



HERBERT UTZ VERLAG WISSENSCHAFT

FORSCHUNGSBERICHTE

318

Klemens Konrad Niehues
Identifikation linearer Dämpfungsmodelle
für Werkzeugmaschinenstrukturen

Klemens Konrad Niehues

**Identifikation linearer Dämpfungsmodelle für
Werkzeugmaschinenstrukturen**

Herbert Utz Verlag · München 2016

Forschungsberichte IWB
Band 318

Ebook (PDF)-Ausgabe:
ISBN 978-3-8316-7229-5 Version: 1 vom 02.06.2016
Copyright© Herbert Utz Verlag 2016

Alternative Ausgabe: Softcover
ISBN 978-3-8316-4568-8
Copyright© Herbert Utz Verlag 2016

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Lehrstuhl für
Werkzeugmaschinen und Fertigungstechnik

Identifikation linearer Dämpfungsmodelle für Werkzeugmaschinenstrukturen

Klemens Konrad Niehues

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der
Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Gra-
des eines

Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Gunther Reinhart

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Michael Zäh
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Christian Brecher,
RWTH Aachen

Die Dissertation wurde am 21.09.2015 bei der Technischen Universität
München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am
24.11.2015 angenommen.

Klemens Konrad Niehues

**Identifikation linearer Dämpfungsmodelle
für Werkzeugmaschinenstrukturen**



Herbert Utz Verlag · München

Forschungsberichte IWB

Band 318

Zugl.: Diss., München, Techn. Univ., 2015

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek: Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Entnahme von Abbildungen, der Wiedergabe auf fotomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben – auch bei nur auszugsweiser Verwendung – vorbehalten.

Copyright © Herbert Utz Verlag GmbH · 2016

ISBN 978-3-8316-4568-8

Printed in Germany
Herbert Utz Verlag GmbH, München
089-277791-00 · www.utzverlag.de

Geleitwort der Herausgeber

Die Produktionstechnik ist für die Weiterentwicklung unserer Industriegesellschaft von zentraler Bedeutung, denn die Leistungsfähigkeit eines Industriebetriebes hängt entscheidend von den eingesetzten Produktionsmitteln, den angewandten Produktionsverfahren und der eingeführten Produktionsorganisation ab. Erst das optimale Zusammenspiel von Mensch, Organisation und Technik erlaubt es, alle Potentiale für den Unternehmenserfolg auszuschöpfen.

Um in dem Spannungsfeld Komplexität, Kosten, Zeit und Qualität bestehen zu können, müssen Produktionsstrukturen ständig neu überdacht und weiterentwickelt werden. Dabei ist es notwendig, die Komplexität von Produkten, Produktionsabläufen und -systemen einerseits zu verringern und andererseits besser zu beherrschen.

Ziel der Forschungsarbeiten des *iwb* ist die ständige Verbesserung von Produktentwicklungs- und Planungssystemen, von Herstellverfahren sowie von Produktionsanlagen. Betriebsorganisation, Produktions- und Arbeitsstrukturen sowie Systeme zur Auftragsabwicklung werden unter besonderer Berücksichtigung mitarbeiterorientierter Anforderungen entwickelt. Die dabei notwendige Steigerung des Automatisierungsgrades darf jedoch nicht zu einer Verfestigung arbeitsteiliger Strukturen führen. Fragen der optimalen Einbindung des Menschen in den Produktentstehungsprozess spielen deshalb eine sehr wichtige Rolle.

Die im Rahmen dieser Buchreihe erscheinenden Bände stammen thematisch aus den Forschungsbereichen des *iwb*. Diese reichen von der Entwicklung von Produktionssystemen über deren Planung bis hin zu den eingesetzten Technologien in den Bereichen Fertigung und Montage. Steuerung und Betrieb von Produktionssystemen, Qualitätssicherung, Verfügbarkeit und Autonomie sind Querschnittsthemen hierfür. In den *iwb* Forschungsberichten werden neue Ergebnisse und Erkenntnisse aus der praxisnahen Forschung des *iwb* veröffentlicht. Diese Buchreihe soll dazu beitragen, den Wissenstransfer zwischen dem Hochschulbereich und dem Anwender in der Praxis zu verbessern.

Gunther Reinhart

Michael Zäh

Vorwort des Verfassers

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Werkzeugmaschinen und Betriebswissenschaften (*iwb*) der Technischen Universität München. Herrn Prof. Dr.-Ing. Michael Zäh und Herrn Prof. Dr.-Ing. Gunther Reinhart, den Leitern dieses Instituts, gilt mein besonderer Dank für die wohlwollende Förderung und großzügige Unterstützung meiner Arbeit. Bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Christian Brecher, dem Leiter des Lehrstuhls für Werkzeugmaschinen am Werkzeugmaschinenlabor WZL der RWTH Aachen, möchte ich mich herzlich für die Übernahme des Korreferats und die aufmerksame Durchsicht der Arbeit bedanken.

Darüber hinaus bedanke ich mich bei Matthias Waibel, der meinen Einstieg am *iwb* unterstützt hat, meinem Mentor Daniel Siedl sowie allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Instituts für die angenehme und konstruktive Arbeitsatmosphäre. Besonders hervorheben möchte ich Stefan Schwarz, Christian Rebelein, Saskia Reinhardt, Tobias Maier, Oliver Rösch sowie die gesamte Themengruppe Werkzeugmaschinen des *iwb*, die mir in zahlreichen Diskussionen während der gemeinsamen Institutszeit mit Rat und Tat zur Seite gestanden haben. Bedanken möchte ich mich auch bei den Studierenden, die meine Forschung in Form von Studienarbeiten mit regem Interesse und tatkräftigem Engagement begleitet haben. Zudem danke ich der deutschen Forschungsgemeinschaft sowie sämtlichen Mitgliedern der DFG-Forschergruppe „Dämpfungseffekte in Werkzeugmaschinen“ für die Unterstützung und die angenehme Zusammenarbeit. Mein großer Dank gebührt Sophie Solchenbach, Stefan Schwarz, Christian Rebelein sowie meiner Mutter, Monika Niehues, die mit ihrer kritischen Begutachtung des Manuskripts wesentlich zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben.

Vor allem aber möchte ich Sophie, meinen Eltern Monika und Johannes, meinem Bruder Daniel und seiner Frau Christina, meinem Opa Konrad sowie meiner gesamten Familie und meinen Freunden danken, die immer an mich geglaubt und mir so den nötigen Rückhalt bei der Anfertigung dieser Arbeit gegeben haben.

München, im Januar 2016

Klemens Niehues

In Gedenken an eine verstorbene Freundin

Inhalt

Abkürzungsverzeichnis	V
Verzeichnis der Formelzeichen	VII
1 Einleitung	1
2 Stand der Technik	5
2.1 Auslegung von Werkzeugmaschinen	5
2.2 Allgemeines zur Dämpfungsmodellierung	8
2.2.1 Dämpfungsarten	8
2.2.2 Dämpfungsmodelle	9
2.2.3 Modellierungsbegriffe	14
2.3 Theoretische Modelle und Identifikationsansätze	15
2.3.1 Lineare Dämpfungsmodelle	15
2.3.2 Dämpfungsmessung	23
2.3.3 Identifikation von Dämpfungsmatrizen	27
2.4 Dämpfungsmodellierung bei Werkzeugmaschinen	30
2.4.1 Übersicht	30
2.4.2 Strukturdämpfung	31
2.4.3 Werkstoffdämpfung	34
2.4.4 Fugendämpfung	37
2.4.5 Dämpfung von Maschinenelementen	42
2.5 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen	49
3 Zielsetzung und Vorgehensweise	51
3.1 Ziel der Arbeit	51
3.2 Vorgehensweise	53
4 Modellierungs- und Identifikationsmethodik	55
4.1 Problemstellung und Lösungsansatz	55
4.2 Superposition von Dämpfungsgradanteilen	57
4.2.1 Modellannahmen	57
4.2.2 Simulierte Dämpfungswirkung	64
4.2.3 Identifikationsprinzip	69

4.3	Vorgehensmethodik für reale Strukturen	74
4.3.1	Übersicht	74
4.3.2	Festlegung der Montagezustände	76
4.3.3	Dämpfungsmodellierung	79
4.3.4	Parameteridentifikation	83
4.3.5	Validierung	87
4.4	Einbeziehung modaler Messdaten	90
4.4.1	Änderungen im Identifikationsprozess	90
4.4.2	Angepasste Parameteridentifikation	92
4.5	Schlussbetrachtung	97
5	Erweiterungen und Grenzen des Superpositionsprinzips	99
5.1	Allgemeines	99
5.2	Berücksichtigung von Unsicherheiten	100
5.2.1	Unsichere Parameter	100
5.2.2	Fehlerfortpflanzung	101
5.2.3	Monte-Carlo-Methode	102
5.3	Einfluss nicht-proportionaler Dämpfungsanteile	108
5.3.1	Komplexwertigkeit der Eigenvektoren	108
5.3.2	Auswirkungen auf den Frequenzgang	114
5.4	Schlussbetrachtung	118
6	Experimentelle Dämpfungsgradbestimmung	119
6.1	Allgemeines	119
6.2	Einflüsse des Versuchsaufbaus	120
6.2.1	Aufstellung und Aufhängung	120
6.2.2	Aktoren und Sensoren	129
6.3	Messdatenauswertung	133
6.3.1	Identifikation kleiner Dämpfungsgrade	133
6.3.2	Dämpfungsgradbestimmung bei Nichtlinearitäten	141
6.4	Handlungsempfehlungen	149
7	Anwendungsbeispiel	151
7.1	Vorgehensweise	151
7.2	Aufstellung und Material	153
7.2.1	Strukturkomponenten auf Federn	153
7.2.2	Maschinenbett auf Kugeln	158
7.2.3	Maschinenbett auf Keilschuhen	164
7.3	Verschraubte Fugen	165
7.3.1	Führungsschienen und Lagerböcke	165
7.3.2	Maschinenständer	167

7.4	Linearachse	169
7.4.1	Führungsschuhe	169
7.4.2	Kugelgewindetrieb	172
7.5	Gesamtmaschine	178
7.6	Bewertung der Simulationszeiten	185
7.7	Schlussbetrachtung	189
8	Zusammenfassung und Ausblick	193
8.1	Zusammenfassung	193
8.2	Ausblick	195
A	Anhang	197
A.1	Aufstellung eines modalen Zustandsraummodells	197
A.2	Frequenzabhängigkeit allgemein linearer Dämpfungsmodelle . .	199
A.3	Modelldaten der verwendeten Drei-Massen-Schwinger	201
A.4	Identifikation am Beispiel eines Prüfstandes	202
A.5	Grundlagen der Fehlerfortpflanzung	204
A.6	Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes	207
A.6.1	Identifikation einer Dissipationsquelle	207
A.6.2	Identifikation mehrerer Dissipationsquellen	210
A.7	Untersuchte Montagezustände	211
A.8	Überprüfung der Messdaten auf Korrelation	212
A.9	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen	213
A.10	Verzeichnis betreuter Studienarbeiten	214
	Literaturverzeichnis	215

Abkürzungsverzeichnis

Abkürzung	Bedeutung
Abb.	Abbildung
CE	complex-exponential
CZT	Chirp-Z-Transformation
DGL	Differenzialgleichung
DMS	Drei-Massen-Schwinger
dämpf.	dämpfend
DFT	diskrete Fourier-Transformation
EMS	Ein-Massen-Schwinger
EHD	elasto-hydrodynamisch
FE	Finite-Elemente
FEM	Finite-Elemente-Methode
FFT	Fast-Fourier-Transformation
FRAC	Frequency Response Assurance Criterion
FRF	Frequency Response Function
Gl.	Gleichung
GUM	Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement
hyst.	hysteretisch
Imp.	Impedanz
KGT	Kugelgewindetrieb
log.	logarithmisch
LSCF	Least-Squares-Complex-Frequency-Domain
LSEC	Least-Squares-Exponential-Complex
MAC	Modal Assurance Criterion
max	Maximum
min	Minimum
MDOF	Multi-Degree-of-Freedom
MKS	Mehrkörpersystem

MPC	Multi Point Constraint
MSC	Mode-Shape-Complexity-Kriterium
MZ	Montagezustand
RBE	Rigid Body Element
SDOF	Single-Degree-of-Freedom
Tab.	Tabelle
visk.	viskos
ZMS	Zwei-Massen-Schwinger
ZRM	Zustandsraummodell

Verzeichnis der Formelzeichen¹

Notation

Symbol	Bedeutung
$\{0\}; [0]$	Null-Vektor bzw. Null-Matrix
$\dot{x}$	erste Ableitung von x nach der Zeit
$\ddot{x}$	zweite Ableitung von x nach der Zeit
$\bar{x}$	Amplitude von x
$\bar{x}$	Mittelwert von x
$[\]$	Matrix
$[]^T; \{ \}^T$	Transponierte einer Matrix oder eines Vektors
$[]^*; \{ \}^*; ()^*$	konjugiert Komplexe einer Matrix, eines Vektors oder eines Einzelelementes
$[]^H; \{ \}^H$	konjugiert komplex Transponierte einer Matrix oder eines Vektors
$[]^{-1}$	Inverse einer Matrix
$\{ \}$	Vektor
$\begin{bmatrix} \diagup & \\ & \diagdown \end{bmatrix}$	Diagonalmatrix
$ \ $	Betrag
$\ \ \ _{\bar{F}}$	Frobeniusnorm
sgn	Signum-Funktion
$\oint$	Kurvenintegral

¹Die Einheiten beziehen sich i. d. R. auf die translatorischen Freiheitsgrade.

Lateinische Buchstaben

Größe	Bedeutung
$\hat{a}$	Koeffizienten von $[\hat{A}]$
$\tilde{a}$	halbe Breite einer Rechteckverteilung
a'	untere Grenze einer Rechteckverteilung
$\check{a}$	Parameter von $\check{U}(t)$
a_r	r -tes Diagonalelement der diagonalisierten Matrix $[A]$
${}_r A_{jk}$	modale Konstante des Nachgiebigkeitsfrequenzganges $\alpha_{jk}(\omega)$ für die r -te Mode in kg^{-1}
$A(\omega)$	Beschleunigbarkeit in $\text{m s}^{-2} \text{ N}^{-1}$
$[A]$	Matrix des quadratischen Eigenwertproblems im Zustandsraum
$[\hat{A}]$	Matrix des linearen Gleichungssystems $[\hat{A}]\{\hat{x}\} = \{\hat{b}\}$
$[\tilde{A}]$	Systemmatrix für ein Zustandsraummodell mit modalen Koordinaten
b'	obere Grenze einer Rechteckverteilung
$\check{b}$	Parameter von $\check{U}(t)$
b_r	r -tes Diagonalelement der diagonalisierten Matrix $[B]$
$\{\hat{b}\}$	Spaltenvektor mit den absoluten Gliedern des linearen Gleichungssystems $[\hat{A}]\{\hat{x}\} = \{\hat{b}\}$
$\{\tilde{b}_{mr}\}$	r -te Zeile von $[\tilde{B}_m]$
$\hat{B}_i$	beobachtete Häufigkeiten einer empirischen Häufigkeitsverteilung
$[B]$	Matrix des quadratischen Eigenwertproblems im Zustandsraum
$[\tilde{B}]$	gesamte Eingangsmatrix für ein Zustandsraummodell mit modalen Koordinaten
$[\tilde{B}_m]$	modale Eingangsmatrix für ein Zustandsraummodell mit modalen Koordinaten
$[\tilde{B}_E]$	Eingangsmatrix für ein Zustandsraummodell mit modalen Koordinaten
$\hat{c}$	massennormierte modale viskose Dämpfung der r -ten Mode in s^{-1}
$\tilde{c}$	Dämpfungskonstante eines viskosen Dämpfer-Elementes in N s m^{-1}

c'	Faktor
$\check{c}$	Parameter von $\check{U}(t)$
$\tilde{c}_{\hat{E}}$	äquivalente Ersatzdämpfungskonstante in N s m^{-1}
c_r	nicht normierte modale viskose Dämpfung der r -ten Mode in N s m^{-1}
$\hat{c}_{\hat{N}l}$	Dämpfungseintrag der r -ten Zeile und der l -ten Spalte mit $r \neq l$ von $[\hat{C}_m]$ bzw. $[\hat{C}_{m\hat{N}}]$ in s^{-1}
$\tilde{c}_{\hat{P}}$	Dämpfungskonstante des Prüfbjektes in N s m^{-1}
$\tilde{c}_{xz}$	gemeinsame Dämpfungskonstante für die x - und z -Richtung in N s m^{-1}
$\tilde{c}_y$	Dämpfungskonstante in y -Richtung in N s m^{-1}
$[C]$	viskose Dämpfungsmatrix in N s m^{-1}
$[\tilde{C}]$	gesamte Ausgangsmatrix für ein Zustandsraummodell mit modalen Koordinaten
$[\acute{C}]$	identifizierte viskose Dämpfungsmatrix in N s m^{-1}
$[\tilde{C}_{A\tilde{v}}]$	Ausgangsmatrix der Geschwindigkeit für ein Zustandsraummodell mit modalen Koordinaten
$[\tilde{C}_{A\tilde{x}}]$	Ausgangsmatrix des Weges für ein Zustandsraummodell mit modalen Koordinaten
$[C_m]$	nicht normierte modale viskose Dämpfungsmatrix in N s m^{-1}
$[\hat{C}_m]$	massennormierte modale viskose Dämpfungsmatrix in s^{-1}
$[\hat{C}_{m\hat{D}}]$	massennormierte modale viskose Dämpfungsmatrix mit ausschließlich Diagonalelementen in s^{-1}
$[\hat{C}_{m\hat{N}}]$	massennormierte modale viskose Dämpfungsmatrix mit ausschließlich Nebendiagonalelementen in s^{-1}
$[\tilde{C}_{m\tilde{v}}]$	modale Ausgangsmatrix der Geschwindigkeit für ein Zustandsraummodell mit modalen Koordinaten
$[\tilde{C}_{m\tilde{x}}]$	modale Ausgangsmatrix des Weges für ein Zustandsraummodell mit modalen Koordinaten
$\tilde{d}$	Dämpfungskoeffizient eines hysteretischen Dämpfer-Elementes in N m^{-1}
$\check{d}$	Parameter von $\check{U}(t)$
d_r	nicht normierte modale hysteretische Dämpfung der r -ten Mode in N m^{-1}

$\hat{d}_{\hat{N}rl}$	Dämpfungseintrag der r -ten Zeile und der l -ten Spalte von $[\hat{D}_{mN}]$ in s^{-2}
$[D]$	hysteretische Dämpfungsmatrix in $N\ m^{-1}$
$[D_m]$	nicht normierte modale hysteretische Dämpfungsmatrix in $N\ m^{-1}$
$[\hat{D}_m]$	massennormierte modale hysteretische Dämpfungsmatrix in s^{-2}
$[\hat{D}_{m\hat{D}}]$	massennormierte modale hysteretische Dämpfungsmatrix mit ausschließlich Diagonalelementen in s^{-2}
$[\hat{D}_{m\hat{N}}]$	massennormierte modale hysteretische Dämpfungsmatrix mit ausschließlich Nebendiagonalelementen in s^{-2}
e_{CZT}	Fehler von ζ_{CZT} in %
$e_{\dot{C}}$	Fehler der identifizierten Dämpfungsmatrix in %
e_{FFT}	Fehler von ζ_{FFT} in %
e_H	Fehler des Dämpfungsgrades aufgrund der Hauptdämpfungshypothese in %
e_{LMS}	Fehler von ζ_{LMS} in %
$e_{\hat{R}}$	maximale Abweichung zwischen den Beträgen eines reellwertigen und eines komplexwertigen Eigenvektors in %
e_{α}	Fehler des Nachgiebigkeitsfrequenzganges durch die Hauptdämpfungshypothese in %
$e_{ \alpha_p }$	relativer Amplitudenfehler des modal synthetisierten Frequenzganges in %
$e_{\zeta r}$	Fehler des simulierten Dämpfungsgrades der r -ten Mode in %
$e_{qr}(\omega)$	modaler Fehler des Nachgiebigkeitsfrequenzganges der r -ten Mode durch die Hauptdämpfungshypothese
E	Elastizitätsmodul in $N\ m^{-2}$
$\hat{E}_i$	erwartete Häufigkeiten einer angenommenen Verteilung
$E'(x'_i)$	Erwartungswert von x'_i
$\{E'(x'_i)\}$	Vektor mit den Erwartungswerten $E'(x'_i)$
f	Frequenz in Hz
$f_{\hat{a}}$	Abtastfrequenz in Hz
f_l	l -te Frequenzlinie in Hz
Δf	Frequenzauflösung in Hz

f'	Funktionsbeziehung zwischen der Messgröße Y' und den Eingangsgrößen X'_i sowie zwischen dem Ausgangsschätzwert y' und den Eingangsschätzwerten x'_i
f_r	r -te Eigenfrequenz in Hz
f_{Signal}	obere Grenze des nutzbaren Frequenzspektrums
$f(t)$	harmonische Anregung in N
$f(x)$	Kraft in Abhängigkeit vom Weg in N
$\{f(t)\}$	Kraftvektor in N
$\{\tilde{f}(t)\}$	Anregungsvektor des allgemein viskos gedämpften Systems in N
F	aktuelle Kraft der harmonischen Anregung in N
F'	allgemeine Funktion
$\overline{F}$	harmonische Anregungsamplitude in N
$F_{\tilde{D}}$	nichtlineare Dämpferkraft in N
$\overline{F}_k$	harmonische Anregungsamplitude an der Anregungsstelle k in N
$F_{\tilde{N}}$	Normalkraft in N
$F(f)$	Fourier-Transformierte von $f(t)$ in N
$F(t)$	Kraft in Abhängigkeit von t in N
$F(x)$	Rückstellkraft in Abhängigkeit von x in N
$\{\overline{F}\}$	Vektor der harmonischen Anregungsamplituden in N
$\{F(\omega)\}$	Kraftvektor $\{f(t)\}$ im Frequenzbereich in N
g	Funktion
$\tilde{g}(\hat{\xi})$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von $\hat{\xi}$
$g(t)$	Signal im Zeitbereich
$g(\omega)$	Funktion abhängig von der Kreisfrequenz
G'	allgemeine Funktion
$G(f)$	Fourier-Transformierte von $g(t)$
$\hat{G}(f)$	gespiegeltes Frequenzspektrum
$H_1(f)$	verbesserte Frequenzgangsschätzung für Antiresonanzen
$H_2(f)$	verbesserte Frequenzgangsschätzung für Resonanzen
$H_{jk}(\omega)$	einzelner Frequenzgang zwischen der Antwortstelle j und der Anregungsstelle k
$\{H_{jk}(\omega)\}_M$	gemessener Frequenzgangsvektor zwischen der Antwortstelle j und der Anregungsstelle k

$\{H_{jk}(\omega)\}_S$	simulierter Frequenzgangsvektor zwischen der Antwortstelle j und der Anregungsstelle k
i	imaginäre Einheit ($\sqrt{-1}$)
$[I]$	Einheitsmatrix
J	Dämpfungskoeffizient
$\tilde{k}$	Steifigkeit eines Feder-Elementes in N m^{-1}
k'	Erweiterungsfaktor
$\tilde{k}_n$	Steifigkeit eines hysteretischen Feder-Dämpfer-Elementes für die n -te Dissipationsquelle in N m^{-1}
$\tilde{k}_{\bar{P}}$	Steifigkeit des Prüfobjektes in N m^{-1}
k_r	modale Steifigkeit der r -ten Mode in N m^{-1}
$\tilde{k}_{\bar{R}}$	Steifigkeit des Referenzobjektes in N m^{-1}
$\tilde{k}_x$	Steifigkeit eines Feder-Elementes in x -Richtung in N m^{-1}
$\tilde{k}_y$	Steifigkeit eines Feder-Elementes in y -Richtung in N m^{-1}
$\tilde{k}_z$	Steifigkeit eines Feder-Elementes in z -Richtung in N m^{-1}
K_{jk}^R	residuale Steifigkeit eines synthetisierten Nachgiebigkeitsfrequenzganges $\alpha_{jk}(\omega)$ in N m^{-1}
$[K]$	reellwertige Steifigkeitsmatrix in N m^{-1}
$[K_e]$	reellwertige Steifigkeitsmatrix der hysteretisch dämpfenden Volumenelemente in N m^{-1}
$[K_m]$	modale Steifigkeitsmatrix in N m^{-1}
l	ganze Zahl
L	Anzahl unkorrelierter Größen
$\tilde{m}$	Masse in kg
$\hat{m}_1$	untere Grenze der berücksichtigten Moden eines synthetisierten Nachgiebigkeitsfrequenzganges $\alpha_{jk}(\omega)$
$\hat{m}_2$	obere Grenze der berücksichtigten Moden eines synthetisierten Nachgiebigkeitsfrequenzganges $\alpha_{jk}(\omega)$
m_r	modale Masse der r -ten Mode in kg
M'	Anzahl der Monte-Carlo-Versuche (Ziehungen)
M_{jk}^R	residuale Masse eines synthetisierten Nachgiebigkeitsfrequenzganges $\alpha_{jk}(\omega)$ in kg
MSC_r	Mode-Shape-Complexity-Kriterium für die r -te Mode
$[M]$	Massenmatrix in kg
$[M_m]$	modale Massenmatrix in kg
$\hat{n}$	Anzahl der Beobachtungen

$\tilde{n}$	ganze Zahl
N	Anzahl der Systemfreiheitsgrade
$\hat{N}$	Anzahl der Eingangsgrößen X'_i von Y'
$\tilde{N}$	Anzahl der diskreten Abtastwerte im Messfenster $\hat{T}$
N_A	Anzahl der Ausgänge
$N_{\bar{A}}$	Anzahl der Aufstellelemente
N_D	Anzahl der Dissipationsquellen
N_E	Anzahl der Eingänge
$N_{\hat{F}}$	Anzahl der Freiheitsgrade beim Chi-Quadrat-Test
N_K	Anzahl der verwendeten Balken beim Chi-Quadrat-Test
N_l	Anzahl der berücksichtigten Summenglieder
$N_{\hat{M}}$	Anzahl der berücksichtigten Moden
$N_{\hat{Z}}$	Anzahl der Zwangsbedingungen beim Chi-Quadrat-Test
$\bar{o}'$	Mittelwert von o'_i
o'_i	Zufallsgröße
p	Eigenwerte des hysteretisch und viskos gedämpften Systems
p'	Überdeckungswahrscheinlichkeit
$\hat{p}_i$	positiver oder negativer ganzzahliger Exponent
p_r	Eigenwert der r -ten Mode des hysteretisch und viskos gedämpften Systems
P'	Wahrscheinlichkeit
P_n	allgemeiner Dämpfungsparameter der n -ten Dissipationsquelle ($\tilde{c}_n$, $\tilde{\eta}_n$ oder $\hat{\eta}_n$)
q	Modalkoordinate in $\text{m kg}^{0.5}$ (bei Massennormierung), in m (bei nicht normierten Eigenvektoren)
$\bar{q}'$	arithmetischer Mittelwert von q'_l
q'_l	zufällig schwankende Größe
$q_{pr}(\omega)$	Modalkoordinate der r -ten Mode für den proportionalen Fall
$q_r(\omega)$	Modalkoordinate der r -ten Zeile von $\{q(\omega)\}$
$\{q(t)\}$	zeitlicher Vektor der modalen Koordinaten
$\{q(\omega)\}$	Vektor der Modalkoordinaten im Frequenzbereich
Q'_l	unkorrelierte Eingangsgröße
r	Mode

r'	Index für den Zufallszahlenvektor $\{x'_Z\}$
$\hat{r}(x'_i, x'_l)$	geschätzter Korrelationskoeffizient zu x'_i und x'_l
$[\hat{R}]$	obere Dreiecksmatrix
$R'(0, 1)$	Standard-Rechteckverteilung über dem Intervall $[0, 1]$
$R'(a', b')$	Rechteckverteilung über dem Intervall $[a', b']$
s	Laplace-Variable
s_r	r -ter Eigenwert eines allgemein viskos gedämpften Systems
$\hat{s}(q'_l)$	empirische Standardabweichung
$\hat{s}^2(q'_l)$	empirische Varianz
$\hat{s}^2(\bar{q}'_l)$	geschätzte Varianz des Mittelwertes $\bar{q}'$
$\hat{s}(o'_i, z'_i)$	geschätzte Kovarianz von o'_i und z'_i
$\hat{s}(\bar{o}', \bar{z}')$	geschätzte Kovarianz der Mittelwerte $\bar{o}'$ und $\bar{z}'$
$S_{\hat{f}\hat{f}}$	Autoleistungsspektrum von $F(f)$ in N^2
$S_{\hat{f}\hat{x}}$	Kreuzleistungsspektrum von $F(f)$ und $X(f)$ in N m
$S_{\hat{x}\hat{f}}$	Kreuzleistungsspektrum von $X(f)$ und $F(f)$ in N m
$S_{\hat{x}\hat{x}}$	Autoleistungsspektrum von $X(f)$ in m^2
t	Zeit in s
$t_{\tilde{n}}$	$\tilde{n}$ -ter Zeitschritt in s
$\hat{T}$	Länge des Zeitsignals in s
$\hat{u}(x'_i)$	Standardunsicherheit von x'_i
$\hat{u}_c(y')$	kombinierte Standardunsicherheit von y'
$\hat{u}^2(q'_i)$	geschätzte Varianz von q'_i
$\hat{u}^2(x'_i)$	geschätzte Varianz von x'_i
$\hat{u}^2_c(y')$	kombinierte Varianz von y'
$\hat{u}_c(y')/ y' $	relative kombinierte Standardunsicherheit von y'
$(\hat{u}(x'_i)/x'_i)^2$	geschätzte relative Varianz von x'_i
$(\hat{u}_c(y')/y')^2$	relative kombinierte Varianz von y'
$\hat{u}(x'_i, x'_l)$	geschätzte Kovarianz zu x'_i und x'_l
$\{u\}$	Eingangsvektor
$\{u(\omega)\}$	Eingangsvektor im Frequenzbereich in N
U	Formänderungsenergie pro Lastzyklus in N m
U'	erweiterte Unsicherheit
$\check{U}(t)$	Näherungsfunktion zur Ableitung eines Wertebereichs für gemessene Dämpfungsgrade bei Nichtlinearitäten

U_{wr}	modale Formänderungsenergie der r -ten Mode des Systems w in s^{-2}
ΔU_{wnr}	lokale modale Formänderungsenergie der n -ten Dissipationsquelle des Systems w bei der r -ten Mode in s^{-2}
ΔU_{Wr}	modale Formänderungsenergie des dämpfenden Werkstoffes bei der r -ten Mode in s^{-2}
$U_r(t)$	modale Formänderungsenergie der r -ten Mode in Abhängigkeit von der Zeit in s^{-2}
$[\hat{U}]$	Unsicherheitsmatrix
$\hat{v}$	Koeffizient des allgemeinen Stoffgesetzes
v'	ganze Zahl
V	komplexwertige Steifigkeit in $N\ m^{-1}$
V'	Speichermodul in $N\ m^{-1}$
V''	Verlustmodul in $N\ m^{-1}$
$\hat{w}$	Koeffizient des allgemeinen Stoffgesetzes
w'	ganze Zahl
W	totale Dissipationsenergie pro Bauteil und Lastzyklus in $N\ m$
W_{nr}	modale Dissipationsenergie der n -ten Dissipationsquelle bei der r -ten Mode in s^{-2}
W_h	Dissipationsenergie eines hysteretischen Feder-Dämpfer-Elementes pro Lastzyklus in $N\ m$
W_s	spezifische Dissipationsenergie pro Volumenelement und Lastzyklus in $N\ m\ m^{-3}$
W_v	Dissipationsenergie eines viskosen Feder-Dämpfer-Elementes pro Lastzyklus in $N\ m$
x	x -Koordinate im kartesischen Koordinatensystem in m
$\ddot{x}$	Beschleunigung in $m\ s^{-2}$
x'_i	Schätzung von X'_i
$\bar{x}_l$	l -te Amplitude einer in der Eigenfrequenz ausschlagenden Impulsantwort in m
x'_R	Pseudozufallszahl aus $R'(0, 1)$
x'_Z	Zufallszahl
$x(t)$	Antwort auf die harmonische Anregung $f(t)$ in m
$\{\hat{x}\}$	Lösungsvektor des linearen Gleichungssystems $[\hat{A}]\{\hat{x}\} = \{\hat{b}\}$

$\{x'_R\}$	Zufallszahlenvektor mit $\hat{N}$ Zufallszahlen x'_R
$\{x(t)\}$	Verschiebungs- bzw. Verformungsvektor in m
$\{\dot{x}(t)\}$	Geschwindigkeitsvektor in m s^{-1}
$\{\ddot{x}(t)\}$	Beschleunigungsvektor in m s^{-2}
X	aktuelle harmonische Verformung in m
$\bar{X}$	harmonische Antwortamplitude in m
X'_i	i -te Eingangsgröße von Y'
$\bar{X}_j$	harmonische Antwortamplitude an der Antwortstelle j in m
$\Delta \bar{X}_{wnr}$	Relativbewegung eines Feder-Dämpfer-Elementes bei der r -ten Mode als n -te Dissipationsquelle des Systems w in $\text{kg}^{-0.5}$
$X(f)$	Fourier-Transformierte von $x(t)$ in m
$ \dot{X} $	Geschwindigkeitsspektrum in m s^{-1}
$X_{jr}(t)$	harmonische Eigenvektorbewegung des Freiheitsgrades j bei der r -ten Mode in Abhängigkeit von der Zeit in $\text{kg}^{-0.5}$
$\{\bar{X}\}$	harmonischer Antwortamplitudenvektor in m
$\{X_r(t)\}$	Vektor mit $X_{jr}(t)$ für jeden Freiheitsgrad j in $\text{kg}^{-0.5}$
$\{X(\omega)\}$	Verschiebungs- bzw. Verformungsvektor $\{x(t)\}$ im Frequenzbereich in m
y	y -Koordinate im kartesischen Koordinatensystem in m
y'	Schätzwert von Y'
y'_u	untere Grenze des Überdeckungsintervalls der geschätzten Ausgangsgröße y'
y'_o	obere Grenze des Überdeckungsintervalls der geschätzten Ausgangsgröße y'
$\{y_A\}$	Ausgangsvektor
Y'	Messgröße
$Y(\omega)$	Beweglichkeit in $\text{m s}^{-1} \text{N}^{-1}$
z	z -Koordinate im kartesischen Koordinatensystem in m
$\bar{z}'$	Mittelwert von z'_i
z'_i	Zufallsgröße
$z(t)$	zeitabhängige Zustandsgröße
$\{z\}$	Zustandsvektor

$\{\bar{Z}\}$	zeitunabhängiger Amplitudenvektor der Zustandsgröße $z(t)$
---------------	--

Griechische Buchstaben

Größe	Bedeutung
$ \bar{\alpha} $	Resonanzamplitude in $m N^{-1}$
$[\alpha(\omega)]$	Übertragungsfunktionsmatrix mit allen $\alpha_{jk}(\omega)$ in $m N^{-1}$
$\alpha_{\dot{d}jk}(\omega)$	Nachgiebigkeitsfrequenzgang (direkte Frequenzgangberechnung mithilfe von Gl. 4.40) zwischen der Antwortstelle j und der Anregungsstelle k in $m N^{-1}$
$\alpha_{jk}(\omega)$	Nachgiebigkeitsfrequenzgang zwischen der Antwortstelle j und der Anregungsstelle k in $m N^{-1}$
$ \alpha_{kk}(\omega_r) $	maximale Amplitude des Anregungspunkt-Nachgiebigkeitsfrequenzganges $\alpha_{kk}(\omega)$ an der Anregungsstelle k bei ω_r in $m N^{-1}$
$\alpha_{pjk}(\omega)$	modal synthetisierter proportionaler Nachgiebigkeitsfrequenzgang zwischen der Antwortstelle j und der Anregungsstelle k in $m N^{-1}$
β	Parameter der Caughey-Reihe
$\tilde{\beta}$	Parameter von $F(x)$ zur Erzeugung einer nichtlinearen Rückstellkraft
$\tilde{\beta}_{degr}$	Parameter von $F(x)$ zur Erzeugung einer degressiven Rückstellkraft
$\tilde{\beta}_{prog}$	Parameter von $F(x)$ zur Erzeugung einer progressiven Rückstellkraft
γ	Parameter des Dahl-Modells
$\gamma^2(f)$	Kohärenzfunktion
δ	Abklingkonstante in s^{-1}
ε	Dehnung
ε_{max}	maximale Dehnung einer Hysterese
ζ	Dämpfungsgrad
ζ_{CZT}	mithilfe der Halbwertsbreitenmethode bestimmter Dämpfungsgrad (Frequenzspektrum basiert auf einer CZT)

ζ_{FFT}	mithilfe der Halbwertsbreitenmethode bestimmter Dämpfungsgrad (Frequenzspektrum basiert auf einer FFT)
ζ_{LMS}	mithilfe der PolyMax-Methode bestimmter Dämpfungsgrad unter Verwendung der kommerziellen Software LMS Test.Lab [®]
ζ_r	Dämpfungsgrad der r -ten Mode
${}_H\zeta_r$	berechneter Dämpfungsgrad basierend auf der Hauptdämpfungshypothese
ζ_{rM}	gemessener Dämpfungsgrad
ζ_{rS}	simulierter Dämpfungsgrad
ζ_{wr}	Dämpfungsgrad der r -ten Mode des w -ten Systems oder Montagezustandes
$\Delta\zeta_{er}$	Dämpfungsgradanteil hysteretisch gedämpfter Volumenelemente
$\Delta\zeta_{hr}$	Dämpfungsgradanteil eines hysteretischen Feder-Dämpfer-Elementes
$\Delta\zeta_{wnr}$	Dämpfungsgradanteil der n -ten Dissipationsquelle des Systems w bei der r -ten Mode
$\Delta\zeta_{vr}$	Dämpfungsgradanteil eines viskosen Feder-Dämpfer-Elementes
$\Delta\zeta_{Wr}$	Dämpfungsgradanteil eines Werkstoffes bei der r -ten Mode
η	Verlustfaktor
$\hat{\eta}_n$	Verlustfaktor hysteretisch dämpfender Volumenelemente für die n -te Dissipationsquelle
$\tilde{\eta}_n$	Verlustfaktor eines hysteretischen Feder-Dämpfer-Elementes für die n -te Dissipationsquelle
η_r	Verlustfaktor der r -ten Mode
$\hat{\eta}_W$	Verlustfaktor eines Werkstoffes
$\{\theta\}_r$	r -ter Eigenvektor des allgemein viskos gedämpften Systems
$[\Theta]$	Eigenvektormatrix des allgemein viskos gedämpften Systems
κ_{wnr}	Verhältnis der lokalen Formänderungsenergie ΔU_{wnr} zur gesamten Formänderungsenergie U_{wr}
λ	Eigenwert des hysteretisch gedämpften Systems
λ_r	r -ter Eigenwert des hysteretisch gedämpften Systems
Λ	logarithmisches Dekrement
μ	Reibkoeffizient

ν	massenproportionaler Parameter des Rayleigh-Ansatzes
$\hat{\xi}$	allgemeine Messgröße
$\{\xi\}$	Vektor der Dimension $\hat{N} \times 1$ mit je einer Zufallszahl für die korrelierten Eingangsgrößen x'_i
π	Kreiszahl
$\{\rho\}_r$	angenäherter, massennormierter Eigenvektor der r -ten Mode für ein hysteretisch gedämpftes System in $\text{kg}^{-0.5}$
σ	Spannung in N m^{-2}
$\bar{\sigma}$	mittlere Spannung einer Hysterese in N m^{-2}
$\hat{\sigma}$	Ermüdungsfestigkeit in N m^{-2}
$\bar{\sigma}$	Spannungsamplitude bei zyklischer Belastung in N m^{-2}
τ	Dämpfungsexponent
v	steifigkeitsproportionaler Parameter des Rayleigh-Ansatzes
ϕ_{jr}	Eigenvektoreintrag des r -ten massennormierten Eigenvektors $\{\phi\}_r$ an der Antwortstelle j in $\text{kg}^{-0.5}$
ϕ_{kr}	Eigenvektoreintrag des r -ten massennormierten Eigenvektors $\{\phi\}_r$ an der Anregungsstelle k in $\text{kg}^{-0.5}$
ϕ_{xjr}	Eigenvektorbewegung in x -Richtung an der Stelle j bei der r -ten Mode in $\text{kg}^{-0.5}$
ϕ_y	massennormierte Eigenvektorbewegung eines Messpunktes oder FE-Knotens der Struktur in y -Richtung in $\text{kg}^{-0.5}$
ϕ_{yjr}	Eigenvektorbewegung in y -Richtung an der Stelle j bei der r -ten Mode in $\text{kg}^{-0.5}$
ϕ_{zjr}	Eigenvektorbewegung in z -Richtung an der Stelle j bei der r -ten Mode in $\text{kg}^{-0.5}$
$\{\phi\}_r$	massennormierter Eigenvektor der r -ten Mode in $\text{kg}^{-0.5}$
$\{\phi_e\}_r$	zu K_e gehörender massennormierter Eigenvektor in $\text{kg}^{-0.5}$
$\{\phi_{\hat{K}}\}_r$	komplexwertiger massennormierter Eigenvektor der r -ten Mode eines allgemein viskos gedämpften Systems in $\text{kg}^{-0.5}$
$\{\phi_{\hat{R}}\}_r$	reellwertiger massennormierter Eigenvektor der r -ten Mode eines allgemein viskos gedämpften Systems in $\text{kg}^{-0.5}$
$[\Phi]$	massennormierte Modalmatrix in $\text{kg}^{-0.5}$
φ	Phasenverschiebung
φ_{jr}	Phase des j -ten Eintrages eines komplexwertigen r -ten Eigenvektors
χ^2	Chi-Quadrat

$\tilde{\chi}_b^2$	reduziertes Chi-Quadrat
ψ_{jr}	j -ter Eigenvektoreintrag des r -ten unskalierten Eigenvektors $\{\psi\}_r$
$ \psi_{jr} $	Betrag des j -ten Eintrages eines komplexwertigen r -ten Eigenvektors
ψ_{kr}	k -ter Eigenvektoreintrag des r -ten unskalierten Eigenvektors $\{\psi\}_r$
$\{\psi\}_r$	unskalierter Eigenvektor der r -ten Mode
$\{\hat{\psi}\}_r$	amplitudennormierter Eigenvektor der r -ten Mode
$\{\psi_M\}_r$	gemessener Eigenvektor der r -ten Mode
$\{\psi_S\}_r$	simulierter Eigenvektor der r -ten Mode
$[\Psi]$	Modalmatrix
ω	Kreisfrequenz in rad s^{-1}
$\Delta\omega$	Halbwertsbreite in rad s^{-1}
ω_a	Abgleicheigenkreisfrequenz in rad s^{-1}
ω_d	gedämpfte Eigenkreisfrequenz in rad s^{-1}
ω_r	r -te Eigenkreisfrequenz in rad s^{-1}
ω_{wr}	r -te Eigenkreisfrequenz des Systems w in rad s^{-1}
$[\wedge \omega_{r\setminus}^2]$	Eigenkreisfrequenzmatrix in rad s^{-1}

Indizes

Größe	Bedeutung
a	abgeglichen
$\hat{a}$	abgetastet
A	Ausgang
$\hat{A}$	äußere
$\tilde{A}$	Aufstellelemente
c	kombiniert
$\dot{C}$	identifizierte Dämpfungsmatrix
d	gedämpft
$degr$	degressiv