

Helmut Lange

Rechnen

ohne Taschenrechner

Verblüffende Rechentricks



mvgverlag

Helmut Lange

Rechnen

ohne Taschenrechner

Helmut Lange

Rechnen

ohne Taschenrechner

Verblüffende Rechenricks

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://d-nb.de> abrufbar.

info@mvg-verlag.de

5. Auflage 2019

© 2014 by mvg Verlag, ein Imprint der Münchner Verlagsgruppe GmbH,
Nymphenburger Straße 86
D-80636 München
Tel.: 089 651285-0
Fax: 089 652096

Alle Rechte, insbesondere das Recht der Vervielfältigung und Verbreitung sowie der Übersetzung, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf in irgendeiner Form (durch Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) ohne schriftliche Genehmigung des Verlages reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme gespeichert, verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Umschlaggestaltung: Vincent Herb, München
Umschlagabbildung: Fotolia, Shutterstock
Satz: Georg Stadler, München
Druck: CPI books GmbH, Leck
Printed in Germany

ISBN Print 978-3-86882-496-4
ISBN E-Book (PDF) 978-3-86415-637-3
ISBN E-Book (EPUB, Mobi) 978-3-86415-638-0

—Weitere Informationen zum Verlag finden Sie unter—

www.mvg-verlag.de

Beachten Sie auch unsere weiteren Verlage unter www.m-vg.de

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	9
---------------	---

Addieren

Addieren mit 10er-Päckchen.....	11
Addieren mit 100er-Päckchen.....	12
Addieren durch Runden	13
Addieren 10er plus 1er extra.....	14
Addieren in der Nähe von 1000	15
Gruppentrick Addition	16

Subtrahieren

Subtrahieren von 10/100 usw.....	17
Subtrahieren um die 1000	19
Subtrahieren mit Plus.....	21

Multiplizieren

Gruppentrick x 3	23
3er-Trick nach Trachtenberg	24
4er-Trick nach Trachtenberg	26
Gruppentrick x 5	28
5er-Trick.....	29
5er-Trick nach Trachtenberg	30
6er-Trick nach Trachtenberg	32
7er-Trick nach Trachtenberg	34
8er-Trick nach Trachtenberg	36
9er-Finger-Einmaleins	38
9 x Schnapszahl.....	39
9er-Trick nach Trachtenberg	40

11er-Trick (2-stellig)	42
11er-Trick (3-stellig)	44
11er-Trick (3-stellig) vedisch	46
12er-Trick nach Trachtenberg	48
11-19er Trick (Variante a)	50
11-19er Trick (Variante b)	51
49er-Trick	52
51er-Trick	53
Schwellentrick (Teil 1)	54
Schwellentrick (Teil 2)	56
Ergänzungstrick	58
Einer-Gleich-Multiplikation	60
Zehner-Gleich-Multiplikation	62
Spiegel-Multiplikation	64
Multiplikation der Nähe	66
Quadratmethode	68
Kreuzweise (2-stellig)	70
Kreuzweise (3-stellig)	72
Merken mit den Händen	74
Arabisches Multiplizieren	76
Chinesisches Multiplizieren	78
Russisches Multiplizieren	80

Dividieren

Teilbarkeit 2-6 und 8-9	82
Teilbarkeit 7	84
Teilbarkeit 11	85
Teilbarkeit 7/11/13 märchenhaft	86
Dividieren durch 3	87
Dividieren durch 5	89

Dividieren durch 25	90
Dividieren durch 9 (Teil 1)	91
Dividieren durch 9 (Teil 2)	93
Dividieren durch 2 bis 9.....	95
Dividieren durch 11	97

Brüche

Brüche addieren/subtrahieren	99
Brüche verwandeln	101

Quadrieren

Quadrieren à la Trachtenberg.....	104
Quadrieren knapp über 100.....	106
Quadrieren knapp unter 1000.....	108
Quadrieren allgemein.....	110
Quadrieren 30 bis 70.....	112
Quadrieren Typ Endziffer 5/50	114

Wurzel ziehen

Aufgehende Quadratwurzel	116
Wurzeln ziehen vedisch	118

Prozent

2,5-Prozent-Trick	121
5-Prozent-Trick	122
15-Prozent-Trick	123
45-Prozent-Trick	124

Denkspiel

Magisches Quadrat.....	125
------------------------	-----

Merksysteme

Loci-Methode.....	128
Zahlensysteme.....	132
2er-Mastersystem.....	135
PVO-System.....	138
Gedächtnispalast.....	144
Klassisches Dezimalsystem nach Leibnitz.....	147

Beispiele

Idiotendreieck.....	151
Morsezeichen.....	153
Kyrillische Schriftzeichen.....	157
LaGeiss-Methode.....	160
Fakten und Reihenfolgen.....	163

Anhang

Kopiervorlagen.....	166
Quellenverzeichnis.....	168

Rechnen ohne Taschenrechner

Vorwort

Liebe Leser,

es gibt durchaus alternative Strategien, sich Lerninhalte einzuprägen und Matheaufgaben zu lösen. Mir war das sehr lange nicht bewusst, da ich keinen Anlass sah, meine althergebrachten Denkweisen infrage zu stellen. So wie ich als Schüler versucht habe, Lerninhalte in den Kopf zu trichtern, konnte ja so schlecht nicht gewesen sein, denn immerhin haben mich diese Strategien auch irgendwie weitergebracht.

Allzu oft habe ich als Schüler nur widerwillig gelernt, da der Lernstoff oft uninteressant war. Heute lerne ich freiwillig Inhalte auswendig, weil ich fasziniert bin von den Denkstrategien, die schon seit Jahrhunderten existieren und kaum ins Bewusstsein der Allgemeinheit vorgedrungen sind. Da spielt der Inhalt nur noch eine Nebenrolle. So lässt sich auch erklären, warum manche Menschen Telefonbücher oder 10000-stellige Zahlen auswendig lernen. Weil sie selbst begeistert sind und vielleicht andere verblüffen wollen, was unser Gehirn imstande ist zu leisten.

In meinen Seminaren macht es riesigen Spaß, den Menschen in nur kurzer Zeit zu zeigen, dass Matheaufgaben wie $16 : 9$; $142 : 9$; 14.232×11 ; 4.444×9 ; oder $2334 : 5$ oft schneller im Kopf gerechnet werden können als mit dem Taschenrechner. Während der eine noch die Aufgabe in den Rechner eintippt, kann der andere mir das Ergebnis schon fehlerfrei aufsagen.

Viele dieser Strategien führen tatsächlich schneller zum Ziel. Einige hingegen sind nicht schneller, aber dafür interessanter. Die Auseinandersetzung mit Alternativen lässt uns aufhorchen und lässt uns Spaß am Denken entwickeln.

Vom alleinigen Durchlesen des Buches werden Sie wahrscheinlich Ihre Denkgewohnheiten nicht über den Haufen werfen.

Viele der vorgeschlagenen Denkalternativen wirken im ersten Augenblick auch komplizierter und aufwendiger als die traditionelle Herangehensweise, die Sie aus der Schule kennen. Wenn Sie sich aber ein bisschen intensiver damit beschäftigen, wird die eine oder andere Denkstrategie auch einen Platz in Ihrem Alltag finden. Ein bisschen Übung ist natürlich auch hier erforderlich.

Mit den Tricks aus diesem Buch verhält es sich ähnlich wie mit dem Schreiben auf der Computertastatur. Wenn Sie es gewohnt sind, mit zwei Fingern zu schreiben, sind Sie wahrscheinlich recht schnell. Wenn Sie aber noch schneller werden wollen, müssen Sie irgendwann mal beginnen, mit zehn Fingern zu schreiben. Das wirkt am Anfang viel komplizierter und ist erst einmal langsamer, aber wenn Sie ein bisschen Übung haben, sind Sie wesentlich schneller.

Das Buch ist so aufgebaut, dass Sie in der Regel pro Doppelseite einen kleinen Aha-Effekt erleben. Ich habe versucht, überflüssigen Text zu vermeiden und die Regeln auf den Punkt zu bringen.

Und jetzt wünsche ich Ihnen viele kleine und große „Aha-Effekte“ beim Ausprobieren der Rechen- und Denctricks.

Übrigens: Wissen Sie, warum unsere Ziffern so aussehen, wie sie aussehen? Nein.



Für die Form der Ziffern ist die Anzahl der Winkel verantwortlich. Die 1 hat einen Winkel, die 2 zwei Winkel usw.

Aha!

Ihr Helmut Lange

Was? Addieren

Addieren mit 10er-Päckchen

Wozu?

Wenn man mehrere (kleinere) Zahlen miteinander addiert.

Wie?

1. Man addiert die Zahlen nicht unbedingt in der Reihenfolge, wie sie dastehen, sondern man bildet 10er-Päckchen (10, 20, 40, 90 usw.).
2. Addiert man die Zahlen, die zusammen einen runden 10er ergeben, kann man mit den Ergebnissen mühelos weiterrechnen.
3. Zahlen, mit denen man kein 10er-Päckchen bilden kann, werden zum Schluss dazugezählt.

Beispiel: $7 + 1 + 5 + 13 + 9$

$$\begin{array}{l}
 7 + 13 = 20 \\
 \uparrow \quad \downarrow \\
 7 + 1 + 5 + 13 + 9 = \\
 \quad \downarrow \quad \uparrow \\
 \quad 1 + 9 = 10 \\
 \quad \quad \quad \uparrow \quad \downarrow \\
 20 + 10 = 30 + 5 = \underline{\underline{35}}
 \end{array}$$

Mit der übrig gebliebenen 5 kann man kein 10er-Päckchen bilden; dann einfach zum Schluss dazuzählen.

Übung: a) $7 + 4 + 3 + 6$ b) $14 + 2 + 8 + 6 + 3$

Lösung: 33 a) 20 b)

Was? Addieren

Addieren mit 100er-Päckchen

Wozu?

Wenn man mehrere (größere) Zahlen miteinander addiert.

Wie?

1. Man addiert die Zahlen nicht unbedingt in der Reihenfolge, wie sie dastehen, sondern man bildet 100er-Päckchen (100, 400 usw.).
2. Addiert man die Zahlen, die zusammen einen runden 100er ergeben, kann man mit diesem Ergebnis einfacher weiterrechnen.
3. Zahlen, mit denen man keine 100er- oder 10er-Päckchen bilden kann, werden am Ende draufgerechnet.

Beispiel: $30 + 80 + 170 + 3$

$$\begin{array}{r}
 30 + 170 = 200 \\
 \uparrow \quad \downarrow \\
 30 + 80 + 170 + 3 = \\
 \quad \downarrow \quad \uparrow \\
 \quad 80 + 3 = 83 \\
 \quad \quad \quad \downarrow \quad \uparrow \\
 200 + 83 = \underline{\underline{283}}
 \end{array}$$

Die übrig gebliebene 80 und die 3 können nicht zu einem Päckchen gebunden werden; dann zum Schluss addieren.

Übung: a) $120 + 3 + 80 + 4$ b) $640 + 9 + 160 + 7$

c) $110 + 7 + 582 + 1 + 15$

Lösung: a) 207 b) 816 c) 715

Was? Addieren

Addieren durch Runden

Wozu?

Addieren von Zahlen, wobei mindestens eine davon sich in der Nähe einer runden Zahl befindet.

Wie?

1. Die Zahl auf- bzw. abrunden.
2. Die runde Zahl zum anderen Summanden addieren (Zwischenergebnis).
3. Die Füllzahl vom Zwischenergebnis abziehen bzw. zum Zwischenergebnis addieren.

Beispiel 1 (aufrunden): $297 + 266$

Summanden auf die nächste runde Zahl aufrunden

$$\begin{array}{r}
 297 + 266 = \\
 \rightarrow 300 (-3) + 266 = \\
 566 - 3 = \underline{\underline{563}}
 \end{array}$$

Beispiel 2 (abrunden): $202 + 557$

Summanden auf die nächste runde Zahl abrunden

$$\begin{array}{r}
 202 + 557 = \\
 \rightarrow 200 (+2) + 557 = \\
 757 + 2 = \underline{\underline{759}}
 \end{array}$$

Übung: a) $274 + 102$ b) $453 + 395$ c) $4558 + 290$

Lösung: a) 376 b) 848 c) 4848

Was? Addieren

Addieren 10er plus 1er extra

Wozu?

Wenn man Schwierigkeiten hat, 2- oder 3-stellige Zahlen schnell zu addieren, kann man diese Methode anwenden.

Wie?

1. Die Zehner der beiden Summanden addieren
(Zwischenergebnis 1). Ohne die 0 rechnen und dann die 0 wieder ans Ergebnis anfügen.
2. Die Einer der beiden Summanden addieren
(Zwischenergebnis 2).
3. Die beiden Zwischenergebnisse addieren.
4. Auf Überträge achten.

Beispiel 1: $37 + 86$

$$\begin{array}{r}
 37 \\
 + 86 \\
 \hline
 \end{array}$$

$3(0) + 8(0) = 11(0)$
 $7 + 6 = 13$
 $110 + 13 = \underline{\underline{123}}$
 + 1 Übertrag

Übung:

a) $74 + 13$ b) $52 + 95$ c) $77 + 194$ d) $123 + 66$

Lösung: a) 87 b) 147 c) 271 d) 189

Was? Addieren

Addieren in der Nähe von 1000

Wozu?

Eine Zahl um 100 oder 1000 zu einer anderen Zahl addieren.

Wie?

1. Ist die zu addierende Zahl (zweiter Summand) 999, dann gilt: Hinten (Einer) eins weg und einfach eins davorsetzen.
2. Fehlen noch Einer auf Tausend (z. B. 997), dann gilt: Hinten (Einer) die fehlenden Einer (3) weg und vorne (Tausender) 1 dazu.
3. Das gilt natürlich auch umgekehrt für Zahlen knapp über Tausend: Die überzähligen Einer (z. B. bei $1003 = 3$) hinten (Einer) dazuzählen.

Beispiel 1: $752 + 999$

T H Z E

7 5 2 (erster Summand)

+ 9 9 9 (zweiter Summand)

1 Tausender dazu *1 7 5 1* *1 Einer weg*

in der Leserichtung rechnen: von links nach rechts 

Übung:

a) $1273 + 999$ b) $2453 + 997$ c) $4558 + 995$ d) $119 + 99$

Lösung: 81Z (d) 5553 (c) 3450 (b) 2272 (a)

Was? Addieren

Gruppentrick Addition

Wozu?

Eine mehrstellige Zahl zu einer mehrstelligen Zahl addieren.

Wie?

1. Die beiden Summanden untereinander schreiben.
2. Die Zahlen in überschaubare 2er-Gruppen aufteilen.
3. Jetzt addiert man paarweise.
4. Bevor man das Ergebnis auf sagt, sollte man überprüfen, wo es Überträge gibt.

Vorteil: Man rechnet von links nach rechts und kann das Ergebnis ziemlich schnell auf sagen.

Beispiel 1: $14362333 + 23653431$

$$\begin{array}{r}
 14 \mid 36 \mid 23 \mid 33 \\
 + 23 \mid 65 \mid 34 \mid 31 \\
 \hline
 37 \mid 101 \mid 57 \mid 64 \\
 + 1 \text{ Übertrag} \\
 \swarrow \\
 38 \mid 01 \mid 57 \mid 64 \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

in der Leserichtung rechnen: von links nach rechts

Übung:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } 16 \mid 22 \mid 33 \mid 53 & \text{b) } 12 \mid 43 \mid 33 \mid 14 \mid 53 & \text{c) } 4 \mid 15 \mid 51 \\
 + \underline{62 \mid 51 \mid 12 \mid 31} & + \underline{12 \mid 23 \mid 62 \mid 43 \mid 25} & + \underline{5 \mid 88 \mid 45}
 \end{array}$$

Lösung: a) 78734584 b) 2466955778 c) 100396

Was? Subtrahieren

Subtrahieren von 10/100 usw.

Wozu?

X-beliebige Zahlen von 10/100/1000/10000 usw. abziehen

Wie?

1. Die Zahl mit den Nullen (Minuend) oben hinschreiben.
2. Die abzuziehende Zahl (Subtrahend) unter die Nullen schreiben. Hunderter-Zehner-Einer (H-Z-E) unter Hunderter-Zehner-Einer.
3. Die Hunderter des Subtrahenden plus die Hunderter des Ergebnisses ergeben zusammen immer 9.
4. Die Zehner des Subtrahenden plus die Zehner des Ergebnisses ergeben zusammen immer 9.
5. Die Einer des Subtrahenden plus die Einer des Ergebnisses ergeben zusammen immer 10.
6. Da man das Ergebnis von links nach rechts ausrechnet, kann man das Ergebnis sofort aufsagen.
7. Während man eine Zahl spricht, kann die nächste Zahl schon ausgerechnet werden.
8. Da man im Deutschen die Einer vor den Zehnern spricht, rechnet man auch direkt nach den Hundertern die Einer und dann zum Schluss die Zehner aus.

Beispiel 1:

	H	Z	E	
1	0	0	0	(Minuend)
-	3	4	6	(Subtrahend)
	+	+	+	
	6	5	4	
	=9	=9	=10	