gestirne [Sonne/Mond/Planeten],
- die jährlichen Sonnenwenden [Sommer-/Wintersolstitien],
- das Wachsen des neuen, die Abnahme des alternden und das Verschwinden des dahingehenden Mondes.

Ebenso hat er, bereits im Alter, ein göttliches Zahlenverhältnis bei der Sonne beschrieben, ..., nämlich: Wie oft die Sonne mit ihrer Größe den Kreis misst, den sie durchläuft.

Diogenes Laertios [I.24]: Dieser berichtet, dass Thales das Verhältnis des Winkeldurchmessers der Sonne zu ihrem Umlaufkreis zu 1:720 (= 30') gemessen habe und er auch dasselbe Verhältnis für den Mond fand.

Später hat Archimedes dafür angegeben (Neugebauer 1975, S. 644):

$$(90^\circ/200) < \delta < (90^\circ/164) \quad \text{bzw.} \quad 27' < \delta < 33'.$$

Diogenes Laertios [I.23] zitiert ferner den alexandrinischen Dichter Kallimachos, einen der Lehrer des Eratosthenes:

Kallimachos kennt ihn [Thales] als Entdecker des Kleinen Bärengestirns, worauf er mit folgenden Jamben hinweist: Man sagt:

*„Des Wagens Sterne hat er auch entdeckt,
die Führer auf der See für die Phönizier.“*

Van der Waerden bemerkt (1988, S. 14): *Seine Jamben muss man wohl so interpretieren: Thales gab den Seeleuten den Rat, sich wie die Phönizier bei der Bestimmung der Nordrichtung [des Nachts] nach dem Kleinen Bären zu richten.*

Herodot und Plinius: Sie berichten, dass Thales für das 4. Jahr der 48. Olympiade oder das Jahr 170 seit der Gründung Roms (585 BC) eine Sonnenfinsternis für Ionien vorausgesagt hat. Herodot berichtet ferner, dass während der damals stattfindenden Schlacht am Halys im sechsten Jahre des Krieges zwischen Lydern und Persern *der Tag plötzlich zur Nacht wurde*. Die Soldaten auf beiden Seiten waren so verängstigt, dass die Führer gezwungen waren, Frieden zu schließen. Die Vorhersage von Sonnen- und Mondfinsternissen konnte also durchaus von sehr praktischem Interesse für die militärische Führung sein. Allerdings konnte Thales sicherlich noch keine Sonnenfinsternis **vorausberechnen**, wie spätere Wissenschaftler.

Betont sei, dass es höchst praktische Probleme waren, weshalb Thales und Anaximandros sich mit Astronomie beschäftigten: Vor allem **Geographie und Navigation**, aber auch **Zeitmessung und Kalenderwesen**.

II.1.1.2 Thales und die Geodäsie

Das Grundkonzept der Geodäsie, wie die angewandte Geometrie seit den Griechen bis heute genannt wird, bildet die Messung der Längen unzugänglicher Strecken (Höhe einer Pyramide, Entfernungen über einen Fluss, Entfernungen zu Segelschiffen bzw. zu weit entfernten Inseln auf bzw. in dem Meer, Umfang der Erde und daraus abgeleitet Entfernungen und Durchmesser von Sonne/Mond/Planeten) mittels Winkelmessungen.

Moritz Cantor (1894, S. 124) nennt die Schriften des Eudemos, überliefert durch Proklos, „Altes Mathematikerverzeichnis“. Von diesem lernen wir:

Den Angaben der meisten zufolge ward von den Ägyptern die Geometrie erfunden, welche ihren Ursprung aus der Vermessung der Ländereien nahm.

*Es hat aber nichts Wunderbares, dass die Erfindung dieser sowie der anderen Wissenschaften vom **Bedürfnis** ausgegangen ist. Es findet ein geziemender Übergang statt*

- von der sinnlichen Wahrnehmung zur denkenden Betrachtung und
- von der denkenden Betrachtung zur vernünftigen Erkenntnis
- sowie von der vernünftigen Erkenntnis zur **mechanischen Konstruktion**, wie der römische Architekt Vitruvius wohl noch hinzugefügt hätte.

Sowie nun bei den Phöniziern des Handels und des Verkehrs halber eine genaue Kenntnis der Zahlen ihren Anfang nahm, so ward bei den Ägyptern aus dem erwähnten Grunde die Geometrie erfunden.

Thales, der [als Kaufmann] nach Ägypten ging, brachte zuerst diese Wissenschaft [der angewandten Geometrie] nach Hellas hinüber.

*Vieles entdeckte er selbst, von vielem aber überlieferte er die Anfänge seinem Nachfolger. Das eine machte er **allgemeiner**, das andere **sinnlich** fassbarer.*

Diogenes Laertios [I.27]: Hieronymus von Rhodos, ein Schüler des Aristoteles, berichtet, Thales habe die Höhe der Pyramiden mittels des **Schattens** [der Sonne] gemessen, indem er zu der Zeit beobachtete, wenn der unsrige mit uns von gleicher Höhe ist.

Plinius: Das Höhenmaß der Pyramiden und aller ähnlicher Körper zu gewinnen erfand Thales von Milet, indem er den **Schatten** [der Sonne] maß zur Stunde, wo er dem Körper gleich ist.

Plutarch: Obschon er auch um anderer Dinge Dich [Thales] bewundert, so schätzt er doch über alles die Messung der Pyramiden [-höhe]. Nämlich, dass Du ohne alle Mühe und ohne eines Instrumentes zu bedürfen, sondern indem Du nur den Stock in den Endpunkt des **Schattens** stellst, den die Pyramide wirft, aus den durch die Berührung des Sonnenstrahls entstehenden zwei Dreiecken zeigtest, dass der eine **Schatten** zum anderen dasselbe Verhältnis hat wie die Pyramide zum Stock.

Cantor (1894, S. 134) fasst zusammen: Wir verbinden zu einem einheitlichen Gedanken

- die Schattenmessung und
- die Bestimmung eines Dreiecks durch eine Seite und die beiden anliegenden Winkel [Vorwärtseinschnitt].

Geodäsie ist gleichzeitig eine Natur- und Ingenieurwissenschaft. Unzugängliche Entfernungen mussten nicht zuletzt die Ionischen Ingenieure bei ihrer Vermessungsarbeit messen.