

Ich kann ...
MATHIE



Wahrscheinlichkeitsrechnung

Schritt für Schritt verstehen

7./8. Klasse

Mathematik



Klett

Heike Homrighausen

Klett

Ich kann ... Mathe

Wahrscheinlichkeitsrechnung 7./8. Klasse

Mathematik

Schritt für Schritt verstehen

Klett Lerntraining

Heike Homrighausen ist Gymnasiallehrerin für Mathematik, in der Lehreraus- und -weiterbildung tätig und langjährige Autorin von Lernhilfen und Lehrwerken.

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Auflage 3 2 1 | 2017 2016 2015

Die letzten Zahlen bezeichnen jeweils die Auflage und das Jahr des Druckes.

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu §52 a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Fotomechanische Wiedergabe nur mit Genehmigung des Verlages.

© Klett Lerntraining, c/o PONS GmbH, Stuttgart 2015

Alle Rechte vorbehalten.

www.klett-lerntraining.de

Redaktion: Ulrike Klein, Berlin; Julia Mühleisen

Covergestaltung und Layout: Sabine Kaufmann, Stuttgart

Titelfoto: Corbis (Mike Kemp/Blend Images), Düsseldorf

Illustrationen: S. 17, 49, 82, 83, 89, 113, 117, 120, 124, 129: Klett Archiv; S. 19, 20, 35, 39, 75, 139: Steffen Jähde, Sundhagen; S. 77, 108: commons.wikimedia „Kempton Astragaloi“, Xocolatl (talk); S. 26, 73, 76, 105: Martin Lay, Freiburg; S. 13, 14, 18, 19, 25, 30, 39, 41, 102: Thinkstock, München (PeterHermesFurian)

Satz: DTP-studio Andrea Eckhardt, Göppingen

ISBN 978-3-12-050180-0

Inhaltsverzeichnis

Kompetenzübersicht	5
So arbeitest du mit dem Buch	8

1 Was ist Wahrscheinlichkeit? – Grundlagen

Was ist Wahrscheinlichkeit? – Zufallsexperimente und Ergebnisse	10
Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten – Laplace-Experimente	15
Ereignisse und Wahrscheinlichkeiten bei Laplace-Experimenten	22
Zufallsexperimente darstellen – Baumdiagramme als „Hilfsmittel“	27
Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen – Summenregel	33
Ereignis und Gegenereignis	36
Abschlusskompetenzcheck	41

2 Daten auswerten und bewerten – Statistik

Was ist Statistik?	44
Woher kommen die Daten? – Daten erheben	46
Was bedeuten die Daten? – Daten auswerten und bewerten	52
Daten auswerten und darstellen – Boxplots	56
Daten vergleichen – absolute und relative Häufigkeiten	65
Von der relativen Häufigkeit zu einem Wert für die Wahrscheinlichkeit	73
Abschlusskompetenzcheck	78

3 Mehrstufige Zufallsexperimente

Was sind mehrstufige Zufallsexperimente? – mehrstufige Zufallsexperimente darstellen	82
Wahrscheinlichkeiten bei mehrstufigen Zufallsexperimenten – die Pfadmultiplikationsregel	91
Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen berechnen – Pfadsummenregel	96
Wenn Baumdiagramme zu groß werden – vereinfachte Baumdiagramme	102
Abschlusskompetenzcheck	107

4 Glück im Spiel? – Erwartungswert und (un-)faire Spiele

Wahrscheinlichkeitsverteilung – Übersicht über alle Ergebnisse mit ihren Wahrscheinlichkeiten	110
Wahrscheinlichkeiten in Histogrammen darstellen	115
Erwartungswert	118
Wann sind Glücksspiele fair?	121
Wie hoch müssen Einsatz oder Auszahlung sein, damit ein Spiel fair wird? – Modellieren mit dem Erwartungswert	125
Abschlusskompetenzcheck	130
Lösungen	132

Kompetenzübersicht

1 Was ist Wahrscheinlichkeit? – Grundlagen

Ich kann ...

... erklären, was ein Zufallsexperiment ist.	10
... zu einem Zufallsexperiment die Ergebnismenge angeben.	10
... erklären, was ein Laplace-Experiment ist.	15
... Wahrscheinlichkeiten von Laplace-Experimenten berechnen.	15
... Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen von Laplace-Experimenten bestimmen.	22
... Zufallsexperimente in Baumdiagrammen darstellen.	27
... zu einem Baumdiagramm ein passendes Zufallsexperiment angeben.	27
... Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen bestimmen.	33
... zu einem Ereignis das Gegenereignis angeben.	36
... Wahrscheinlichkeiten mithilfe des Gegenereignisses bestimmen.	36

2 Daten auswerten und bewerten – Statistik

Ich kann ...

... die Fachbegriffe, die zu einer Erhebung gehören, erklären.	46
... Daten einer Umfrage in einem Diagramm darstellen.	46
... Kennwerte bestimmen.	52
... Kennwerte in einem Sachzusammenhang bestimmen und auswerten.	52
... einen Boxplot zeichnen.	56
... Aussagen zu einem Boxplot beurteilen.	56
... einen Boxplot beschreiben.	56
... relative Häufigkeiten bestimmen.	65
... das Ergebnis einer Umfrage in einem Kreisdiagramm darstellen.	65
... einen Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses bestimmen.	73

3 Mehrstufige Zufallsexperimente

Ich kann ...

... ein mehrstufiges Zufallsexperiment in einem Baumdiagramm darstellen.	82
... die Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses von mehrstufigen Zufallsexperimenten bestimmen.	91
... Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen bei mehrstufigen Zufallsexperimenten bestimmen.	96
... Aufgaben geschickt lösen, indem ich vereinfachte Baumdiagramme verwende.	102

4 Glück im Spiel? – Erwartungswert und (un-)faire Spiele

Ich kann ...

... alle Ergebnisse eines Zufallsexperiments übersichtlich in einer Tabelle darstellen.	110
... die Wahrscheinlichkeitsverteilung in einem Histogramm darstellen.	115
... aus einem Histogramm die Wahrscheinlichkeiten eines Ergebnisses ablesen.	115
... den Erwartungswert bei einem Zufallsexperiment berechnen.	118
... mithilfe des Erwartungswerts entscheiden, ob ein Glücksspiel fair ist oder nicht.	121
... den Einsatz berechnen, so dass das Spiel fair wird.	125
... die maximale Auszahlung berechnen, so dass das Spiel fair wird.	125

Schritt-für-Schritt
Wahrscheinlichkeitsrechnung
verstehen



Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit diesem Buch kannst du den Themenbereich „Wahrscheinlichkeitsrechnung“ wiederholen und üben – in ganz kleinen Schritten.

Der komplette Stoff ist **Kompetenzen** zugeordnet – die kennst du vielleicht aus der Schule. Kompetenzen fangen immer mit dem Satz „Ich kann ...“ an und beschreiben genau, was du können musst.

*kompetent sein
= etwas können*

So arbeitest du mit dem Buch:

Suche dir im **Inhaltsverzeichnis** das Thema heraus, das du wiederholen möchtest. (Suchst du nach einer einzelnen Kompetenz, findest du sie in der **Kompetenzübersicht**.)

Schritt 1:

Kompetenzcheck

Überprüfe, wie fit du bist und löse die Aufgaben im Kompetenzcheck. Jeder Aufgabe ist einer Kompetenz (Ich kann ...) zugeordnet.

Überprüfe deine Ergebnisse mit den Lösungen. Die passende Seitenzahl findest du unter den Smileys.

Hake den entsprechenden Smiley ab:

- 😊 = richtig gelöst
- 😐 = teilweise richtig gelöst
- 😞 = nicht richtig gelöst

Dann siehst du, welche Themen du schon gut kannst oder was du noch üben solltest.

Schritt 2:

Schritt-für-Schritt-Erklärungen

Lies die Erklärungen gründlich durch. Hier findest du alle wichtigen Fachbegriffe und Formeln. Alles ist ganz kleinschrittig und mit vielen Beispielen erklärt, damit du leicht verstehst, wie du vorgehen musst und was du beachten solltest.



Schritt 3:

Übungsaufgaben

Löse die Übungsaufgaben. An den Punkten neben der Aufgabennummer siehst du, wie schwierig die Aufgabe ist. (○○○ = leicht, ●●○ = mittel, ●●● = schwierig)



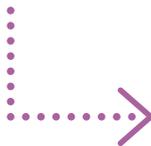
Die Lösungen zu den Aufgaben findest du hinten im Buch. Sei ehrlich zu dir selbst und sieh erst nach, wenn du Aufgaben fertig bearbeitet hast.



Schritt 4:

Abschlusskompetenzcheck

Wenn du ein ganzes Kapitel abgeschlossen hast, teste dich mit dem Abschlusskompetenzcheck. Er enthält Aufgaben zu allen Kompetenzen des Kapitels.



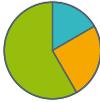
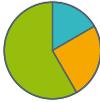
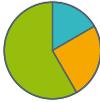
Überprüfe deine Ergebnisse mit den Lösungen hinten im Buch und hake richtig gelöste Aufgaben ab.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

1 Was ist Wahrscheinlichkeit? – Grundlagen

Was ist Wahrscheinlichkeit? – Zufallsexperimente und Ergebnisse

Kompetenzcheck

Ich kann ...	Aufgabe	Ergebnis																				
<p>... erklären, was ein Zufallsexperiment ist.</p>	<p>Aufgabe 1 Handelt es sich um ein Zufallsexperiment? Kreuze ja oder nein an und begründe deine Entscheidung.</p> <table border="1" data-bbox="422 602 1027 1112"> <thead> <tr> <th>Situation</th> <th>ja</th> <th>nein</th> <th>Begründung</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Eine Karte wird verdeckt aus einem Kartenstapel gezogen.</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Ein Reißnagel wird geworfen und fällt auf den Rücken.</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td>An Heiligabend ist schulfrei.</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Ein Verschlussdeckel einer Flasche wird geworfen und fällt auf die Kante.</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Situation	ja	nein	Begründung	Eine Karte wird verdeckt aus einem Kartenstapel gezogen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		Ein Reißnagel wird geworfen und fällt auf den Rücken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		An Heiligabend ist schulfrei.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		Ein Verschlussdeckel einer Flasche wird geworfen und fällt auf die Kante.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<p>😊 😐 ☹️ → S. 132</p>
Situation	ja	nein	Begründung																			
Eine Karte wird verdeckt aus einem Kartenstapel gezogen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																				
Ein Reißnagel wird geworfen und fällt auf den Rücken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																				
An Heiligabend ist schulfrei.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																				
Ein Verschlussdeckel einer Flasche wird geworfen und fällt auf die Kante.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																				
<p>... zu einem Zufallsexperiment die Ergebnismenge angeben.</p>	<p>Aufgabe 2 Gib für die Zufallsexperimente die Ergebnismenge an.</p> <table border="1" data-bbox="422 1230 1027 1630"> <thead> <tr> <th>Zufallsexperiment</th> <th>Ergebnismenge</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Werfen eines Würfels</td> <td>$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$</td> </tr> <tr> <td>Werfen einer Münze</td> <td>$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$</td> </tr> <tr> <td>Drehen des abgebildeten Glücksrads </td> <td>$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$</td> </tr> <tr> <td>Werfen eines Reißnagels</td> <td>$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$</td> </tr> </tbody> </table>	Zufallsexperiment	Ergebnismenge	Werfen eines Würfels	$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$	Werfen einer Münze	$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$	Drehen des abgebildeten Glücksrads 	$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$	Werfen eines Reißnagels	$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$	<p>😊 😐 ☹️ → S. 132</p>										
Zufallsexperiment	Ergebnismenge																					
Werfen eines Würfels	$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$																					
Werfen einer Münze	$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$																					
Drehen des abgebildeten Glücksrads 	$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$																					
Werfen eines Reißnagels	$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$																					

Schritt-für-Schritt-Erklärung

Im **Alltag** benutzen wir jeden Tag – bewusst oder unbewusst – Begriffe der Wahrscheinlichkeit wie **wahrscheinlich** oder **unwahrscheinlich**.

Zum Beispiel sagen wir, dass es unwahrscheinlich ist, dass es heute regnet, dass die Wahrscheinlichkeit „fünfzig-fünfzig“ ist, ob du nach der Schule noch zu einem Freund oder direkt nach Hause gehst oder, dass es ziemlich wahrscheinlich ist, dass du heute einen unangesagten Vokabeltest in Englisch schreiben musst.

Bei all diesen Beispielen gilt,

- dass man sich nicht sicher bzw. unsicher ist, bzw. dass das **Ereignis eintreten kann oder auch nicht**,
- dass die Einschätzung von der Person abhängt, die sie sagt, also rein persönlich bzw. **subjektiv** ist.

Deshalb sind solche Aussagen über die Wahrscheinlichkeit nicht objektiv und vergleichbar, da als Basis keine Daten zugrunde liegen.

Diese Form der „Alltagswahrscheinlichkeit“ ist deshalb **nicht** die Wahrscheinlichkeit, mit der du dich im Mathe-Unterricht beschäftigen musst.

Fachbegriffe

Was ist die mathematische Wahrscheinlichkeitsrechnung?

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung ist das Teilgebiet der Mathematik, das von der **Beschreibung zufälliger Ereignisse (Zufallsexperimente)** handelt und zur **Vorhersage künftiger Entwicklungen (Prognosen)** angewandt wird. Ziel dabei ist es, den Grad für das Eintreten eines Ereignisses, also die **Wahrscheinlichkeit messen bzw. berechnen** zu können.

Dieses Teilgebiet der Mathematik nennt man auch **Stochastik**.

Erste Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung stammen aus dem Bereich des **Glücksspiels**. Dort können Wahrscheinlichkeiten direkt berechnet werden. Diese Form der Wahrscheinlichkeit nennt man deshalb auch **klassische Wahrscheinlichkeit**.

Heute wird die Wahrscheinlichkeitsrechnung hauptsächlich dazu genutzt, um Umfrageergebnisse zu analysieren und zu beurteilen und um **Prognosen** zu erstellen. Dazu müssen in der Regel Daten erhoben und ausgewertet werden. Diese Form der Wahrscheinlichkeit nennt man deshalb auch **statistische Wahrscheinlichkeit**.

Aber egal, wie die Wahrscheinlichkeiten bestimmt werden, der mathematische Umgang damit ist in beiden Fällen der gleiche.

Schritt-für-Schritt-Erklärung

Fachbegriffe

Was ist ein Zufallsexperiment?

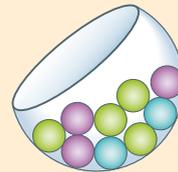
Mit einem **Zufallsexperiment** oder auch **Zufallsversuch** wird ein Vorgang mit **zufälligem Ausgang** bezeichnet. Jeder mögliche Ausgang heißt **Ergebnis**. Jedes Ergebnis wird mit einem **Großbuchstaben**, meist E, bezeichnet.

Deshalb muss bei jedem Zufallsexperiment gelten:

1. Der Vorgang ist (zumindest theoretisch) **beliebig oft durchführbar** und zwar immer **nach den gleichen Regeln**.
2. Es gibt mindestens **zwei (verschiedene) Ergebnisse**. Alle möglichen Ergebnisse können schon vor der Durchführung angegeben werden. Sie werden als **Ergebnismenge S** bezeichnet und aufgeschrieben.
3. Jedes Ergebnis ist **zufällig**, d.h. es kann nicht vorhergesagt werden.

Beispiele:

- a) Beim Würfeln mit einem (idealen) Würfel können die Augenzahlen von 1 bis 6 geworfen werden.
Die zugehörige Ergebnismenge ist $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.
- b) Aus der abgebildeten Urne wird eine Kugel gezogen.
Es gibt **grüne (g)**, **blaue (b)** und **lila (l)** Kugeln.
Die Ergebnismenge ist $S = \{g; b; l\}$.



Fachbegriffe

Was ist ein Zufallsgerät?

Wird ein Zufallsexperiment mit einem Hilfsmittel durchgeführt, nennt man dieses Hilfsmittel **Zufallsgerät**. Zufallsgeräte kommen insbesondere dann zum Einsatz, wenn im Alltag in Situationen mit einem zufälligen Ergebnis eine Entscheidung getroffen werden soll.

Beispiele: Würfel, Münze, Glücksrad, Lostrommel (wird auch Urne genannt)

Beachte:

Es herrscht nicht bei allen Zufallsgeräten **Chancengleichheit**. Beim Werfen eines Würfels haben alle Ergebnisse die gleiche Chance; deshalb spricht man häufig auch von einem **idealen** Würfel. Beim Werfen eines Reißnagels haben nicht alle Ergebnisse die gleiche Chance. Ein Reißnagel ist deshalb kein ideales Zufallsgerät.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1 ●○○○

Handelt es sich um ein Zufallsexperiment?

Kreuze ja oder nein an und begründe deine Entscheidung.

Situation	ja	nein	Begründung
Ein Kronkorken wird geworfen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Der Lehrer zählt ab und überprüft bei jedem fünften Schüler die Hausaufgaben.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Wette über den Ausgang eines Fußballspiels	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Frau Zeller gewinnt im Lotto.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Zwei Würfel werden geworfen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Das abgebildete Glücksrad wird gedreht.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	



Aufgabe 2 ●○○○

Gib für jedes Zufallsexperiment die Ergebnismenge an.

Zufallsexperiment		Ergebnismenge
Werfen einer Münze		$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$
Drehen des abgebildeten Glücksrads		$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$
Ziehen einer Kugel aus der Urne		$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$
Werfen eines Tetraederwürfels		$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$

Übungsaufgaben

Aufgabe 3 ●○○

a) Zeichne die zugehörigen Zufallsgeräte.

- Ein Glücksrad soll die Ergebnismenge $S = \{1; 2; 3; 4\}$ haben.
- Eine Urne soll die Ergebnismenge $S = \{\text{weiß}; \text{schwarz}\}$ haben.

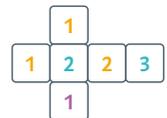
b) Gib ein passendes Zufallsexperiment für diese Ergebnismenge an.

- $S = \{\text{rot}; \text{blau}; \text{gelb}\}$
- $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$

Aufgabe 4 ●○○

Die Abbildung rechts zeigt das Netz eines Würfels. Gib jeweils die Ergebnismenge an.

- a) Es interessieren nur die Farben.
 b) Es interessieren nur die Zahlen.
 c) Es interessieren die Farben und die Zahlen.



Aufgabe 5 ●●○

Gib für jedes Zufallsexperiment die Ergebnismenge an.

Zufallsexperiment		Ergebnismenge
a) Zwei Münzen werden geworfen.		$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$
b) Aus der Urne werden zwei Kugeln gezogen.		$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$
c) Der Tetraederwürfel wird zweimal geworfen.		$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$

Aufgabe 6 ●●○

Im Unterricht erhalten die Schüler Kärtchen mit Zahlen.

- a) Lewin zieht eine Karte. Schreibe die zugehörige Ergebnismenge auf.
 b) Finn dreht zwei Kärtchen gleichzeitig um und bildet die Summe.
 Schreibe die zugehörige Ergebnismenge auf.



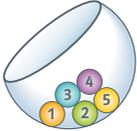
Aufgabe 7 ●○○

Bei welchem der Zufallsgeräte herrscht Chancengleichheit? Kreuze an.

- Münze Reißnagel Flaschendeckel
 Tetraederwürfel Bierdeckel

Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten – Laplace-Experimente

Kompetenzcheck

Ich kann ...	Aufgabe	Ergebnis
<p>... erklären, was ein Laplace-Experiment ist.</p>	<p>Aufgabe 1 Bei welchen Zufallsexperimenten handelt es sich um Laplace-Experimente? Kreuze an.</p> <p><input type="checkbox"/> Ein Tetraederwürfel wird geworfen.</p> <p><input type="checkbox"/> Auf den Ausgang eines Fußballspiels wird gewettet.</p> <p><input type="checkbox"/> Mit einem Legostein wird gewürfelt.</p> <p><input type="checkbox"/> Das abgebildete Glücksrad wird gedreht.</p> 	 <p>→ S. 133</p>
<p>... Wahrscheinlichkeiten von Laplace-Experimenten berechnen.</p>	<p>Aufgabe 2 Bestimme die Wahrscheinlichkeiten für die Ergebnisse.</p> <p>a) Beim Würfeln wird eine 2 geworfen. $P(2) = \underline{\hspace{2cm}}$</p> <p>b) Beim abgebildeten Glücksrad wird „Blume“ gedreht. $P(\text{„Blume“}) = \underline{\hspace{2cm}}$</p> <p>c) Aus der Urne wird eine 1 gezogen. $P(1) = \underline{\hspace{2cm}}$</p>  	 <p>→ S. 133</p>

Schritt-für-Schritt-Erklärung

Fachbegriffe

Was ist ein Laplace-Experiment?

Laplace-Experimente sind nach dem französischen Mathematiker Pierre Simon Marquis de Laplace (1749 – 1849) benannt, der sich intensiv mit der Wahrscheinlichkeitstheorie, besonders auch im Zusammenhang mit Glücksspielen, beschäftigte. Deshalb heißt ein Zufallsexperiment, bei dem **alle möglichen Ergebnisse** die gleiche Chance haben, also **gleichwahrscheinlich** sind, **Laplace-Experiment**. Mögliche **Zufallsgeräte** (auch Spielgeräte genannt) eines Laplace-Experiments sind z.B. eine Münze, ein Würfel oder ein Glücksrad mit gleich großen Feldern.

So gehst du vor

So erkennst du, ob es sich bei einem Zufallsexperiment um ein Laplace-Experiment handelt:

Überprüfe das Zufallsgerät. Alle (**idealen**) **Würfel** und **Münzen** sind gleichwahrscheinlich und gehören demzufolge zu einem Laplace-Experiment. Bei anderen Wurfgeräten wie z.B. einem Legostein musst du überlegen, auf welche Seiten der „**Würfel**“ fallen kann und ob er ungefähr gleich oft auf jede Seite fällt.

Damit bei **Glücksrädern** alle Ergebnisse gleichwahrscheinlich sind, müssen alle Felder gleich groß sein.

In einer **Urne** müssen alle Kugeln gleich groß sein und jede Kugel darf nur einmal vorkommen.

Beispiele:

Laplace-Experiment

ideale Würfel, Tetraederwürfel, Oktaederwürfel

kein Laplace-Experiment

andere Würfel, die nicht gleichmäßig sind, z.B. Legostein, Reißnagel



Was ist die Wahrscheinlichkeit eines Laplace-Experiments?

Fachbegriffe

Bei Laplace-Experimenten sind alle Ergebnisse gleichwahrscheinlich.

Deshalb gilt für die Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses E, dass es

1 Möglichkeit aus allen Möglichkeiten ist.

Als Formel schreibt man dafür:

$$P(E) = \frac{1}{\text{Anzahl aller Ergebnisse}}$$

sprich:

„Die Wahrscheinlichkeit von E ist ...“

Schritt-für-Schritt-Erklärung

Fachbegriffe

Beispiel: Werfen einer Münze

Beim Werfen einer Münze gibt es zwei Möglichkeiten, wie die Münze fallen kann, nämlich „Kopf“ (K) oder „Zahl“ (Z).

Beide Ergebnisse sind gleichwahrscheinlich. Das heißt, einer von zwei möglichen Fällen ist „Kopf“, einer ist „Zahl“.

Also gilt: $P(K) = \frac{1}{2}$ und $P(Z) = \frac{1}{2}$

Die Wahrscheinlichkeit, „Kopf“ zu werfen, ist also $\frac{1}{2}$.



*p bzw. P von
engl. probability
= Wahrscheinlichkeit*

Was muss man beim Umgang mit Wahrscheinlichkeiten beachten?

- Wahrscheinlichkeiten sind Anteile und können deshalb als **Bruch, Dezimalzahl** oder in **Prozent** geschrieben werden.
- Die Wahrscheinlichkeit für ein Ergebnis ist **größer oder gleich null**.
- Da alle möglichen Ergebnisse das ganze Zufallsexperiment bilden, ist die **Summe der Wahrscheinlichkeit** aller Ergebnisse $\frac{1}{1} = 1$ oder **100%**.

So gehst du vor

So kannst du die Wahrscheinlichkeit eines Laplace-Experiments bestimmen:

1. Schreibe die Ergebnismenge S auf.
2. Zähle, aus wie vielen Ergebnissen das Zufallsexperiment besteht.
Diese Zahl kommt in den Nenner.
3. Schreibe die Wahrscheinlichkeit mathematisch korrekt auf:

$$P(E) = \frac{1}{\text{Anzahl aller möglicher Ergebnisse}}$$

Beispiele:

Zufallsexperiment	Ergebnismenge S	Anzahl der Ergebnisse	Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses: P(E)
Werfen eines (idealen) Würfels	$S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$	6	$\frac{1}{6} \approx 0,167 = 16,7\%$
Drehen des abgebildeten Glücksrads 	$S = \{\text{green star}; \text{yellow crown}; \text{blue star}; \text{pink heart}\}$	4	$\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$
Werfen von zwei Münzen	$S = \{KK; KZ; ZK; ZZ\}$	4	$\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$

Übungsaufgaben

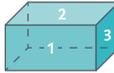
Aufgabe 8 ●○○○

Bei welchem Zufallsexperiment handelt es sich um ein Laplace-Experiment?
Kreuze an.

Der abgebildete Würfel (Ikosaeder-Würfel) wird geworfen.



Mit einem Quader wird gewürfelt.



Aus der Urne wird eine Kugel gezogen.



Aus der Urne wird eine Kugel gezogen.



Aufgabe 9 ●○○○

Gib die Ergebnismenge an.

a)		Das abgebildete Glücksrad wird einmal gedreht.	$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$
b)		Das abgebildete Glücksrad wird einmal gedreht.	$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$
c)		Aus der Urne wird einmal gezogen.	$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$
d)		Das abgebildete Glücksrad wird zweimal gedreht.	$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$
e)		Aus der Urne wird zweimal gezogen.	$S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$

Aufgabe 10 ●○○○

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei dem jeweiligen Glücksrad Krone zu drehen?

a)



b)



c)



Aufgabe 11 ●○○○

Gegeben ist ein Skatspiel mit 32 Karten.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ergebnisse?

Ziehen von

- A: Herz-Dame
- B: Karo-Sieben
- C: Kreuz-As



Aufgabe 12 ●○○○

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, eine 1 zu würfeln?

a)



b)



c)

