Documento N.° 94

Ejercicios resueltos de microeconomía intermedia

Óptimo del consumidor

Martha Inés Usaquén Chía

Facultad de Ciencias Económicas y Sociales
Programa de Economía

UNIVERSIDAD
DE LA SALLE
Educar para Pensar, Decidir y Servir

Facultad de Ciencias Económicas y Sociales
Programa de Economía
Bogotá, D. C.
2013

ISSN: 1900-6187
© 2013

Oficina de Publicaciones
Cra. 5 N.° 59A-44
Teléfono: 3 48 80 00 ext.: 1224-1227
Fax: 2 17 08 85
publicaciones@lasalle.edu.co

Dirección editorial
Guillermo Alberto González Triana

Coordinación editorial
Marcela Garzón Gualteros

Corrección de estilo
Andrés Vélez Cuervo

Diagramación
Precolombi EU-David Reyes

Carátula
Andrea Julieth Castellanos Leal

Impresión
Xpress Estudio Gráfico y Digital S.A.

Agosto del 2013

Contenido

Presentación 7

1. Óptimo del consumidor 9

1.1. Maximización de la utilidad y minimización del gasto 9
1.2. Enfoque primal 10
1.3. Enfoque dual 11
1.4. Métodos de optimización 13
1.5. Medidas de bienestar 14
1.5.1. Variación Equivalente (*VE*) 14
1.5.2. Variación Compensada (*VC*) 16
1.5.3. Variación del Excedente del Consumidor (ΔEC) 18

2. Efecto Sustitución (ES), Efecto Renta (ER) y Efecto Total (ET) 21

2.1. Método de Slutsky o ajuste por inflación (IPC) 21
2.2. Método de Hicks o auténtico ajuste al costo de vida 24

3. Función de utilidad Cobb-Douglas 27

3.1. Enfoque primal 27
3.1.1. Método de igualación de pendientes 27
3.1.2. Método de Lagrange 29
3.1.3. Caso: si $\alpha + \beta = 1$ 32
3.2. Enfoque dual 34
3.2.1. Método de igualación de pendientes 34
3.2.2. Método de Lagrange 36

4. Función de utilidad para bienes complementarios perfectos 41

4.1. Enfoque primal 41
4.1.1. Demandas marshallianas 42
4.1.2. Función de utilidad indirecta 42

4.2. Enfoque dual 43
4.2.1. Demandas hicksianas 44
4.2.2. Función de gasto 45
4.3. Efecto Sustitución (ES), Efecto Renta (ER) y Efecto Total (ET) 45

5. Función de utilidad para sustitutos perfectos 49

5.1. Solución de esquina en *X* 49
5.2. Solución de esquina en *Y* 52
5.3. Solución múltiple 54
5.4. Efecto Sustitución (ES), Efecto Renta (ER) y Efecto Total (ET) 55

6. Función de utilidad cuasilineal 59

6.1. Enfoque primal 59
6.1.1. Demandas marshallianas 60
6.1.2. Función de utilidad indirecta 60
6.2. Enfoque dual 61
6.2.1. Demandas hicksianas 62
6.2.2. Función de gasto 62

7. Ejercicios aplicados 65

7.1. Función de utilidad Cobb-Douglas 65
7.2. Función de utilidad para complementarios perfectos 82
7.3. Función de utilidad para sustitutos perfectos 90

Bibliografía 101

Índice de figuras

Figura 1. Óptimo del consumidor 9

Figura 2. Variación equivalente 15

Figura 3. Variación equivalente por áreas 16

Figura 4. Variación compensada 17

Figura 5. Variación compensada por áreas 18

Figura 6. Variación del excedente del consumidor 19

Figura 7. Variación del excedente del consumidor por áreas 20

Figura 8. Efecto Sustitución y Efecto Renta para un bien normal: método de Slutsky 22

Figura 9. Efecto Sustitución y Efecto Renta para un bien normal: método de Hicks 25

Figura 10. Efecto Sustitución y Efecto Renta para bienes complementarios perfectos 46

Figura 11. Solución de esquina en X para bienes sustitutos perfectos 51

Figura 12. Solución de esquina en Y para bienes sustitutos perfectos 53

Figura 13. Solución múltiple para bienes sustitutos perfectos 55

Figura 14. Efecto Sustitución y Efecto Renta para bienes sustitutos perfectos 56

Figura 15. Efecto en el óptimo del consumidor producto de un aumento en el precio del bien X 69

Figura 16. Óptimo del consumidor 71

Figura 17. Variación equivalente 74

Figura 18. Variación compensada 76

Figura 19. Variación del excedente del consumidor 77

Figura 20. Efectos de sustitución y renta por el método de Slutsky 80

Figura 21. Efectos de sustitución y renta por el método de Hicks 82

Figura 22. Efecto de sustitución y renta para bienes complementarios perfectos 90

Figura 23. Optimo del consumidor para bienes sustitutos perfectos, con cambio en el precio del bien Y 94

Figura 24. Efectos de sustitución y renta para bienes sustitutos perfectos, método de Slutsky 97

Figura 25 Efectos Sustitución y Renta para bienes perfectos, método de Hicks 98

Presentación

El propósito de estos Apuntes de Clase es presentar el desarrollo de algunos ejercicios de optimización del consumidor, utilizando un lenguaje formal que le permita al estudiante de Microeconomía avanzar y alcanzar los objetivos propuestos en su proceso de aprendizaje.

Para la optimización del consumidor se emplean las funciones de utilidad Cobb-Douglas, de Leontief, lineal y cuasilineal, desarrolladas empleando los enfoques primal y dual, para determinar las funciones de demanda marshalliana y hicksiana, utilidad indirecta y mínimo gasto, a partir de los métodos de igualación de pendientes y el método de Lagrange. Asimismo, se trabajan medidas de bienestar como variación equivalente, variación compensada y variación de excedente del consumidor. Finalmente, se desarrollan los efectos de sustitución y renta por los métodos de Slutsky y Hicks.

El valor agregado de este documento es su presentación didáctica y clara; este texto está acompañado por figuras explicativas que permiten mayor comprensión de los desarrollos matemáticos paso a paso, tanto de manera general, como en su aplicación numérica.

Ahora bien, estos apuntes no sustituyen las explicaciones teóricas de los textos de Microeconomía. Su detallada presentación lo convierte en un material de apoyo al trabajo del estudiante, para que se apropie de las herramientas cuantitativas necesarias y alcance así un mayor dominio de los temas tratados.

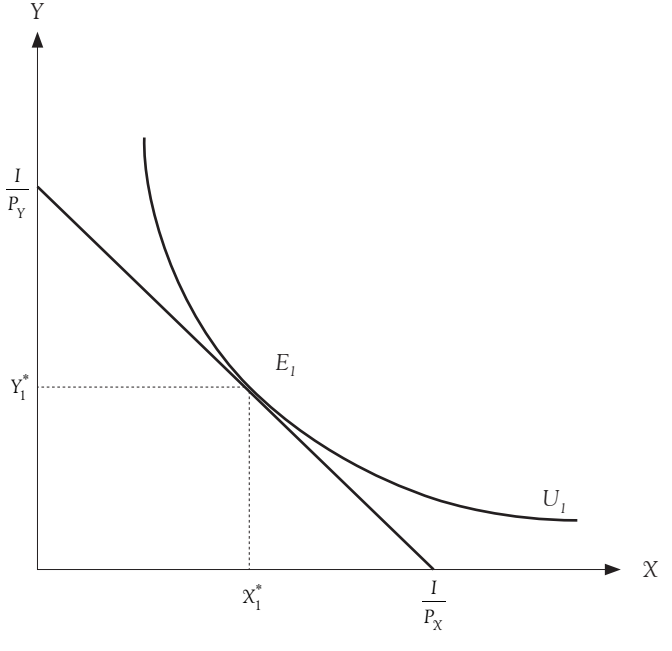
1. Óptimo del consumidor

El objetivo de este capítulo es desarrollar paso a paso los procedimientos necesarios para alcanzar la combinación óptima de consumo en el caso de las funciones de utilidad: Cobb-Douglas, de Leontief, lineal y cuasilineal, a través de los enfoques primal y dual; así como el efecto que el cambio de precios genera en el bienestar del consumidor.

1.1. Maximización de la utilidad y minimización del gasto

En la figura 1 se presenta el óptimo del consumidor para una función de utilidad Cobb-Douglas, en donde la combinación de bienes (X_1^*, Y_1^*) garantiza el máximo nivel de satisfacción (enfoque primal), o el mínimo nivel de gasto (enfoque dual) para el consumidor.

Figura 1. Óptimo del consumidor



Fuente: elaboración propia a partir de Nicholson (2007), Pindyck y Rubinfeld (2009).

1.2. Enfoque primal

Consiste en maximizar el nivel de satisfacción del consumidor, dada la restricción presupuestal y se expresa como:

$$Max\ U(x,y)\ s.a.\ I = P_X X + P_Y Y$$

A partir de este enfoque se obtienen las demandas marshallianas o no compensadas de cada bien, que para Nicholson (2007) muestran la cantidad que se demanda de cada uno de ellos, dado el nivel de ingreso del consumidor y los precios de estos bienes en el mercado. Se conocen como demanda marshalliana de X (X^M) y demanda marshalliana de Y (Y^M).

Las demandas marshallianas reflejan una relación directa entre el ingreso y la cantidad del bien, clasificándolo como normal. Asimismo, la relación entre el precio y la cantidad consumida es inversa, confirmando la ley de la demanda.

Como se observa en las siguientes ecuaciones que representan la demanda marshalliana de los bienes X y Y:

$$X^M = \frac{\alpha I}{\left(\alpha + \beta\right) P_X}$$

$$Y^M = \frac{\beta I}{\left(\alpha + \beta\right) P_Y}$$

Desde estas demandas marshallianas se puede estimar la función de utilidad indirecta (V), que ya no depende de las cantidades, sino indirectamente del ingreso del individuo y el precio de los bienes. Se expresa como:

$$V = f(p_X, p_Y, I)$$

Esta función muestra la dependencia de la utilidad de un consumidor en relación directa con su ingreso e inversa con el precio de los bienes adquiridos, como se presenta en la siguiente ecuación:

$$V\left(p_X, p_Y, I\right) = \left(\frac{\alpha}{p_x}\right)^{\alpha}\left(\frac{\beta}{p_y}\right)^{\beta}\left(\frac{I}{\alpha+\beta}\right)^{\alpha+\beta}$$

A partir de $V = f(p_X, p_Y, I)$ se pueden determinar las demandas marshallianas aplicando la identidad de Roy, que corresponde a

$$X^M = -\frac{\partial V/\partial P_X}{\partial V/\partial I}$$

y

$$Y^M = -\frac{\partial V/\partial P_Y}{\partial V/\partial I}$$

1.3. Enfoque dual

Consiste en minimizar el gasto del consumidor (E), que tiene correspondencia con la función de ingreso, para un nivel de satisfacción determinado y que se representa así:

$$Minimizar\ E = P_X X + P_Y Y\ s.a.\ U(x,y)$$

Este enfoque es semejante al primal, solo que se optimiza la recta presupuestal en la función de utilidad, obteniendo así las demandas hicksianas o compensadas que dependen de un nivel de utilidad dado y del precio de los bienes. Se denominan *demanda hicksiana de* X (X^H) y *demanda hicksiana de* Y (Y^H) (Nicholson, 2007).

Estas demandas muestran la cantidad de bienes que el consumidor debe adquirir para minimizar su gasto, dado un nivel de utilidad. Para el caso de las funciones de utilidad Cobb-Douglas y cuasilineal, las demandas hicksianas reflejan que el consumo de un bien depende del precio relativo de los otros bienes, como se evidencia en las ecuaciones.