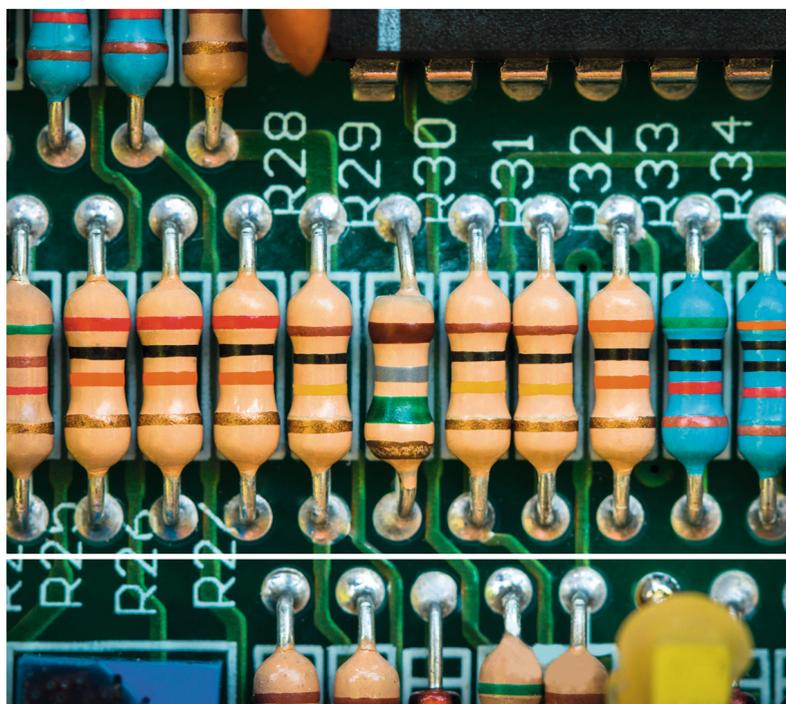


Rainer Ose



Elektrotechnik für Ingenieure Grundlagen



6., überarbeitete und erweiterte Auflage

HANSER

Formelzeichenverzeichnis

A	Dämpfung, Fläche, Kettenparameter	n	Ladungsträgerkonzentration
A_0, A_n	FOURIER-Koeffizient	P	Leistung, Wirkleistung
\underline{a}	Phasenoperator	p	Leistungsdichte
B	Bandbreite, Blindleitwert, magnetische Flussdichte	Q	Blindleistung, Güte, elektrische Ladung
B_n	FOURIER-Koeffizient	R	elektrischer Widerstand
B_r	Remanenzflussdichte	R_a	Lastwiderstand
C	elektrische Kapazität	R_i	Innenwiderstand
D	elektrische Flussdichte, Diffusionskoeffizient	R_m	magnetischer Widerstand
d	Dicke, Abstand, Verlustfaktor	r	differenzieller Widerstand, Radius
E	elektrische Feldstärke	S	Scheinleistung, (Stromdichte)
e_0	Elementarladung	\underline{S}	komplexe Leistung
F	Kraft	s	Bogenlänge, Schrittlänge
F_C	COULOMB-Kraft	T	KELVIN-Temperatur, Periodendauer
F_L	LORENTZ-Kraft	t	Zeit
f	Frequenz	t_H	Halbwertszeit
f_0	Resonanzfrequenz	U	elektrische Spannung
f_g	Grenzfrequenz	U_H	HALL-Spannung
G	elektrischer Leitwert	U_k	Klemmenspannung
H	magnetische Feldstärke	U_L	Leerlaufspannung, Leiterspannung
H_c	Koerzitivfeldstärke	U_S	Schleusenspannung, Strangspannung
h	Höhe, Eingrabbtiefe	U_s	Schrittspannung
I	elektrische Stromstärke	U_z	Z-Spannung
I_D	Diffusionsstrom	U_q	Quellenspannung
I_F	Feldstrom	u	zeitlich veränderliche Spannung
I_K	Kurzschlussstrom	u_{ind}	Selbstinduktionsspannung
I_k	Konvektionsstrom	u_M	Gegeninduktionsspannung
I_L	Leiterstrom	\ddot{u}	Übersetzungsverhältnis
I_S	Sättigungsstrom, Strangstrom	V	Volumen
I_V	Verschiebungsstrom	v	Geschwindigkeit
i	zeitlich veränderlicher Strom	W	Energie, Arbeit
J	elektrische Stromdichte	W_{el}	elektrische Energie
K_H	HALL-Konstante	W_m	magnetische Energie
k	Klirrfaktor, Kopplungsfaktor	X	Blindwiderstand
L	Induktivität	Y	Scheinleitwert
l	Länge	\underline{Y}	komplexer Leitwert
M	Gegeninduktivität	Z	Scheinwiderstand
N	Windungszahl	\underline{Z}	komplexer Widerstand

**Ihr Plus – digitale Zusatzinhalte!**

Auf unserem Download-Portal finden Sie zu diesem Titel kostenloses Zusatzmaterial. Geben Sie dazu einfach diesen Code ein:

plus-g381q-ew8t2

plus.hanser-fachbuch.de

**Bleiben Sie auf dem Laufenden!**

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter

www.hanser-fachbuch.de/newsletter

Rainer Ose

Elektrotechnik für Ingenieure

Grundlagen

6., überarbeitete und erweiterte Auflage

HANSER

Autor:

Prof. Dr.-Ing. Rainer Ose, Ostfalia Hochschule für angewandte Wissenschaften, Wolfenbüttel,
Fakultät Elektrotechnik



Alle in diesem Buch enthaltenen Informationen wurden nach bestem Wissen zusammengestellt und mit Sorgfalt geprüft und getestet. Dennoch sind Fehler nicht ganz auszuschließen. Aus diesem Grund sind die im vorliegenden Buch enthaltenen Informationen mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Autor(en, Herausgeber) und Verlag übernehmen infolgedessen keine Verantwortung und werden keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Weise aus der Benutzung dieser Informationen – oder Teilen davon – entsteht.

Ebenso wenig übernehmen Autor(en, Herausgeber) und Verlag die Gewähr dafür, dass die beschriebenen Verfahren usw. frei von Schutzrechten Dritter sind. Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Buches, oder Teilen daraus, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) – auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© 2020 Carl Hanser Verlag München

Internet: www.hanser-fachbuch.de

Lektorat: Dipl.-Ing. Natalia Silakova-Herzberg

Herstellung: Anne Kurth

Covergestaltung: Max Kostopoulos

Coverkonzept: Marc Müller-Bremer, www.rebranding.de, München

Titelbild: Titelmotiv: © shutterstock.com/wisawa222

Satz: Rainer Ose

Druck und Bindung: Friedrich Pustet GmbH & Co. KG, Regensburg

Printed in Germany

Print-ISBN 978-3-446-46408-7

E-Book-ISBN 978-3-446-46535-0

Vorwort zur 6. Auflage

Das vorliegende Lehrbuch gliedert sich in die drei klassischen Grundlagenbereiche: Gleichstromlehre – Wechselstromtechnik – Elektrische und magnetische Felder.

Es ist als studienbegleitendes Material für Studierende aller technischen Studienrichtungen an Hochschulen/Fachhochschulen konzipiert. Im Vordergrund stehen Betrachtungen zu Vorgängen in elektrischen Stromkreisen aus der Sicht der Schaltungstechnik. Damit wird das Ziel verfolgt, das in den Vorlesungen „Grundlagen der Elektrotechnik“ vermittelte Grundlagenwissen in anwendungsbereiter Form für die nachfolgenden Lehrveranstaltungen bereitzustellen.

Die theoretischen Grundlagen werden zu jedem Kapitel so dargelegt, dass die Studierenden die Vorlesungsmitschrift und den eventuell versäumten Stoff in effektiver Form selbstständig aufarbeiten können. Dazu dienen u.a. Modelle und Analogien, die komplizierte Sachverhalte in möglichst einfacher und leicht verständlicher Form darlegen sollen. Zur Erhöhung der Anschaulichkeit wurden viele Aussagen zusätzlich aus Diagrammen, Prinzipskizzen und Ersatzschaltungen abgeleitet.

In jedem Kapitel befinden sich Lehrbeispiele zur Erklärung typischer Erscheinungen der Elektrotechnik sowie zur Demonstration von Berechnungsmethoden und -verfahren. Soweit sie nicht die Größenordnung eines dargelegten Sachverhalts verdeutlichen sollen, sind diese Lehrbeispiele in allgemeiner Form ausgeführt. Damit gelingt es den Anwendern, den Lösungsweg schrittweise nachzuvollziehen.

Die 6. Auflage entstand durch eine vollständige Überarbeitung und Erweiterung der 5. Auflage des Lehrbuchs. Alle Berechnungsbeispiele befinden sich jetzt in erweiterter Form in einem neu aufgelegten Übungsbuch. Die 6. Auflage enthält einen Anhang mit Übungsaufgaben und eine separate Formelsammlung. Alle Lösungen der Übungsaufgaben sind über das Internet zugänglich.

Wolfenbüttel, im August 2020

Rainer Ose
e-mail: r.ose@ostfalia.de

Hinweise zur Arbeit mit diesem Buch

Das vorliegende Lehrbuch sollte in Kombination mit dem Übungsbuch bearbeitet werden. Aus diesem Grund wurden zahlreiche Lehrbeispiele in das Lehrbuch und zusätzliche Übungsanteile in das neue Übungsbuch eingearbeitet. Machen Sie sich zunächst mit den theoretischen Grundlagen vertraut. Parallel dazu können Sie die Lehrbeispiele (Lehrbuch) und die Berechnungsbeispiele (Übungsbuch) durcharbeiten. Diese Beispiele tragen zur Erhöhung des Verständnisses für die betrachteten Stoffgebiete bei. Das gilt auch für die selbstständige Bearbeitung der Übungsaufgaben im Anhang.

• Lehrbeispiele:

Lehrbeispiele dienen dazu, das grundlegende Verständnis für den jeweils dargelegten Sachverhalt an einem einfachen und überschaubaren Beispiel zu entwickeln bzw. zu festigen. Sie werden im laufenden Text an den Stellen eingefügt, an denen es eventuell zusätzlichen Erklärungsbedarf gibt. Dazu zählen das Aufstellen allgemeiner Lösungsansätze und die Durchführung einfacher Berechnungen sowie die Vermittlung von Vorstellungen über ausgewählte Erscheinungen der Elektrotechnik.

• Übungsaufgaben: (Lösungen: https://www.ostfalia.de/cms/de/pws/ose/Buch_ET_6A/)

Im Anhang des Buches befinden sich Übungsaufgaben. Sie sollen von dem Studierenden möglichst selbstständig abgearbeitet werden. Übungsaufgaben werden im Sinne einer zielgerichteten Prüfungsvorbereitung mit der folgenden Kennzeichnung dem jeweiligen Grundlagenbereich zugeordnet:

ÜA_1 = Gleichstromlehre, ÜA_2 = Wechselstromtechnik und ÜA_3 = Felder.

Die meisten Beispiele und Übungsaufgaben können mit Simulationsprogrammen nachvollzogen werden. Entsprechende Hinweise zur Arbeit mit PSpice findet man bei Bedarf in [11] – Kap. 1.

Inhaltsverzeichnis

I Gleichstromlehre

1	Elektrische Grundgrößen	12
1.1	Elektrische Ladung	12
1.2	Elektrische Stromstärke	13
1.3	Elektrische Spannung	16
1.4	Elektrischer Gleichstromkreis	17
1.5	Widerstände im elektrischen Stromkreis	20
1.5.1	Bemessungsgleichung	20
1.5.2	Temperaturabhängigkeit	21
1.5.3	Technische Ausführungsformen	22
2	Gesetze zur Berechnung elektrischer Stromkreise	23
2.1	Das OHMSche Gesetz	23
2.2	Die KIRCHHOFFSchen Sätze	26
2.2.1	Maschensatz	26
2.2.2	Knotenpunktsatz	27
2.3	Energiesatz	28
3	Lineare elektrische Gleichstromkreise	31
3.1	Eigenschaften elektrischer Stromkreise	31
3.2	Regeln zur Berechnung passiver Zweipole	33
3.2.1	Reihenschaltung und Spannungsteilerregel	33
3.2.2	Parallelschaltung und Stromteilerregel	35
3.3	Berechnung passiver Zweipole	38
3.4	Elektrische Quellen	40
3.5	Lastfälle im Grundstromkreis	44
3.5.1	Leistung und Wirkungsgrad	44
3.5.2	Anpassungsfall	45
3.5.3	Diskussion von Lastfällen	47
3.5.4	Belasteter Spannungsteiler	49
4	Grundsaltungen der elektrischen Messtechnik	52
4.1	Messbereichserweiterung	52
4.2	Aufnahme von Kennlinien	54
4.2.1	Stromrichtige Messung	54
4.2.2	Spannungsrichtige Messung	55
4.3	Messgeräte mit Nullindikator	56
4.4	Allgemeine Berechnung von Brückenschaltungen	59
4.4.1	Allgemeine Umrechnung in eine Sternschaltung	59

4.4.2	Dreieck-Stern-Transformation	61
4.4.3	Stern-Dreieck-Transformation	63
5	Verfahren zur Berechnung linearer Netzwerke	65
5.1	Netzwerkberechnung nach KIRCHHOFF	65
5.2	Der HELMHOLTZsche Überlagerungssatz	68
5.3	Zweipoltheorie	70
5.3.1	Spannungsquellen-Ersatzschaltung	71
5.3.2	Stromquellen-Ersatzschaltung	73
5.4	Analyseverfahren	76
5.4.1	Umlaufanalyse	76
5.4.2	Knotenanalyse	80
6	Stromkreise mit nichtlinearen Bauelementen	84
6.1	Strom-Spannungs-Kennlinie	84
6.2	Ausgewählte Kennlinien nichtlinearer Bauelemente	85
6.3	Konstruktion von Ersatz-Kennlinien	89
6.3.1	Ersatz-Kennlinien von Elementarschaltungen	89
6.3.2	Idealisierte Kennlinien und Ersatzschaltungen	90
6.4	Grafische Bestimmung des Arbeitspunktes	91
II	Wechselstromtechnik	
7	Beschreibung von Wechselgrößen	94
7.1	Periodische Zeitfunktionen	94
7.2	Sinusförmige Zeitfunktionen	95
7.3	Mittelwerte periodischer Zeitfunktionen	97
7.3.1	Arithmetischer Mittelwert	97
7.3.2	Gleichrichtwert	97
7.3.3	Effektivwert	99
7.4	Überlagerung sinusförmiger Zeitfunktionen	101
8	Widerstände im Wechselstromkreis	106
8.1	Elementare Zweipole	106
8.1.1	Ohmscher Widerstand	106
8.1.2	Induktiver Blindwiderstand	107
8.1.3	Kapazitiver Blindwiderstand	109
8.2	Reale Bauelemente	110
8.2.1	Reale Spule	110
8.2.2	Realer Kondensator	112
8.3	Elementarschaltungen	113

8.4	Zeigerbilder	115
8.4.1	Gemischte RLC-Kombinationen	115
8.4.2	Brückenschaltungen	118
9	Berechnung von Stromkreisen bei sinusförmiger Einspeisung	120
9.1	Berechnung im Zeitbereich	120
9.2	Berechnung im Bildbereich	122
9.2.1	Zeigerdarstellung	122
9.2.2	Rechenregeln	123
9.2.3	Transformationsregeln	126
9.2.4	Komplexer Widerstand	128
9.2.5	Komplexer Leitwert	130
9.3	Gemischte Schaltungen im Wechselstromkreis	131
9.3.1	Rechnerische Lösung im Bildbereich	131
9.3.2	Grafische Lösung im Bildbereich	135
9.3.3	Variation von Betriebsparametern	137
9.4	Spezielle Wechselstromschaltungen	141
9.5	Wechselstrom-Brücken	143
9.5.1	Induktivitätsmessbrücke	145
9.5.2	Kapazitätsmessbrücke	146
9.5.3	Phasendrehbrücke	147
9.6	Verfahren zur Netzwerkberechnung	149
9.6.1	Überlagerungsverfahren	149
9.6.2	Zweipoltheorie	151
9.6.3	Analyseverfahren	153
10	Frequenzabhängigkeit der Wechselstromkreise	156
10.1	Komplexer Frequenzgang	156
10.2	Tief- und Hochpässe	157
10.3	Schwingkreise	162
10.4	Übertragungsvierpole	174
11	Leistungsbetrachtungen im Wechselstromkreis	179
11.1	Zeitfunktion der Leistung	179
11.2	Wirk-, Blind- und Scheinleistung	181
11.3	Komplexe Leistung	182
11.4	Leistungsfaktor und seine Verbesserung	184
12	Dreiphasensysteme	188
12.1	Symmetrischer Drehstromgenerator	188
12.2	Spannungen und Ströme	189
12.3	Belastungsarten	193
12.4	Leistung im Dreiphasensystem	197

III Elektrische und magnetische Felder

13	Feldbegriff	202
13.1	Begriffsbestimmung	202
13.1.1	Begriff „Feldpunkt“	202
13.1.2	Begriff „Rechtssystem“	203
13.2	Einteilung der Felder	204
13.3	Eigenschaften elektrischer und magnetischer Felder	206
14	Stationäres elektrisches Strömungsfeld	209
14.1	Eigenschaften des elektrischen Strömungsfeldes	209
14.2	Beschreibung des stationären elektrischen Strömungsfeldes	214
14.2.1	Integrale Größen	214
14.2.2	Ortsbezogene Größen	214
14.2.3	Maschen- und Knotenpunktsatz im Strömungsfeld	219
14.2.4	Überlagerung elektrischer Strömungsfelder	222
14.3	Berechnung elektrischer Strömungsfelder	222
14.3.1	Homogene und einfache inhomogene Strömungsfelder	222
14.3.2	Radialsymmetrische Strömungsfelder	224
14.4	Erderanordnungen	229
14.4.1	Halbkugelerder	229
14.4.2	Vollkugelerder	233
15	Elektrostatisches Feld	238
15.1	Eigenschaften des elektrostatischen Feldes	238
15.2	Erscheinungsformen der Ladung	239
15.3	Beschreibung des elektrostatischen Feldes	241
15.3.1	Integrale Größen	241
15.3.2	Ortsbezogene Größen	243
15.4	Berechnung elektrostatischer Felder	245
15.4.1	Homogene und einfache inhomogene elektrostatische Felder	245
15.4.2	Elektrostatische Felder im geschichteten Dielektrikum	246
15.4.3	Radialsymmetrische elektrostatische Felder	249
15.4.4	Überlagerung elektrostatischer Felder	252
15.5	Energie und Kräfte im elektrostatischen Feld	255
15.5.1	Elektrostatisches Feld als Energiespeicher	255
15.5.2	COULOMBSches Gesetz	256
15.5.3	Kraft auf Trennflächen	257
15.5.4	Influenz und Polarisation	260

16	Elektrisches Verhalten des Kondensators	262
16.1	Regeln zur Berechnung von Kondensatorschaltungen	262
16.1.1	Reihenschaltung und kapazitiver Spannungsteiler	262
16.1.2	Parallelschaltung und Ladungsteiler	265
16.1.3	Gemischte Kondensatorschaltungen	268
16.2	Schaltvorgänge in RC-Kombinationen	269
16.2.1	Ladevorgang	269
16.2.2	Entladevorgang	271
16.2.3	Umschalten vorgeladener Kondensatoren	273
16.3	Ladungsausgleich	276
16.3.1	Ladungsbilanz	276
16.3.2	Ladungsausgleich in einer Reihenersatzschaltung	277
16.3.3	Ladungsausgleich in einer Parallelersatzschaltung	282
16.3.4	Kapazitive Netzwerke	283
17	Stationäres magnetisches Feld	286
17.1	Eigenschaften des magnetischen Feldes	286
17.2	Beschreibung des magnetischen Feldes	288
17.2.1	Integrale Größen	288
17.2.2	Ortsbezogene Größen	290
17.3	Magnetische Kreise	292
17.3.1	Magnetisierungskennlinie	292
17.3.2	Ersatzschaltungen für magnetische Kreise	295
17.3.3	Berechnung magnetischer Kreise	297
17.4	Magnetische Felder stromdurchflossener Leiter	301
17.5	Energie und Kräfte im magnetischen Feld	305
17.5.1	Magnetische Energie	305
17.5.2	LORENTZ-Kraft	308
17.5.3	Energiedichte und Induktivität einer Leitung	311
18	Zeitlich veränderliches magnetisches Feld	314
18.1	Elektromagnetische Induktion	314
18.1.1	Induktionsgesetz – Bewegungsinduktion	315
18.1.2	Induktionsgesetz – Ruheinduktion	319
18.2	Selbstinduktion und Induktivität	321
18.3	Gegeninduktion und Gegeninduktivität	322
18.4	Transformatorgleichungen	328
19	Elektrisches Verhalten der Spule	331
19.1	Zusammenschaltung von Induktivitäten	331
19.1.1	Unverkoppelte Induktivitäten	331
19.1.2	Verkoppelte Induktivitäten	332
19.1.3	Transformator-Ersatzschaltungen	333

19.2	Schaltvorgänge an Spulen	336
19.2.1	Einschaltvorgang	336
19.2.2	Ausschaltvorgang	338
19.2.3	Umschalten vormagnetisierter Spulen	340
19.3	Modelle zum Transformator	343
19.3.1	Idealer Transformator	343
19.3.2	Verlustloser und streuungsfreier Transformator	345
19.3.3	Realer Transformator	347
20	Wechselwirkungen	350
20.1	Ladungsbewegungen in leitfähigen und nichtleitfähigen Medien	350
20.1.1	Konvektionsstrom	350
20.1.2	Feldstrom	351
20.1.3	Diffusionsstrom	352
20.1.4	Verschiebungsstrom	354
20.2	MAXWELLSche Gleichungen	356
20.2.1	Durchflutungsgesetz	356
20.2.2	Induktionsgesetz	357
20.2.3	Wirbelfreies Quellenfeld	358
20.3	Grundlegende Zusammenhänge	359
Übungsaufgaben		360
Literaturverzeichnis		383
Sachwortverzeichnis		384
Formelzeichenverzeichnis		

1 Elektrische Grundgrößen

1.1 Elektrische Ladung

Die elektrische Ladung ist eine grundlegende Eigenschaft der Materie. Alle physikalischen Zustände, Prozesse und Erscheinungen, die in der Elektrotechnik auftreten, werden durch ruhende oder bewegte elektrische Ladungen verursacht.

Elektrische Ladungen sind Bestandteil aller Atome. Um den positiv geladenen Atomkern (Protonen) existiert eine negativ geladene Atomhülle, die mit n Elektronen besetzt ist. Diese beiden Elementarteilchen tragen eine vorzeichenbehaftete Elementarladung e_0 .

- Proton: positive Ladung $+e_0$
- Elektron: negative Ladung $-e_0$

$$e_0 \approx 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ A}\cdot\text{s} \quad (1.1)$$

Ein Atom, dem aus seiner Umgebung keine Energie zugeführt wurde, erscheint für einen externen Beobachter elektrisch neutral. Die negative Ladung der Atomhülle hebt die positive Ladung des Atomkernes nach außen hin auf.

Bewegliche Ladungen entstehen in bestimmten Stoffen z.B. durch das Herauslösen von Elektronen aus der Atomhülle. Infolge der Zufuhr von Energie (z.B. Wärme) können Elektronen die Atomhülle verlassen und stehen dann als bewegliche Ladungsträger \ominus zur Verfügung. Das Atom besitzt in diesem Fall einen Überschuss an positiven Ladungen \oplus seines Kernes. Der Betrag jeder positiven oder negativen Ladung ist dann ein ganzzahliges Vielfaches n der Elementarladung e_0 und wird als Ladungsmenge Q bezeichnet. Für die Einheit gilt: $[Q] = 1 \text{ A}\cdot\text{s}$ (Amperesekunde).

$$|Q| = n \cdot e_0 \quad (1.2)$$

Jede Ladung versetzt den sie umgebenden Raum in einen besonderen Zustand. Sie bewirkt ein elektrisches Feld (Kap. 13 bis 15) und übt damit eine Kraft $F \sim Q$ auf benachbarte Ladungen aus. Nach dem COULOMBSchen Gesetz (Abschn. 15.5.2) stoßen sich Ladungen gleicher Polarität voneinander ab, und Ladungen mit verschiedenen Vorzeichen ziehen sich gegenseitig an.

Ladungen können ruhen oder sich infolge der Kraftwirkung eines elektrischen Feldes bewegen. Ob sie sich bewegen können, und wie schnell sie sich bewegen, hängt von der sie umgebenden Materie ab.

Ruhende Ladungen erhält man z.B. durch Ladungstrennung auf den Oberflächen zweier durch einen Nichtleiter getrennter Metallplatten (vgl. Kap. 15).

Bewegliche Ladungen können gerichtet transportiert werden, wenn ein äußeres elektrisches Feld auf sie einwirkt (z.B. durch Anlegen einer Spannung an einen Leiter).

Die negativen Ladungen führen dann eine Bewegung relativ zu den positiven Ladungen aus.

Der jeweilige Zustand einer Ladung (Ruhe oder Bewegung) wird demzufolge neben der von außen zugeführten Energie durch das stoffliche Medium bestimmt, in dem sich die Ladung befindet bzw. das von den betrachteten Atomen gebildet wird. Solche stofflichen Medien können fest, flüssig oder gasförmig sein.

Die weiteren Ausführungen in diesem Lehrbuch beziehen sich auf Festkörper, die in der Regel bei Raumtemperatur betrachtet werden. Man unterscheidet zwischen folgenden Stoffen:

• **Elektrischer Leiter:**

Unter einem Leiter versteht man einen leitfähigen Stoff, der eine große Anzahl von beweglichen Elektronen enthält (z.B. Kupfer mit der Konzentration $n_{\text{Cu}} \approx 9 \cdot 10^{22}$ Elektronen pro cm^3). In metallischen Leitern sind die Elektronen nur sehr schwach im Atomverband gebunden, können sich leicht lösen und stehen somit in großer Anzahl als bewegliche Ladungsträger für einen Ladungstransport zur Verfügung.

In den weiteren Ausführungen der folgenden Kapitel zur Gleichstromlehre (außer in Kap. 6) werden ausschließlich metallische Leiter betrachtet.

• **Halbleiter:**

In einem Halbleiter ist die Anzahl der beweglichen Ladungen pro Volumeneinheit im Vergleich zum metallischen Leiter um Größenordnungen von bis zu 10^{10} Elektronen / cm^3 geringer. Durch den zielgerichteten Einbau von geeigneten Fremdatomen (Dotierung) kann diese Anzahl jedoch um Größenordnungen verändert werden.

Auf Leitungsmechanismen in Halbleitern kann in diesem Lehrbuch leider nicht eingegangen werden. Es wird auf die weiterführende Literatur (z.B. [11]) verwiesen.

• **Nichtleiter (Isolator):**

Ein idealer Nichtleiter besitzt keine frei beweglichen Ladungsträger. Somit ist ein Ladungstransport nicht möglich.

Bei realen Nichtleitern sind die Elektronen fest im Gitterverband verankert, solange sie nicht entsprechend hohen Temperaturen oder starken elektrischen Feldern ausgesetzt werden. Obwohl es demzufolge keine idealen Nichtleiter geben kann, geht man in ausgewählten Fällen von dieser idealen Eigenschaft aus (z.B. Kap. 15).

1.2 Elektrische Stromstärke

Die elektrische Stromstärke i beschreibt einen Ladungstransport pro Zeiteinheit.

$$i = \frac{dQ}{dt} \quad (1.3)$$

Wenn sich die Menge der transportierten Ladung über der Zeit ändert, so handelt es sich um einen zeitlich veränderlichen Strom $i = f(t)$ mit der Einheit: $[i] = 1 \text{ A}$. Er wird im Weiteren,

wie auch alle anderen von der Zeit abhängigen Größen, mit einem Kleinbuchstaben i gekennzeichnet.

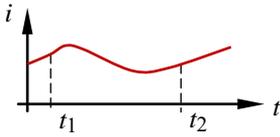


Bild 1.1: Zeitlich veränderlicher Strom

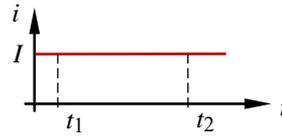


Bild 1.2: Gleichstrom

Betrachtet man einen veränderlichen Strom in einem zeitlichen Intervall (im Bild 1.1 von t_1 bis t_2), so ist die Fläche, die vom Funktionsverlauf $i = f(t)$ gegen die Zeitachse eingeschlossen wird, ein Maß für die in diesem Zeitraum Δt transportierte Ladungsmenge ΔQ :

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = \int_{t_1}^{t_2} i \cdot dt \quad (1.4)$$

Wird über der Zeit eine konstante Ladungsmenge bewegt, so handelt es sich um einen zeitlich unabhängigen Strom $i \neq f(t)$. Dieser Gleichstrom wird mit einem großen Buchstaben I gekennzeichnet. Nach Gleich. (1.4) erhält man jetzt die transportierte Ladungsmenge ΔQ folgende Aussage:

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = \int_{t_1}^{t_2} I \cdot dt = I \cdot t_2 - I \cdot t_1 = I \cdot (t_2 - t_1) = I \cdot \Delta t$$

Der elektrische Strom ist an seinen drei Hauptwirkungen erkennbar:

- **Wärmewirkung:**

Beim Transport von Ladungsträgern durch den Querschnitt eines Leiters kommt es zu einer Erwärmung des Leiters. Mit zunehmender Dichte der Strömung (Stromdichte, vgl. Kap. 14) wird diese Erwärmung größer.

- **Magnetische Wirkung:**

Bewegte elektrische Ladungen erzeugen um sich herum ein magnetisches Feld (Kap. 17).

- **Chemische Wirkung:**

In flüssigen Leitern (Elektrolyte) fließt ein Ionenstrom. Dieser Ladungstransport ist zugleich ein Massetransport, der zu einer chemischen Beeinflussung des durchströmten Stoffes führt.

Der elektrische Strom ist mit Gleich. (1.3) noch nicht vollständig beschrieben. Die Angabe seines Wertes (Vorzeichen – Zahlenwert – Einheit) ist nur in Verbindung mit einer Richtungsangabe sinnvoll.

In metallischen Leitern können sich lediglich die Elektronen (negative Ladungsträger) bewegen. Im Falle einer Bewegung sind sie die „Träger“ des Stromes. Durch das Herauslösen aus dem Atomverband hinterlassen die Elektronen positive Metallionen. Diese positiven Ionisationszustände verlagern sich im Vergleich zur Bewegung der Elektronen in entgegengesetzter Richtung (Relativbewegung der positiven Ladungsträger – vgl. Bild 1.3).

Die Grundlage für eine einheitliche Richtungsangabe¹⁾ bildet der Richtungssinn des Stromes. Danach wird die Richtung des elektrischen Stromes mit $I > 0$ A gegen die Bewegungsrichtung der Elektronen \ominus definiert und mit einem Richtungspfeil gekennzeichnet.

Nach dieser Festlegung fließt der Strom mit $I > 0$ A außerhalb der Quelle vom höheren (+) zum niedrigeren (–) Energieniveau, also in Richtung der Relativbewegung \rightarrow der positiven Ladungen \oplus . Ein Richtungspfeil gibt demzufolge die Richtung des Stromes an, mit der er mit positiven Werten durch einen Stromkreis fließt.



Bild 1.3: Richtungssinn des Stromes [¹⁾ Empfehlung nach DIN EN 60375]

In vielen Fällen kann diese Richtung aber nicht vorhergesagt werden. Das trifft insbesondere auf Brückenschaltungen (siehe Abschn. 4.3 und 4.4) und auf Stromkreise mit mehreren Quellen (vgl. Kap. 5) zu.

Falls die Potentialverhältnisse (vgl. Abschn. 1.3) in einem elektrischen Stromkreis (vgl. Abschn. 1.4) nicht bekannt sind, muss die Richtung eines Stromes vom Betrachter mit einem Bezugspfeil willkürlich festgelegt werden. Im Ergebnis einer Berechnung sagt das Vorzeichen des berechneten Stromes dann aus, ob er wirklich in die festgelegte Richtung fließt (positives Vorzeichen), oder ob er nicht in diese Richtung fließt (negatives Vorzeichen). Im Falle eines positiven Vorzeichens ist der Bezugspfeil zugleich der Richtungspfeil (Bild 1.3).

Obwohl Bezugspfeile beliebig festgelegt werden können, sollte man ihre Richtung während oder im Ergebnis einer Berechnung nicht mehr verändern. Da ein berechneter Strom (Vorzeichen – Zahlenwert – Einheit) nur in Verbindung mit dem festgelegten Bezugspfeil exakt interpretierbar ist, würde ein Richtungswechsel zu einer nicht nachvollziehbaren Lösung führen. Eine Aussage zum Richtungspfeil kann ja aus dem Vorzeichen des Rechenergebnisses im Zusammenhang mit dem Bezugspfeil abgeleitet werden.

In den weiteren Ausführungen dieses Lehrbuchs wird mit dem in der schaltungstechnischen Praxis üblichen Begriff „Zählpfeil“ gearbeitet. Darunter ist ein willkürlich festgelegter Bezugspfeil zu verstehen, der für die jeweils betrachtete Größe einen Bezugssinn vorgibt. Ein Strom wird nur dann als positiv angesehen, wenn der gewählte Bezugssinn (Zählpfeil) mit seinem Richtungssinn (siehe Richtungspfeil im Bild 1.3) übereinstimmt.

Lehrbeispiel 1.1:

Wie viele Ladungsträger müssen bewegt werden, damit in einem Leiter eine Sekunde lang ein Strom von $I = 1$ A fließt?

Da es sich um einen Gleichstrom handelt, gilt die Gleich. (1.3) wie folgt:

$$i = \frac{dQ}{dt} \quad \text{mit: } Q = \text{const.} \Rightarrow I = \frac{Q}{t}$$

$$\text{Durch Einsetzen von Gleich. (1.2) erhält man: } I = \frac{|Q|}{t} = \frac{n \cdot e_0}{t} \Rightarrow n = \frac{I \cdot t}{e_0} \approx 6,25 \cdot 10^{18}$$

Diese große Anzahl ist nicht mehr überschaubar. Um sich zumindest modellmäßig eine Vorstellung von der Menge der an diesem Ladungstransport beteiligten Ladungsträger zu verschaffen, werden folgende Überlegungen angestellt:

Welche Fläche könnte man überdecken, wenn jeder Ladungsträger die Größe eines Tennisballes mit einem Durchmesser $\varnothing \approx 65$ mm) hätte?

Zum Bedecken eines Quadratmeters sind ca. 225 Tennisbälle erforderlich. Unsere Erde hat eine Oberfläche von rund 500 Millionen Quadratkilometern ($A \approx 5 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$). Zum vollständigen Belegen der Erdoberfläche wären demzufolge ca. $1,13 \cdot 10^{17}$ Tennisbälle nötig.

Für das Beispiel mit den n Ladungsträgern bedeutet dies, dass unsere Erde 55-mal mit einer solchen Schicht überzogen werden könnte oder dass diese 55 Schichten (übereinander angeordnet) einen Belag mit einer Höhe von ca. 4 m ergeben würden!

1.3 Elektrische Spannung

Einer Ladung kann an jedem Ort eines elektrischen Kreises (Abschn. 1.4) ein definiertes Energieniveau zugeordnet werden. Bezieht man das Energieniveau dieses Punktes auf die Ladung selbst, erhält man eine Aussage zum elektrischen Potential φ .

Das elektrische Potential φ ist ein Maß für das auf die Ladung bezogene Energieniveau eines Punktes in einem elektrischen Stromkreis.

Für einen Punkt a gilt: $\varphi_a = \frac{W_a}{Q}$

Besitzt ein Punkt b ein von a verschiedenes Potential, so existiert zwischen den beiden Punkten eine Potentialdifferenz, die man als elektrische Spannung U bezeichnet. Für die Einheit gilt: $[\varphi] = 1 \text{ V}$ und $[U] = 1 \text{ V}$ (Volt).

Eine elektrische Spannung beschreibt die Differenz der Potentiale zweier Punkte in einem elektrischen Stromkreis.

Für eine Gleichspannung $u \neq f(t)$ zwischen den Punkten a und b (U_{ab}) gilt dann:

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b \quad (1.5)$$

Zur vollständigen Beschreibung der Spannung ist eine Richtungsangabe erforderlich. Die Spannung wird mit einem Spannungszählpfeil gekennzeichnet, der z.B. vom Punkt a zum Punkt b festgelegt wurde. Besitzt nun der Punkt b ein höheres Potential als der Punkt a, so wird die Spannung gemäß Gleich. (1.5) negativ. Dieses negative Vorzeichen signalisiert den Sachverhalt, dass die Spannung U_{ab} nicht vom Punkt a zum Punkt b (sondern von b nach a) mit einem positiven Wert $U_{ba} = -U_{ab}$ abfällt.

1.4 Elektrischer Gleichstromkreis

In einem leitfähigen Medium fließt ein elektrischer Strom, wenn den beweglichen Ladungsträgern durch eine Quelle Energie zugeführt wird und die Anordnung in sich geschlossen ist (Stromkreis). Zur Verdeutlichung dieses Sachverhaltes soll zunächst ein unverzweigter elektrischer Stromkreis betrachtet werden. Er besteht im Elementarfall aus einer elektrischen Quelle und einem Verbraucher (Grundstromkreis).

Zwischen zwei Punkten a und b soll sich eine (vorerst als ideal angenommene) elektrische Quelle EQ befinden, die eine Quellenspannung $U_q > 0 \text{ V}$ (siehe Zählpfeil im Bild 1.4) bereitstellt. Dann liegen die Punkte a und b auf den Potentialen φ_a und φ_b mit $\varphi_a > \varphi_b$.

Es gilt: $U_q = U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b$.

In diesem Zusammenhang muss darauf verwiesen werden, dass der Wert des Potentials eines Punktes lediglich eine Aussage relativ zum Potential eines frei wählbaren Bezugspunktes liefert. Diesem Bezugspunkt PB ordnet man ein Bezugspotential (z.B. $\varphi_{PB} = 0 \text{ V}$) zu.

Wenn nun die Lage des Bezugspunktes oder das Bezugspotential selbst verändert wird, ändern sich die Potentiale aller betrachteten Punkte. Die Potentialdifferenzen (Spannungen) zwischen jeweils zwei Punkten bleiben aber unverändert.

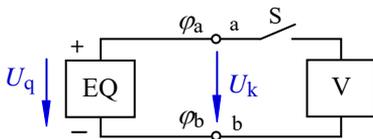


Bild 1.4: Offener elektrischer Kreis

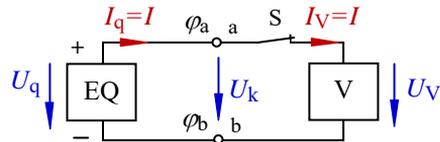


Bild 1.5: Geschlossener elektrischer Stromkreis

Bei geöffnetem Schalter S (Bild 1.4) fließt kein Strom durch den Kreis. Zwischen den Klemmen a und b liegt eine Klemmenspannung U_k , die im Bild 1.4 gleich der Quellenspannung U_q ist. Die Spannung über dem Verbraucher V ist null.

Nun wird der Kreis über den Schalter S geschlossen (Bild 1.5).

Die Quelle treibt jetzt einen Quellenstrom $I_q = I$ vom höheren (φ_a) zum niedrigeren Potential (φ_b) durch den geschlossenen elektrischen Stromkreis. In einem unverzweigten elektrischen Stromkreis fließt nur ein Strom. Dieser Strom $I_V = I$ verursacht einen Spannungsabfall U_V über dem Verbraucher, der in Richtung des fließenden Stromes weist.

Im Bild 1.6 ist ein einfaches Modell für den Ladungstransport in einem Gleichstromkreis dargestellt. Es soll zeigen, dass der elektrische Strom eine in sich geschlossene Erscheinung ist. Er wird zwar von einer elektrischen Quelle (EQ) verursacht – er selbst hat aber kein Anfang und kein Ende.

Eine bewegte Ladung verliert längs des Ladungstransportes durch einen geschlossenen Stromkreis einen Teil ihrer potentiellen Energie. Diese Energie wird der Ladung von der elektrischen Quelle wieder zugeführt. Der elektrische Strom fließt dabei in seinem geschlossenen Umlauf kontinuierlich weiter (Kontinuität des Stromes).

Zur Erläuterung dieses Sachverhaltes wird davon ausgegangen, dass eine positive Ladung im Punkt a des Bildes 1.6 ihr höchstes Energieniveau (W_a) aufweist. Längs des Ladungstransportes (siehe Richtungspfeil des Stromes) sinkt das Energieniveau dieser Ladung in Richtung des Punktes b ab. Dieses Absinken ($W \downarrow$) soll mit dem rechten Füllstandsanzeiger modellmäßig nachgebildet werden.

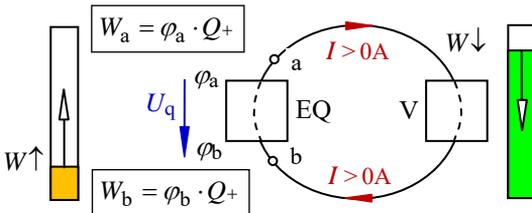


Bild 1.6: Modell zum Gleichstromkreis ($U_q > 0\text{V}$)

Im Punkt b besitzt die betrachtete Ladung ihr geringstes Energieniveau. Längs dieses Ladungstransportes hat sich demzufolge nicht die Ladungsmenge verringert, sondern ihr Energieniveau ist abgesunken. Der links im Bild 1.6 dargestellte Füllstandsanzeiger soll die Arbeitsweise der Quelle modellmäßig nachbilden. Sie hebt das Energieniveau der Ladung von W_b auf den ursprünglichen Wert W_a an ($W \uparrow$). Dabei muss der Strom als in sich geschlossene Erscheinung auch durch die Quelle fließen.

Im Bild 1.7 ist noch einmal der geschlossene elektrische Stromkreis des Bildes 1.5 in vereinfachter Form dargestellt. Für den elektrischen Strom gilt: $I_q = I_V = I$.

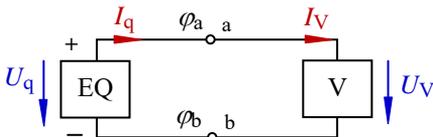


Bild 1.7: Zählpfeile im elektrischen Stromkreis

Bei der Interpretation der Richtungen der Zählpfeile stellt man folgendes fest:

Die Zählpfeile von Spannung und Strom weisen an der Quelle (Bild 1.7 – links) eine entgegengesetzte Richtung zueinander auf. Die Zählpfeile von Spannung und Strom zeigen dagegen am Verbraucher (Bild 1.7 – rechts) in die gleiche Richtung. Es muss demzufolge zwischen zwei verschiedenen Zählpfeilsystemen unterschieden werden.

• Quellen-Zählpfeilsystem:

Wenn die Zuordnung der Zählpfeile von Spannung und Strom eine entgegengesetzte Richtung aufweisen (siehe Bild 1.8), so wird dieser schaltungstechnische Zustand nach Vorbild einer aktiven elektrischen Quelle im Quellen-Zählpfeilsystem dargestellt.

Im Bild 1.8 ist der Quellenstrom I_q gegen den Zählpfeil der Quellenspannung U_q gerichtet. Die Quelle gibt Leistung an den Verbraucher ab (und wirkt damit als Quelle), wenn der Strom mit $I_q > 0\text{A}$ vom höheren Potential der Quelle durch einen außen angeschlossenen Verbraucher zum niedrigeren Potential der Quelle fließt. Wenn das nicht ($I_q < 0\text{A}$) der Fall

ist, dann nimmt die Quelle Leistung auf und wirkt als Verbraucher. Das ist allerdings in der hier angenommenen Situation nicht möglich.

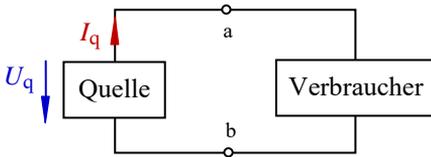


Bild 1.8: Quellen-Zählpfeilsystem

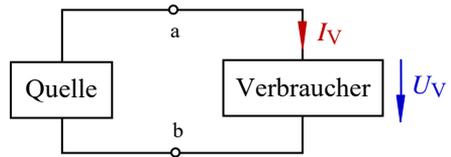


Bild 1.9: Verbraucher-Zählpfeilsystem

• Verbraucher-Zählpfeilsystem:

Wenn die Zuordnung der Zählpfeile von Spannung und Strom die gleiche Richtung aufweisen (siehe Bild 1.9), so wird dieser schaltungstechnische Zustand im Verbraucher-Zählpfeilsystem dargestellt. Danach hat der Strom durch den Verbraucher I_V die gleiche Richtung wie der Zählpfeil der Verbraucherspannung U_V (siehe Bild 1.7 – rechts und Bild 1.9), da ein Strom durch einen Verbraucher einen Spannungsabfall in Flussrichtung verursacht. In diesem Fall nimmt das betrachtete Element Leistung auf und wirkt als Verbraucher.

Nun sollen die in den Bildern 1.4 bis 1.9 vorgestellten Modelle im Zusammenhang mit den getroffenen Festlegungen in eine einfache schaltungstechnische Situation umgesetzt werden. Die Anordnung besteht jetzt aus einer realen linearen Spannungsquelle und einem Lastwiderstand als Verbraucher. Beide Elemente werden an den Punkten a und b zu einem unverzweigten elektrischen Stromkreis (siehe Bild 1.10) verknüpft.

Die elektrische Quelle (EQ) ist der aktive Teil dieses elektrischen Stromkreises. Ladungstrennende Kräfte im Inneren dieses Schaltelementes erzeugen eine Quellenspannung U_q und versetzen elektrische Ladungen in diesem geschlossenen Stromkreis in eine Bewegung relativ zueinander. Solche inneren Vorgänge sind mit Verlusten behaftet, die bei einer linearen Quelle durch einen ohmschen Widerstand (Innenwiderstand R_i im Bild 1.10) nachgebildet werden.

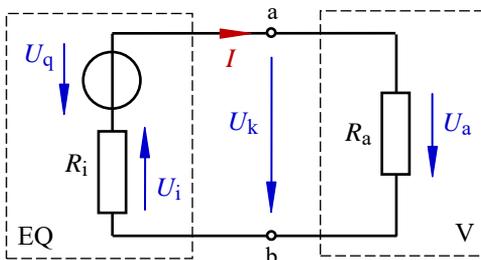


Bild 1.10: Unverzweigter elektrischer Stromkreis

Der Verbraucher (V) als der passive Teil eines elektrischen Stromkreises soll in den folgenden Betrachtungen ein linearer ohmscher Widerstand R_a sein (vgl. Abschn. 1.5 und 2.1). Er setzt die ihm zugeführte Energie in Wärme um. Die Verbindungsleitungen zwischen Quelle und Verbraucher werden als widerstandslos angenommen.

Bei einem offenen Kreis (Trennung der beiden Elemente an den Punkten a und/oder b) fließt kein Strom und der Spannungsabfall U_i über dem Innenwiderstand ist null. Über dem Lastwiderstand kann dann natürlich auch keine Spannung abfallen. Die Klemmenspannung U_k ist in diesem Fall gleich der Quellenspannung U_q .

Wird nun der Stromkreis geschlossen (Verbindung der beiden Elemente über die Punkte a und b), so fließt ein Strom I durch die Widerstände R_a und R_i .

In einem unverzweigten elektrischen Stromkreis kann nur ein Strom fließen.

Über beiden Widerständen fällt infolge dieses Stromflusses eine Spannung (U_a bzw. U_i) ab. Die Klemmenspannung U_k ist jetzt gleich dem Spannungsabfall U_a .

Es gilt: $U_k = U_a = U_q - U_i$.

Für die Spannungsquelle gilt das Quellen-Zählpeilsystem, da die Zählpeile von U_q und I eine entgegengesetzte Richtung aufweisen. Die Quelle gibt Leistung an die angeschlossenen Elemente ab.

Für den Innenwiderstand der Spannungsquelle R_i und für den Lastwiderstand R_a gilt das Verbraucher-Zählpeilsystem, da die Zählpeile von U_i und I sowie von U_a und I jeweils die gleiche Richtung aufweisen. Beide Widerstände nehmen Leistung von der Quelle auf. Der in der Praxis in der Regel nicht vernachlässigbare Innenwiderstand R_i einer elektrischen Quelle wirkt demzufolge innerhalb dieser Quelle als Verbraucher.

1.5 Widerstände im elektrischen Stromkreis

1.5.1 Bemessungsgleichung

Der ohmsche Widerstand R (vgl. auch Abschn. 2.1) beschreibt die Fähigkeit eines stofflichen Gebildes zur Begrenzung des elektrischen Stromes I . Zur Diskussion von Einflussgrößen auf diese Begrenzereigenschaft soll eine Strömung durch ein Stück Manganindraht (homogener Widerstandswerkstoff) betrachtet werden (Bild 1.11).

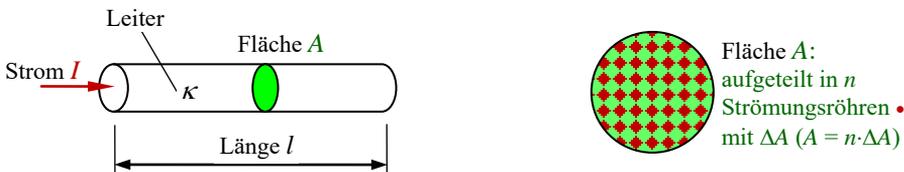


Bild 1.11: Einflussgrößen zur Begrenzung des elektrischen Stromes I

Das stoffliche Gebilde besitzt eine spezifische elektrische Leitfähigkeit κ und ist durch seine konstruktiven Daten (Länge l und Querschnitt A) gekennzeichnet. Die spezifische elektrische Leitfähigkeit κ ist eine Werkstoffkenngröße und wird durch die Dichte der frei beweglichen Ladungsträger und durch ihre Beweglichkeit im Werkstoff bestimmt. Der Kehrwert der elektrischen Leitfähigkeit ist der spezifische elektrische Widerstand ρ .

Es gilt: $\kappa = \frac{1}{\rho}$ mit: $[\kappa] = 1 \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2} = 1 \frac{\text{S}}{\text{m}}$

Der Strom durch den Leiter im Bild 1.11 wird durch folgende Maßnahmen begrenzt:

- Verringerung der Dichte der beweglichen Ladungsträger und ihrer Beweglichkeit:

Dazu muss ein Werkstoff mit einer kleineren spezifischen elektrischen Leitfähigkeit κ (also ein „schlechterer“ Leiter) verwendet werden: $\kappa \downarrow \Rightarrow R \uparrow$.

- Vergrößerung der Länge l des Leiters:

Eine größere Länge des Drahtes setzt dem Stromfluss einen größeren Widerstand entgegen. Die Ladungsträger müssen einen längeren Weg zurücklegen: $l \uparrow \Rightarrow R \uparrow$.

- Verringerung des Leiterquerschnittes:

Eine Reduzierung der Fläche A bewirkt eine Verringerung der Anzahl n der verfügbaren Strömungsröhren (Bild 1.11 – rechts) und damit eine Strombegrenzung. Der Widerstand des Leiters steigt in diesem Fall an: $A \downarrow \Rightarrow R \uparrow$.

Daraus ergibt sich die Bemessungsgleichung zur Bestimmung des Widerstandes einer homogenen leitfähigen Anordnung:

$$R = \frac{l}{\kappa \cdot A} = \rho \cdot \frac{l}{A} \quad (1.6)$$

Der ohmsche Widerstand R ist eine Bauelemente-Kenngröße, die von den konstruktiven Daten (Länge und Fläche) und von der Materialkenngröße ($\kappa = 1/\rho$) abhängig ist.

Der elektrische Leitwert G wird über den Kehrwert des ohmschen Widerstandes R bestimmt.

$$G = \frac{1}{R} = \frac{\kappa \cdot A}{l} \quad (1.7)$$

Der Leitwert wird in der Praxis als reine Rechengröße verwendet. Die primären Informationen über die Einsetzbarkeit des Bauelementes „Widerstand“ leitet der Schaltungstechniker vorrangig aus der Angabe des Widerstandswertes ab. Aus diesem Grund wird in den folgenden Ausführungen weitgehend auf Leitwertbetrachtungen verzichtet.

Für die Einheiten gilt: $[R] = 1 \Omega$ (Ohm) und: $[G] = 1 \text{ S}$ (Siemens).

1.5.2 Temperaturabhängigkeit

Bei Leiterwerkstoffen äußert sich eine Temperaturänderung über eine nachweisbare Widerstandsänderung des Stoffes. Der Temperaturkoeffizient α ist ein Maß dafür. Er beschreibt als Werkstoffkenngröße die auf den Widerstandswert des Stoffes bei Raumtemperatur bezogene Widerstandsänderung pro Temperaturänderung. Bei metallischen Werkstoffen ist der Temperaturkoeffizient größer als null (vgl. [11] – Lehrbeispiel 2.3).

$$\alpha = \frac{dR}{dT} \cdot \frac{1}{R} \quad (1.8)$$

Der Widerstandswert wird bei einer definierten Temperatur wie folgt berechnet:

$$R = R_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \quad (1.9)$$

R_{20} ist der Widerstandswert bei einer Bezugstemperatur von 20 °C. α beschreibt den Temperaturkoeffizienten des für das Bauelement verwendeten Werkstoffes. Der Temperaturkoeffizient wird auch gelegentlich mit TK oder TC bezeichnet. Für ΔT ist die Temperaturänderung (aktuelle Temperatur relativ zur Bezugstemperatur) einzusetzen. Diese Berechnungsvorschrift gilt nur für den in der Schaltungstechnik interessierenden Temperaturbereich und für relativ kleine Temperaturänderungen.

1.5.3 Technische Ausführungsformen

Aus der Sicht des verfügbaren Bauelementesortimentes unterscheidet man zwischen Festwiderständen und Einstellwiderständen (vgl. auch [11] – Abschn. 2.2.1).

Festwiderstände können ein lineares oder ein nichtlineares Verhalten aufweisen. Dieses Verhalten wird mit einer Strom-Spannungs-Kennlinie $I = f(U)$ beschrieben.

Lineare Widerstände werden als Drahtwiderstand (z.B. Konstantendraht), Schichtwiderstand (z.B. Kohleschicht, Metallschicht) oder als Massewiderstand hergestellt.

Nichtlineare Widerstände (z.B. Heißeiter, Kaltleiter, Varistor, Fotowiderstand, usw.; siehe [11] – Abschn. 2.3) bestehen aus einem Halbleitermaterial. Ihr Widerstandswert wird durch eine physikalische Größe (z.B. Temperatur, Spannung, Beleuchtungsstärke) beeinflusst.

Einstellwiderstände ändern ihren Widerstandswert bei Veränderung der Position eines Schleifkontaktes längs einer geraden oder kreisförmigen Widerstandsbahn. Diese Widerstandsbahn kann aus Drahtwindungen (Drahtpotentiometer) oder aus einer Widerstandsschicht (Schichtpotentiometer) bestehen. Der gewünschte Widerstandswert wird mit einem geeigneten Schleifkontakt von der Widerstandsbahn linear oder logarithmisch abgegriffen.

Tabelle 1.1: Zusammenfassung (Formelzeichen und Einheiten)

Bezeichnung	Formelzeichen	Einheit
Ladung	Q	A·s
Strom	I	A
Potential	φ	V
Spannung	U	V
Widerstand	R	Ω
Leitwert	G	S

2 Gesetze zur Berechnung elektrischer Stromkreise

2.1 Das OHMSche Gesetz

Das OHMSche Gesetz beschreibt den Zusammenhang zwischen der elektrischen Spannung und dem elektrischen Strom über die Bauelemente-Kenngröße R bzw. G als Proportionalitätsfaktor.

$$I = G \cdot U = \frac{U}{R} \quad (2.1)$$

Dieser Zusammenhang kann über die Strom-Spannungs-Kennlinie grafisch dargestellt werden. Im Falle eines ohmschen Widerstandes verläuft diese Kennlinie linear.

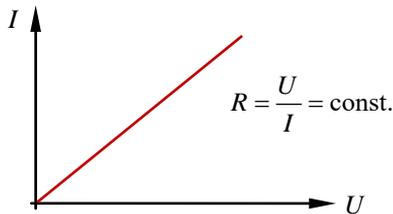


Bild 2.1: Strom-Spannungs-Kennlinie eines ohmschen Widerstandes

Bei einem Bauelement mit einer nichtlinearen Strom-Spannungs-Kennlinie wird zwischen einem Gleichstromwiderstand und einem differentiellen Widerstand (vgl. Bild 2.2) unterschieden. Beide Widerstände sind vom jeweils eingestellten Arbeitspunkt (AP) abhängig.

Der Gleichstromwiderstand wird in der Strom-Spannungs-Kennlinie $I = f(U)$ aus dem Kehrwert des Anstieges der Verbindungsgeraden vom Koordinatenursprung zum eingestellten Arbeitspunkt ermittelt.

$$R_- = \frac{U}{I} \Big|_{\text{AP}} \quad (2.2)$$

Der differentielle Widerstand beschreibt den Kehrwert des Anstieges der Strom-Spannungs-Kennlinie $I = f(U)$ im jeweiligen Arbeitspunkt (Tangente im Bild 2.2 – rechts). Bei linearen Widerständen sind Gleichstromwiderstand und differentieller Widerstand identisch.

$$r = \frac{dU}{dI} \Big|_{\text{AP}} \quad (2.3)$$

Bauelemente mit einer nichtlinearen Strom-Spannungs-Kennlinie haben einen vom Gleichstromwiderstand verschiedenen differentiellen Widerstand. Je nach Krümmung und Verlauf des Kennlinienbereiches, in dem der Arbeitspunkt liegt, weicht der differentielle Widerstand vom Gleichstromwiderstand ab und besitzt gelegentlich auch ein negatives Vorzeichen (fallender Kennlinienteil).

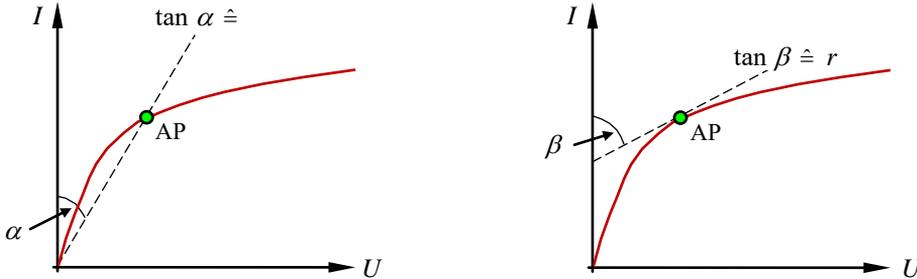


Bild 2.2: Gleichstromwiderstand (links) und differentieller Widerstand (rechts)

Als Bauelement wird im Weiteren ein linearer Widerstand (lineare Strom-Spannungs-Kennlinie) betrachtet. Legt man an einen Widerstand eine Spannung U (Ursache), so fließt ein Strom I (Wirkung), der vom Widerstand R (Bedingung) begrenzt wird.

Ursache und Wirkung sind je nach Auffassung umkehrbar. Speist man einen Strom (Ursache) in einen Widerstand ein, so entsteht über diesem Bauelement ein Spannungsabfall (Wirkung), der vom Widerstandswert bestimmt wird (Bild 2.3).

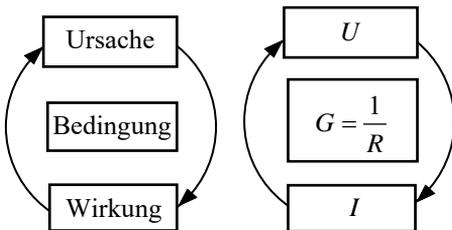


Bild 2.3: Ursache-Wirkungs-Modell

In beiden Fällen gilt, dass der Quotient von Spannung und Strom bei einem linearen Widerstand eine Konstante ergibt. Erhöht man die Spannung über einem Widerstand, so steigt im gleichen Maße der Strom linear an. Vergrößert man den Strom durch einen Widerstand, so steigt im gleichen Maße der Spannungsabfall über ihm linear an.

Zur Diskussion dieses Ursache-Wirkungs-Mechanismus soll ein einfaches gedankliches Modell (Bild 2.4) dienen. Es ist, wie jedes Modell, nur eine unvollständige Abbildung des Originals zum Zwecke der Erkenntnisgewinnung.

Für den Transport beweglicher elektrischer Ladungen von einem Punkt a zu einem Punkt b (elektrischer Strom I) ist eine Potentialdifferenz (elektrische Spannung U_{ab}) zwischen diesen zwei Punkten erforderlich. Gemäß der angegebenen Richtung des Stromes von a nach b

muss für $I > 0$ das Potential im Punkt a größer als das Potential im Punkt b sein. Die Quantität des Ladungstransportes wird dann durch die Kenngröße des (zwischen diesen beiden Punkten) eingeschalteten bzw. wirksamen Bauelementes (Kehrwert des elektrischen Widerstandes $G = 1/R$) als Bedingung bestimmt.

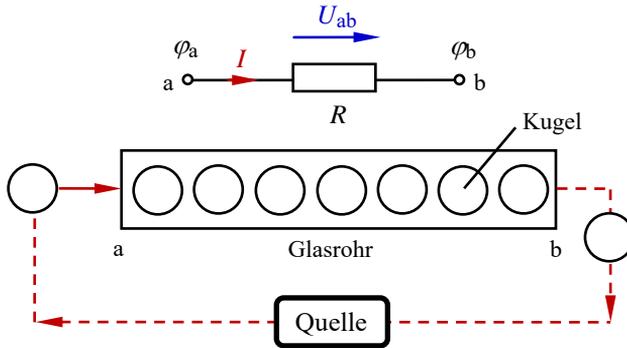


Bild 2.4: Modell zum Ladungstransport

Zur modellmäßigen Nachbildung des Bauelementes kann z.B. ein durchsichtiges Rohr mit der Länge l und einem definierten Querschnitt A eingesetzt werden. In diesem Rohr befinden sich Kugeln mit einem Durchmesser, der viel kleiner als das Kaliber des Rohres sein soll. Die Kugeln sind nicht nur längs des Leiters (Bild 2.4), sondern auch über seinem Querschnitt gleichmäßig verteilt. Das Rohr befindet sich in einer waagerechten Position.

Die Dichte der Kugeln im Rohr kann nun als Maß für die elektrische Leitfähigkeit des Bauelementes aufgefasst werden. Ein Leiterwerkstoff verfügt über viele frei bewegliche Ladungsträger pro Volumeneinheit. Die Dichte der Kugeln ist im Modell eines Leiters demzufolge sehr groß.

Ein solch einfaches Modell zum Ladungstransport ermöglicht, wenn auch nur bedingt, die anschauliche Erklärung der Bewegung von Ladungen in einem Leiter. Schiebt man z.B. auf der linken Seite eine Kugel in das Rohr, so werden alle Kugeln im Rohr um eine Position nach rechts verschoben. Die von außen eingebrachte Energie wird von einer Kugel zur anderen übertragen, sodass die letzte Kugel aus dem rechten Rohrende herausfällt. Es fließt ein Strom. Dieser Strom wird größer, wenn mehrere Kugeln gleichzeitig bzw. in einer kürzeren zeitlichen Folge in das Rohr gegeben werden. Dazu muss die Quelle mehr Kugeln liefern. Erhöht man dagegen die Begrenzereigenschaft des Rohres (Widerstand R steigt), so wird der Ladungstransport pro Zeiteinheit reduziert.

Das vorgestellte Modell spiegelt das physikalische Phänomen des Ladungstransportes nur bedingt wider. Es erklärt aber den komplizierten Prozess des Stromflusses in einer leitfähigen Anordnung mit möglichst einfachen Mitteln und eignet sich somit als praktikabler Ansatz zur Interpretation des im Bild 2.3 dargestellten Zusammenhanges zwischen Ursache und Wirkung. Zugleich wird erkennbar, dass eine elektrische Quelle sowohl eine Potentialdifferenz bereitstellt (Quellenspannung) als auch einen Strom einspeist (siehe Abschn. 3.4).

Lehrbeispiel 2.1:

Eine reale Spannungsquelle ($U_q = 12 \text{ V}$) wird mit einem Widerstand $R_a = 110 \text{ } \Omega$ belastet. Über dem Lastwiderstand liegt eine Klemmenspannung mit $U_k = 11 \text{ V}$ (vgl. Bild 1.10). Berechnen Sie mit dem OHMSchen Gesetz den Strom durch die Anordnung und den Innenwiderstand der Quelle.

$$I = \frac{U_k}{R_a} = \frac{U_a}{R_a} = \frac{11 \text{ V}}{110 \text{ } \Omega} = 100 \text{ mA} \quad \text{und:} \quad R_i = \frac{U_i}{I} = \frac{U_q - U_k}{I} = \frac{12 \text{ V} - 11 \text{ V}}{100 \text{ mA}} = \frac{1 \text{ V}}{100 \text{ mA}} = 10 \text{ } \Omega$$

$$\text{Probe: } I = \frac{U_q}{R_i + R_a} = \frac{12 \text{ V}}{120 \text{ } \Omega} = 100 \text{ mA}$$

2.2 Die KIRCHHOFFSchen Sätze**2.2.1 Maschensatz**

Ein elektrischer Stromkreis besteht aus z Zweigen, die durch Knoten miteinander verbunden werden. Die unterschiedlichen Eigenschaften dieser Zweige und Knoten werden im Abschn. 3.1 im Zusammenhang mit den Grundstrukturen elektrischer Stromkreise diskutiert.

Ein Zweig verbindet zwei Knoten miteinander. In einem Zweig fließt demzufolge immer nur ein Strom (Zweigstrom).

Unter einer Masche versteht man einen beliebigen Umlauf, der in sich geschlossen ist. Längs dieses Umlaufs gilt der Maschensatz:

Die Summe aller vorzeichenbehafteten Spannungen entlang eines geschlossenen Umlaufs ist gleich null.

Dieses Gesetz gilt prinzipiell für Gleichspannungen und für zeitlich veränderliche Spannungen. Die Umlaufrichtung einer Masche ist frei wählbar. Durch das Einzeichnen von Spannungszählpfeilen (vgl. Abschn. 1.3) kann eine Masche mit dem Maschensatz analysiert werden. Als Vorzeichenregel wird festgelegt, dass alle Spannungen, die mit der gewählten Umlaufrichtung der Masche übereinstimmen, ein positives Vorzeichen erhalten.

Spannungen, deren Zählpfeile gegen den Maschenumlauf gerichtet sind, werden mit einem negativen Vorzeichen gekennzeichnet. Im Gleichstromkreis gilt:

$$\sum_{v=1}^n U_v = 0 \tag{2.4}$$

Die Richtungen von Quellenspannungen sind in der Regel durch die Angabe ihrer Polarität (Vorzeichen und / oder Zählpfeil) bekannt. Ansonsten müsste der Betrachter (wie bei einer Spannung zwischen zwei Klemmen) eine Festlegung zu ihrer Polarität treffen.

Die Richtungen von Spannungsabfällen ergeben sich nach Vorbild der Richtungen der Ströme durch die entsprechenden Widerstände. Beträge und Richtungen von Zweigströmen sind dem Betrachter aber in der Regel nicht bekannt. Zu ihrer Berechnung ist eine Richtungsfestlegung durch Einzeichnen von Stromzählpfeilen erforderlich. Das Ergebnis der Berechnung trifft dann mit seinem Vorzeichen eine Aussage über die tatsächliche Richtung des jeweiligen Zweigstromes (siehe Abschn. 1.2).

Lehrbeispiel 2.2:

Man wende den Maschensatz auf den im Bild 2.5 eingezeichneten Umlauf m an.

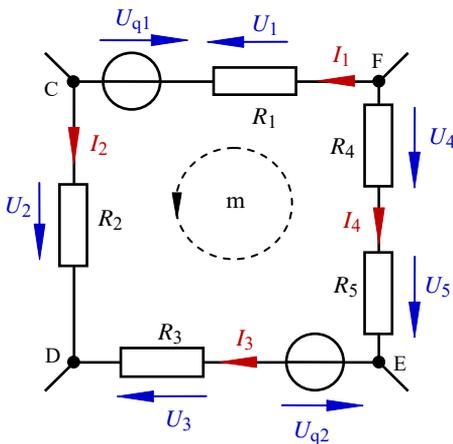


Bild 2.5: Anwendung des Maschensatzes

Der Umlauf beginnt z.B. im Punkt C. Es gilt:

$$+U_2 - U_3 + U_{q2} - U_5 - U_4 + U_1 - U_{q1} = 0$$

Durch Anwendung des OHMSchen Gesetzes und Umstellung der Gleichung erhält man:

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 - I_3 R_3 - I_4 (R_4 + R_5) = U_{q1} - U_{q2}$$

2.2.2 Knotenpunktsatz

Ein Knotenpunkt vereinigt Zweige eines elektrischen Stromkreises in einem Punkt. In diesem Punkt gilt der Knotenpunktsatz.

Die Summe aller vorzeichenbehafteten Ströme in einem Knotenpunkt ist null.

Dieses Gesetz gilt prinzipiell für Gleichströme und für zeitlich veränderliche Ströme. Durch das Einzeichnen von Stromzählpfeilen (vgl. Abschn. 1.2) kann jeder Knoten mit dem Knotenpunktsatz analysiert werden.

Als Vorzeichenregel wird festgelegt, dass zufließende Ströme mit einem positiven und abfließende Ströme mit einem negativen Vorzeichen gekennzeichnet werden.

Im Gleichstromkreis gilt:

$$\sum_{v=1}^n I_v = 0 \quad (2.5)$$

Lehrbeispiel 2.3:

Welcher gesetzmäßige Zusammenhang existiert für den im Bild 2.6 dargestellten Knotenpunkt k?

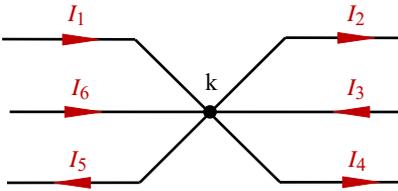


Bild 2.6: Anwendung des Knotenpunktsatzes

$$+I_1 - I_2 + I_3 - I_4 - I_5 + I_6 = 0 \quad \text{bzw.:} \quad I_1 + I_3 + I_6 = I_2 + I_4 + I_5$$

In einem Knotenpunkt ist demzufolge die Summe aller zufließenden Ströme ist gleich der Summe aller abfließenden Ströme.

Zur Berechnung linearer elektrischer Netzwerke (vgl. auch Kap. 5) muss bei Anwendung der KIRCHHOFFSchen Sätze ein Gleichungssystem aufgestellt werden. Die Gleichungen dieses Systems müssen die Unabhängigkeitsbedingung erfüllen. Das bedeutet, dass jede Gleichung im System relevante Information tragen muss.

Eine linear abhängige Gleichung trägt redundante Information. Sie sagt demzufolge nur das aus, was eine oder mehrere andere Gleichungen im System bereits ausgesagt haben.

Bei der Anwendung des Knotenpunktsatzes sind genau $(k - 1)$ Gleichungen voneinander linear unabhängig. Die letzte Gleichung (egal, welche) stellt eine Linearkombination von mehreren Gleichungen des Gleichungssystems dar.

2.3 Energiesatz

Unter Energie versteht man das Vermögen, Arbeit zu verrichten. Energie und Arbeit haben demzufolge die gleiche Einheit.

Es gilt: $[W] = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$.

Die elektrische Energie W ergibt sich im Gleichstromfall aus der an einen Stromkreis angelegten Spannung, multipliziert mit der durch den Kreis bewegten Ladungsmenge.

$$W = U \cdot Q = U \cdot I \cdot t \quad (2.6)$$

Im Rahmen von Leistungsbetrachtungen in einem elektrischen Stromkreis oder z.B. zur Kontrolle der Richtigkeit der Berechnung unbekannter Größen in einem elektrischen Netzwerk stellt man häufig eine vollständige Leistungsbilanz auf. Als Grundlage dient der Energieerhaltungssatz:

Die Summe aller Energien in einem in sich geschlossenen System ist konstant.

Die gesamte Energiemenge, die einem geschlossenen System zugeführt wird, muss auch in diesem System umgesetzt (oder gespeichert) werden.

Die elektrische Leistung P wird im Gleichstromfall allgemein als elektrische Energie pro Zeiteinheit definiert.

$$P = \frac{W}{t} = \frac{U \cdot I \cdot t}{t} = U \cdot I \quad \text{Für die Einheit gilt: } [P] = 1 \text{ W (Watt).}$$

Mit dem OHMSchen Gesetz erhält man für einen ohmschen Verbraucher:

$$P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R \quad (2.7)$$

In einem elektrischen Stromkreis werden Leistungen durch elektrische Quellen zugeführt (Quellenleistungen), die in den Verbrauchern als Verbraucherleistungen umgesetzt werden. Nach dem Energieerhaltungssatz muss die Summe aller zugeführten Leistungen gleich der Summe aller umgesetzten Leistungen sein.

Zur Kennzeichnung dieser Leistungen und insbesondere zur Unterscheidung zwischen einer Quellen-Charakteristik und einer Verbraucher-Charakteristik arbeitet man wieder mit unterschiedlichen Zählpfeilsystemen (siehe Abschn. 1.4 und Bild 2.7).

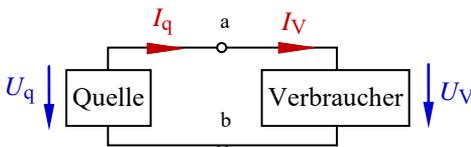


Bild 2.7: Zählpfeilsysteme für Leistungen

• Quellen-Zählpfeilsystem:

Elektrische Quellen geben, wenn sie als Quelle wirken, Leistung ab. Diese Leistungen werden im Quellen-Zählpfeilsystem (Q-ZPS) dargestellt. Es gilt: $P_q = U_q \cdot I_q$.

In einem elektrischen Netzwerk können bestimmte Quellen aber auch Leistung aufnehmen, wenn andere Quellen im Netzwerk (vgl. Kap. 5) dominieren. Durch diese Dominanz wird bestimmten Zweigen, in denen sich Quellen befinden, ein resultierender Zweigstrom „aufgeprägt“. Wenn dieser Strom in Richtung des Zählpfeils einer Quellenspannung fließt,