DUDEN

ABI GENIAL

Mathematik

Für schnellen Lernerfolg

DAS SCHNELL-MERK-SYSTEM

Duden

ABI GENIAL

Mathematik

DAS SCHNELL-
MERK-SYSTEM

Dudenverlag
Berlin

Inhaltsverzeichnis

Abi genial ermöglicht Ihnen eine sehr effektive Prüfungsvorbereitung. Im Mittelpunkt steht die übersichtliche Darstellung von allen abiturrelevanten inhaltlichen Schwerpunkten.

Der Prüfungsstoff
Die Mindmap des Prüfungsstoffes bietet Ihnen eine schnelle Übersicht über alle im Buch dargestellten Inhalte. Nutzen Sie diese, um sich einen Überblick über den Prüfungsstoff zu verschaffen und zu markieren, was Sie noch üben müssen.

Das Wichtigste in Kürze
Die Überblicke zu den jeweiligen Kapiteln bieten eine Übersicht über die zentralen Inhalte und die wesentlichen Kompetenzerwartungen im Abitur. Dabei sind die zuerst genannten Kompetenzen relevant für alle Schülerinnen und Schüler. Sie bilden die Basis des Abiturwissens. Die weiteren Kompetenzen richten sich an Schülerinnen und Schüler, die sich vertiefend mit dem Inhaltsfeld auseinandersetzen möchten, z. B. weil sie einen Leistungskurs besuchen.

Kapitelstarter
Zu Beginn eines jeden Kapitels vermittelt eine Übersicht die wichtigsten Definitionen zu dem Thema.

Kapitel
Im Kapitel wird das Basiswissen mit allen relevanten Inhalten zum Thema dargestellt. Die klare Gliederung des Stoffes ermöglicht Ihnen ein schnelles Auffinden und eine gute Orientierung durch Merkwissen (►) und Infokästen.
Die zahlreichen Beispiele innerhalb der Kapitel zeigen Ihnen, wie Sie konkret vorgehen können.

Topthema

Im Topthema wird der zentrale Lernstoff noch einmal vertieft.

Prüfungsratgeber und Prüfungsaufgaben

Der Prüfungsratgeber ist ein Extrakapitel, in dem Sie Tipps für einen Selbsttest und zum Schreiben der Abiturklausur erhalten. Hier finden Sie alles Wichtige über die Anforderungsbereiche und Operatoren sowie typische Prüfungsaufgaben zu allen Unterrichtsthemen. Nutzen Sie die erlernten Kompetenzen, um die Aufgaben zu lösen.
Neben den inhaltsbezogenen Kompetenzen spielen im Abitur auch prozessbezogene Kompetenzen, wie die Nutzung von Werkzeugen, z. B. grafikfähige Taschenrechner oder Computeralgebrasysteme, eine wichtige Rolle. Auch diese kommen in den thematischen Prüfungsaufgaben zum Tragen.

Prüfungstraining mit Abitur-Originalklausuren

Ergänzt wird das Prüfungstraining durch Originalprüfungen mit ausführlichen Musterlösungen, die Sie unter **www.duden.de/abitur** finden.

! Bitte beachten Sie: Die Anforderungen sind in den Bundesländern sehr unterschiedlich. Auch in den Grund- und Leistungskursen gibt es große Unterschiede in den Kompetenzerwartungen.
Gleichen Sie daher die Angaben in der Mindmap und in den Überblicken (Das Wichtigste in Kürze) mit den Abiturvorgaben in Ihrem Bundesland ab.

Der Prüfungsstoff

Beschreibende und beurteilende Statistik

Beurteilende Statistik
- Stichproben ↑ S. 193
- Hypothesen ↑ S. 194
- Alternativtests ↑ S. 195
- Signifikanztests ↑ S. 197

Beschreibende Statistik
- Diagramme ↑ S. 190
- Mittelwert, Median, Modalwert ↑ S. 191
- Varianz, Standardabweichung ↑ S. 192

Wahrscheinlichkeitsrechnung

- Binomialverteilung ↑ S. 178
- Zufallsgrößen ↑ S. 173
- bedingte Wahrscheinlichkeit ↑ S. 171
- Urnenmodelle ↑ S. 170
- Wahrscheinlichkeit ↑ S. 163

Analytische Geometrie

- Kreis und Kugel ↑ S. 152 ff.
- Schnittwinkel und Abstände ↑ S. 146 ff.

Lagebeziehungen
- Gerade – Ebene ↑ S. 133 ff.
- Ebene – Ebene ↑ S. 138 ff.
- Ebenen in spezieller Lage ↑ S. 144 ff.
- Geraden- und Ebenengleichungen ↑ S. 142 f.

Vektoren und Vektorräume

- Skalarprodukt ↑ S. 114
- Vektorprodukt ↑ S. 116
- Spatprodukt ↑ S. 118
- Vektorräume ↑ S. 119
- Rechnen mit Vektoren ↑ S. 105

Integralrechnung

- Rotationskörper ↑ S. 102
- uneigentliche Integrale ↑ S. 101
- bestimmtes Integral ↑ S. 92
- Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung ↑ S. 95
- Integrationsregeln ↑ S. 91
- Integrationsmethoden ↑ S. 96

- Zahlenfolgen ↑ S. 45
- Funktionsklassen ↑ S. 30
- Darstellung und Eigenschaften von Funktionen ↑ S. 20, 22

Funktionen

- Exponential- und Logarithmusgleichungen ↑ S. 53
- goniometrische Gleichungen ↑ S. 51
- Wurzelgleichungen ↑ S. 51
- Gleichungssysteme: Lösungsverfahren ↑ S. 54
- quadratische Gleichungen ↑ S. 50

Gleichungen und Gleichungssysteme

Was kann drankommen?

Differenzialrechnung

- Funktionen untersuchen: Grenzwert, Stetigkeit, Ableitung ↑ S. 62 ff.
- Differenziationsregeln ↑ S. 69 ff.
- Extremwertprobleme ↑ S. 88 f.
- Kurvendiskussion ↑ S. 83
- Funktionen bestimmen ↑ S. 84 ff.

Matrizen

- Diagonalmatrix ↑ S. 123
- Dreiecksmatrix ↑ S. 123
- transponierte Matrix ↑ S. 124
- inverse Matrix ↑ S. 127
- Rechnen mit Matrizen ↑ S. 124
- Übergangsmatrizen ↑ S. 128

Funktionen

Grundlagen

- Definitionen von Eigenschaften wie Symmetrie und Periodizität
- Definition der Nullstellen
- Grundlegende Eigenschaften von Funktionen verschiedener Klassen, insbesondere von ganzrationalen Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen und Sinusfunktionen
- Anwendung von Transformationen auf Funktionen (↑S. 28 f. Topthema: Funktionsscharen)

Was ist darüber hinaus wichtig?

- Definitionen weiterer Eigenschaften wie Monotonie und Beschränktheit
- Vorgehensweise bei der Verknüpfung und Verkettung von Funktionen
- Grundlegende Eigenschaften weiterer Funktionen, z. B. von Wurzelfunktionen, gebrochenrationalen Funktionen, Kosinus- und Tangensfunktionen sowie Logarithmusfunktionen
- Definitionen von Zahlenfolgen

Gleichungen und Gleichungssysteme

Grundlagen

- Lösung quadratischer Gleichungen ohne digitale Hilfsmittel, z. B. durch Nutzung der p-q-Formel
- Lösung biquadratischer Gleichungen ohne digitale Hilfsmittel, z. B. durch Substitution
- Kenntnis von Lösungsmethoden für Exponentialgleichungen
- Kenntnis und Nutzung des Gauß-Algorithmus zur Lösung von linearen Gleichungssystemen (↑S. 56 ff. Topthema: Gaußsches Eliminierungsverfahren)
- Interpretation der Lösungen des Gauß-Algorithmus im Hinblick auf die Lösbarkeit des Gleichungssystems und die Anzahl der Lösungen (↑S. 56 ff. Topthema: Gaußsches Eliminierungsverfahren)

Was ist darüber hinaus wichtig?

- Lösung von Wurzelgleichungen und goniometrischen Gleichungen
- Kenntnis von Lösungsmethoden für Logarithmengleichungen
- Darstellung linearer Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise

Differenzialrechnung

Grundlagen

- Deutung der Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate bzw. Tangentensteigung
- Kenntnis der Ableitungen elementarer Funktionen
- Kenntnis und Nutzung von Ableitungsregeln
- Bestimmung von Extrem- und Wendestellen unter Verwendung notwendiger und hinreichender Kriterien
- Beschreibung des Krümmungsverhaltens des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung
- Kenntnis des Verhaltens im Unendlichen bei ganzrationalen Funktionen
- Kenntnis der Vorgehensweise und Durchführung von Kurvendiskussionen
- Bestimmung von Parametern einer Funktion mithilfe von Bedingungen (Modellierungen)
- Lösung von Extremwertproblemen (↑S. 88 f. Topthema: Extremwertprobleme)

Was ist darüber hinaus wichtig?

- Unterscheidung der Hauptfälle von Unstetigkeitsstellen
- Definition der Ableitung als Genzwert des Differenzenquotienten
- Kenntnis von Sätzen über differenzierbare Funktionen
- Kenntnis des Verhaltens im Unendlichen bei gebrochenrationalen Funktionen

Integralrechnung

Grundlagen

- Bestimmung von Stammfunktionen elementarer Funktionen
- Kenntnis und Nutzung von Integrationsregeln
- Kenntnis des Hauptsatzes der Differenzial- und Integralrechnung
- Bestimmung von bestimmten Integralen mithilfe der Stammfunktionen
- Ermittlung von Flächeninhalten mithilfe bestimmter Integrale

Was ist darüber hinaus wichtig?

- Kenntnis der Eigenschaften bestimmter Integrale
- Kenntnis und Nutzung von Integrationsmethoden
- Berechnung von uneigentlichen Integralen
- Bestimmung des Volumens von Körpern, die durch Rotation um die Abszisse entstehen, mithilfe von bestimmten und unbestimmten Integralen

Vektoren und Vektorräume

Grundlagen

- Deutung von Vektoren als Verschiebungen und Kennzeichnung von Punkten im Raum durch Ortsvektoren
- Rechnen mit Vektoren
- Berechnung des Skalar- und Vektorprodukts
- Winkelberechnung mithilfe des Skalarprodukts

Vektoren und Vektorräume

Was ist darüber hinaus wichtig?

- Darstellung geometrischer Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem
- Darstellung gerichteter Größen (z. B. Kraft oder Geschwindigkeit) durch Vektoren
- Kenntnis kollinearer und komplanarer Vektoren
- Berechnung und Anwendung des Spatprodukts
- Definition des Vektorraums

Matrizen

Grundlagen

- Kenntnis spezieller Matrizen (Diagonal-, Einheits- und Dreiecksmatrix)
- Rechnen mit Matrizen
- Beschreibung stochastischer Prozesse mit Zustandsvektoren und Übergangsmatrizen
- Verwendung der Matrizenmultiplikation zur Untersuchung folgender oder stabilisierender Zustände

Was ist darüber hinaus wichtig?

- Definitionen linearer Abbildungen
- Kenntnis von Rechenregeln für die Addition und Vervielfachung von Matrizen
- Kenntnis von Rechenregeln für die Matrizenmultiplikation

Analytische Geometrie

Grundlagen

- Darstellung von Geraden und Ebenen im Raum
- Umwandlung von Parameter- in Koordinatenschreibweise (und umgekehrt)
- Berechnung der hesseschen Normalform einer Ebene
- Kenntnis von Lagebeziehungen von Geraden, zwischen Geraden und Ebenen sowie zwischen zwei Ebenen
- Berechnung des Schnittwinkels zweier Geraden, einer Geraden und einer Ebene sowie zwischen zwei Ebenen
- Berechnung des Abstands zwischen einem Punkt und einer Geraden sowie zwischen einem Punkt und einer Ebene

Was ist darüber hinaus wichtig?

- Interpretation von Parametern im Sachzusammenhang
- Berechnung des Abstands zwischen zwei Geraden sowie zwischen zwei Ebenen
- Gleichungen von Kreisen und Kugeln
- Lagebeziehungen von Kreisen sowie von Geraden und Kreisen
- Lagebeziehungen von Kugeln, Geraden und Ebenen
- Bestimmung der Tangentialebene

Wahrscheinlichkeitsrechnung

Grundlagenwissen

- Beschreibung von mehrstufigen Zufallsexperimenten und Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregeln
- Verwendung von Urnenmodellen zur Beschreibung von Zufallsprozessen
- Bestimmung bedingter Wahrscheinlichkeiten
- Untersuchung von Lage- und Streumaßen von Stichproben
- Berechnung des Erwartungswerts und der Standardabweichungen von Zufallsgrößen
- Kenntnis der Binomialverteilung und Berechnung von Wahrscheinlichkeiten
- Nutzung der Binomialverteilung und ihrer Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen

Was ist darüber hinaus wichtig?

- Kenntnis von Zählprinzipien
- Berechnung von Binomialwahrscheinlichkeiten mit der poissonschen Näherung
- Nutzung der σ-Regeln für prognostische Aussagen
- Untersuchung stochastischer Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen

Beschreibende und beurteilende Statistik

Grundlagenwissen

- Berechnung des arithmetischen Mittels
- Berechnung der empirischen Streuung (Varianz) und der empirischen Standardabweichung einer Urliste
- Interpretation von Hypothesentests
- Beschreibung des Fehlers 1. und 2. Art
- Berechnung der Wahrscheinlichkeiten für Fehler 1. und 2. Art

Was ist darüber hinaus wichtig?

- Berechnung des Medians und des Modalwerts
- Bestimmung der Nullhypothese bei Signifikanztests
- Durchführung von zweiseitigen Signifikanztests

1 Funktionen

Wichtige Definitionen

Abbildungen

Eine **Abbildung** ordnet den Elementen einer Menge D durch eine Vorschrift Elemente einer Menge W zu. Eine solche Abbildung (Zuordnung) nennt man

- **mehrdeutig**, wenn mindestens einem $x \in D$ **mehr als ein** $y \in W$ zugeordnet wird,
- **eindeutig**, wenn jedem $x \in D$ **genau ein** $y \in W$ zugeordnet wird,
- **eineindeutig**, wenn außerdem noch zu jedem $y \in W$ **genau ein** $x \in D$ gehört.

Mehrdeutige Abbildung f_1:
Jeder ganzen Zahl wird die Zahl zugeordnet, für die sie Teiler ist, also $1 \to 1$; $1 \to 2$; $2 \to 2$; ...
Eindeutige Abbildung f_2:
Jeder ganzen Zahl wird ihr Quadrat zugeordnet, also $0 \to 0$; $\pm 1 \to 1$; $\pm 2 \to 4$; $\pm 3 \to 9$; ....
Eineindeutige Abbildung f_3:
Jeder reellen Zahl wird ihr Doppeltes zugeordnet, also $0 \to 0$; $1 \to 2$; $0{,}5 \to 1$; $\pi \to 2\pi$ usw. Zu jeder reellen Zahl gehört auch *genau eine* reelle Zahl, die halb so groß ist.

Produktmengen

Eine Abbildung ist beschreibbar als Teilmenge der Produktmenge $D \times W$.
Die **Produktmenge** $D \times W$ ist die Menge aller geordneten Paare, deren erste Komponente ein Element aus D und deren zweite Komponente ein Element aus W ist.

$D = \mathbb{Z}$; $W = \mathbb{N}$
$D \times W = \{(0; 0), (0; 1), \ldots,$
$(-1; 0), (-1; 1), (-1; 2), \ldots,$
$(1; 0), (1; 1), (1; 2), \ldots,$
$(-2; 0), (-2; 1), (-2; 2), \ldots\}.$
Abbildung f_2 von oben ist eine Teilmenge von $D \times W$.
$f_2 = \{(0; 0), (-1; 1), (1; 1),$
$(-2; 4\}, (2; 4), \ldots\}$

Funktionen

Eine **Funktion** f ist eine eindeutige Zuordnung (Abbildung) der Elemente zweier Mengen. Jedem Element x aus der Definitionsmenge D_f (dem **Definitionsbereich**) wird dabei genau ein Element y aus einer Wertemenge W_f (dem **Wertebereich**) zugeordnet.
Kurzform:
$f: x \mapsto y$ oder $f: x \mapsto f(x)$
Die Elemente $x \in D_f$ heißen **Argumente** von f, die zugeordneten Elemente $y \in W_f$ bzw. $f(x) \in W_f$ heißen **Funktionswerte**.
Die Gleichung $y = f(x)$ heißt Funktionsgleichung der Funktion f.

Messung der Lufttemperatur T zu bestimmten Uhrzeiten

Uhrzeit	4	6	8	20	22	24
T in °C	–3	–2	0	0	–1	–2

Hier gilt:
$D_f = \{4; 6; 8; 20; 22; 24\}$ $W_f = \mathbb{Z}$
(bei ganzzahliger Messung)
$f = \{(4; -3), (6; -2), (8; 0), (20; 0), (22; -1), (24; -2)\}$

Jeder reellen Zahl wird ihre dritte Potenz zugeordnet.
Hier gilt:
$D_f = \mathbb{R}$; $W_f = \mathbb{R}$
$f = \{(x; y) \mid y = x^3 \text{ und } x \in \mathbb{R}\}$,
also $f = \{(0; 0), (-2; -8), (0{,}5; 0{,}125), \ldots\}$, $f \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Reelle Funktionen

Sind Definitions- und Wertebereich Mengen reeller Zahlen, so spricht man von **reellen Funktionen**.
Eine Funktion kann auch zwei oder mehr unabhängige Variablen besitzen.
Bei zwei unabhängigen Variablen besteht der Definitionsbereich aus geordneten Paaren reeller Zahlen und der Wertebereich ist $\mathbb{R}$ oder eine Teilmenge von $\mathbb{R}$. Man schreibt dann z.B. $z = f(x, y)$.

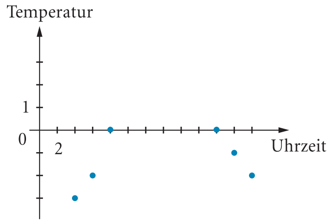
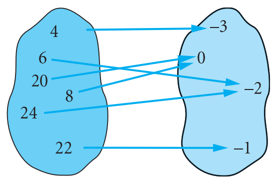
Für den Flächeninhalt A eines Rechtecks mit den Seitenlängen a und b (jeweils auf Maßzahlen bezogen) gilt:
$A(a, b) = a \cdot b$.
Der Definitionsbereich von A ist die Menge $\{(a; b) \mid a, b \in \mathbb{R}^+\}$, der Wertebereich ist $\mathbb{R}^+$. Jedem Paar von Seitenlängen wird eindeutig ein Flächeninhalt zugeordnet.

1.1 Darstellung und Beschreibung

Für die Darstellung und Beschreibung reeller Funktionen kommen vor allem folgende Varianten in Frage:

- Angabe der (geordneten) **Paare** einander zugeordneter Elemente aus Definitions- und Wertebereich (nur möglich bei endlicher Paaranzahl);
- Beschreibung der Zuordnungsvorschrift in Worten (**Wortvorschrift**; verbale Beschreibung);
- Angabe einer die Zuordnung vermittelnden **Funktionsgleichung** y = f(x) (f(x) heißt dann **Funktionsterm**);
- Darstellung der einander zugeordneten Elemente in einer **Wertetabelle** (bei endlicher Paarzahl);
- Beschreibung durch **grafische Darstellungen**, z. B. durch ein Pfeildiagramm oder durch Deuten der Zahlenpaare als die Koordinaten von Punkten in einem Koordinatensystem, wodurch man einen Graphen der Funktion erhält.

<table>
<tr><th colspan="2">Darstellung und Beschreibung von Funktionen</th></tr>
<tr><th>Variante</th><th>Beispiel Temperaturmessung</th></tr>
<tr><td>Paarangabe</td><td>(4; –3), (6; –2), (8; 0), (20; 0), (22; –1), (24; –2)</td></tr>
<tr><td>Wortvorschrift</td><td>Jedem Messzeitpunkt wird die gemessene Lufttemperatur zugeordnet</td></tr>
<tr><td>Funktionsgleichung</td><td>(Angabe ist in diesem Falle nicht möglich)</td></tr>
<tr><td>Wertetabelle</td><td>
<table>
<tr><th>Uhrzeit</th><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>20</td><td>22</td><td>24</td></tr>
<tr><th>T in °C</th><td>–3</td><td>–2</td><td>0</td><td>0</td><td>–1</td><td>–2</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

Darstellung und Beschreibung von Funktionen (Forts.)	
grafische Darstellung	
Pfeildiagramm	

Parameterdarstellung

Bei der Parameterdarstellung von Funktionen wird sowohl die Variable x als auch die Variable y jeweils durch eine Gleichung beschrieben, die einen (gemeinsamen) Parameter t als unabhängige Variable enthält. Es gilt also: $x = f_1(t)$ und $y = f_2(t)$.

Beispiel: Es sei $x = f_1(t) = \frac{t}{3}$ und $y = f_2(t) = 6t$ mit $D_{f_1} = D_{f_2} =]-\infty; \infty[$ bzw. $-\infty < t < \infty$. Dann erhält man folgende Wertetabellen:

Wertetabelle für f_1 und f_2

t	**–9**	**–6**	**–3**	**0**	**3**	**6**
$x = f_1(t) = \frac{t}{3}$	–3	–2	–1	0	1	2
$y = f_2(t) = 6t$	–54	–36	–18	0	18	36

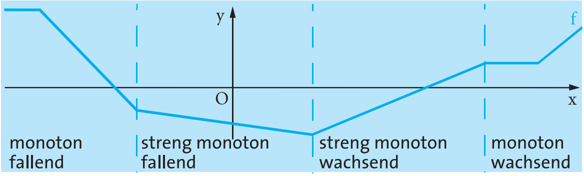
1.2 Eigenschaften

Monotonie

Definition

Eine Funktion f heißt in einem Intervall I von D_f

monoton fallend,	**monoton wachsend,**
wenn für beliebige $x_1, x_2 \in I$ gilt:	
$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$	$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$
Gilt sogar	
$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$	$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
so heißt f	
streng monoton fallend.	**streng monoton wachsend.**



Beschränktheit

Definition

Eine Funktion f heißt

nach oben beschränkt,	**nach unten beschränkt,**
wenn es eine Zahl $s_o \in \mathbb{R}$ gibt,	wenn es eine Zahl $s_u \in \mathbb{R}$ gibt,
sodass für alle $x \in D_f$ gilt:	
$f(x) \leq s_o$	$f(x) \geq s_u$
Man nennt dann	
s_o **obere Schranke** von f.	s_u **untere Schranke** von f.

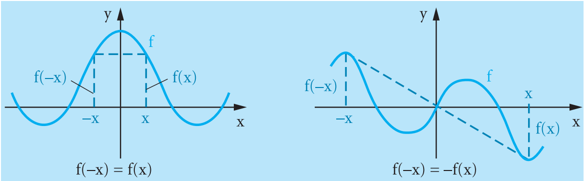
Symmetrie

Gerade und ungerade Funktionen

Eine Funktion f heißt

gerade Funktion,	**ungerade Funktion,**
wenn mit der Zahl x stets auch $-x$ zum Definitionsbereich D_f von f gehört und wenn gilt:	
$f(-x) = f(x)$	$f(-x) = -f(x)$

- Der Graph einer geraden Funktion ist achsensymmetrisch zur y-Achse.
- Der Graph einer ungeraden Funktion ist punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung.



Beispiele: $f_1(x) = x^2$ ist eine gerade Funktion, denn
$f_1(-x) = (-x)^2 = x^2 = f_1(x)$.
$f_2(x) = x^3$ ist eine ungerade Funktion, denn
$f_2(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f_2(x)$.
$f_3(x) = x^2 - x$ ist weder gerade noch ungerade, denn
$f_3(-x) = (-x)^2 - (-x) = x^2 + x$, also verschieden von $f_3(x)$ und $-f_3(x)$.

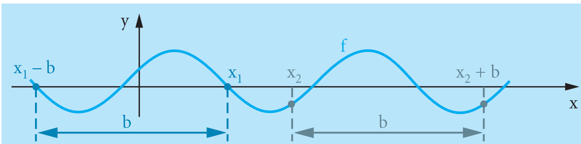
Periodizität

Definition

Eine Funktion f heißt **periodisch**, wenn es eine Zahl $b > 0$ gibt, sodass für jedes $x \in D_f$ gilt: $f(x + b) = f(x)$ $(x + b \in D_f)$. Die kleinste derartige Zahl b wird **Periode** von f genannt.

Für eine periodische Funktion f mit $f(x + b) = f(x)$ gilt also:

- Im Abstand b wiederholen sich die Funktionswerte.
- Die Abschnitte des Graphen von f über den Intervallen $[x; x + b]$, $[x + b; x + 2b]$, $[x – 3b; x – 2b]$, ... aus D_f sind kongruent.



Umkehrbarkeit und Umkehrfunktionen

Definition

Eine Funktion $y = f(x)$ heißt umkehrbar, wenn die durch sie vermittelte Zuordnung f **umkehrbar eindeutig** ist.

Zu jedem Element $y \in W_f$ gehört also auch genau ein $x \in D_f$. Das heißt: Für alle $x_i \in D_f$ folgt aus $x_1 \neq x_2$ stets $f(x_1) \neq f(x_2)$. Die Umkehrfunktion von f (auch inverse Funktion genannt) wird mit f^{-1} bezeichnet. Es ist $D_{f^{-1}} = W_f$ und $W_{f^{-1}} = D_f$.

Die **Gleichung der Umkehrfunktion** von f gewinnt man, indem man die Gleichung $y = f(x)$ nach x auflöst (so dies möglich ist) und die Bezeichnungen y und x vertauscht. Die Graphen einer Funktion $y = f(x)$ und ihrer Umkehrfunktion $y = f^{-1}(x)$ liegen spiegelbildlich zur Geraden $y = x$.

Beispiel: Die Funktion g mit der Gleichung $y = 3x – 5$, $D_g = \mathbb{R}$ ist umkehrbar und hat die Gleichung g^{-1}: $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$. Die Funktion $f(x) = x^2$ vermittelt hingegen keine eineindeutige Zuordnung: Jedem y-Wert (Ausnahme: 0) sind zwei x-Werte zugeordnet. Zerlegt man jedoch f in die beiden Funktionen f_1: $y = x^2$, $D_{f_1} =]–\infty; 0]$, und f_2: $y = x^2$, $D_{f_2} = [0; \infty[$,