Studien zur Hochschuldidaktik und zum Lehren und Lernen mit digitalen Medien in der Mathematik und in der Statistik

RESEARCH

Robin Göller

# Selbstreguliertes Lernen im Mathematikstudium

Springer Spektrum

# Studien zur Hochschuldidaktik und zum Lehren und Lernen mit digitalen Medien in der Mathematik und in der Statistik

**Reihe herausgegeben von**
Rolf Biehler, Paderborn, Deutschland

Fachbezogene Hochschuldidaktik und das Lehren und Lernen mit digitalen Medien in der Schule, Hochschule und in der Mathematiklehrerbildung sind in ihrer Bedeutung wachsende Felder mathematikdidaktischer Forschung. Mathematik und Statistik spielen in zahlreichen Studienfächern eine wesentliche Rolle. Hier stellen sich zahlreiche didaktische Herausforderungen und Forschungsfragen, ebenso wie im Mathematikstudium im engeren Sinne und Mathematikstudium aller Lehrämter. Digitale Medien wie Lern- und Kommunikationsplattformen, multimediale Lehrmaterialien und Werkzeugsoftware (Computeralgebrasysteme, Tabellenkalkulation, dynamische Geometriesoftware, Statistikprogramme) ermöglichen neue Lehr- und Lernformen in der Schule und in der Hochschule.
Die Reihe ist offen für Forschungsarbeiten, insbesondere Dissertationen und Habilitationen, aus diesen Gebieten.

**Reihe herausgegeben von**

Prof. Dr. Rolf Biehler
Institut für Mathematik
Universität Paderborn
Deutschland

Weitere Bände in der Reihe http://www.springer.com/series/11974

Robin Göller

# Selbstreguliertes Lernen im Mathematikstudium

Mit einem Geleitwort von
Herrn Prof. Dr. Hans-Georg Rück

Springer Spektrum

Robin Göller
Institut für Mathematik und ihre Didaktik
Leuphana Universität Lüneburg
Lüneburg, Deutschland

Dissertation an der Universität Kassel, Fachbereich 10 Mathematik und Naturwissenschaften, Robin Göller, unter dem Titel „Selbstreguliertes Lernen im Mathematikstudium – Eine qualitative Studie zur Beschreibung und Erklärung der Lern- und Problemlösestrategien von Mathematikstudierenden im ersten Studienjahr mithilfe ihrer Ziele, Beliefs und Bewertungen“

Tag der Disputation: 05.06.2019

ISSN 2194-3974 ISSN 2194-3982 (electronic)
Studien zur Hochschuldidaktik und zum Lehren und Lernen mit digitalen Medien in der Mathematik und in der Statistik
ISBN 978-3-658-28680-4 ISBN 978-3-658-28681-1 (eBook)
https://doi.org/10.1007/978-3-658-28681-1

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Springer Spektrum


Springer Spektrum ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH und ist ein Teil von Springer Nature.
Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

# Geleitwort

Die ideale Lehrperson einer Anfängerveranstaltung in Mathematik an einer Hochschule sollte sich sehr sorgfältig auf ihre Aufgaben vorbereiten. Dazu gehören die Auswahl der Themen der Vorlesung im Rahmen des vorgeschriebenen Curriculums, die didaktische Aufbereitung des ausgewählten Stoffes, Überlegungen zur Durchführung der Lehrveranstaltung im Zusammenspiel von Vorlesung und Tutorien, usw. Der Lehrperson ist dabei bewusst, dass beim Erlernen des angebotenen Lehrstoffes ein Aspekt die zentrale Rolle spielt, nämlich das selbstständige Erarbeiten, Wiederholen und Vertiefen des Inhalts der Vorlesung durch die Studierenden. Die ist unabdingbar, da im Gegensatz zur Schulmathematik nun die Mathematik an der Hochschule mit einem höheren Abstraktionsgrad wesentlich schneller unterrichtet wird. Die große Bedeutung dieser Selbststudiumsphase wird durch die Zuerkennung beträchtlich vieler Credit-Punkte für sie in den Studienordnungen gewürdigt. Dies ist der Lehrperson sehr wichtig und sie betont dies deshalb immer wieder in den Veranstaltungen. Sie unterstützt dieses Selbstlernen durch flankierende Maßnahmen wie Ausgabe von Übungsblättern, Feedback zur Lösung durch Korrektur, Hinweise auf ergänzende und weiterführende Literatur, usw. und geht davon aus, dass dieses Lernen von der Schule her bekannt sein sollte. (Im Stillen bedauert die Lehrperson dabei vielleicht, dass die Maßnahme der Übungsaufgaben zu einem reinen Kontrollinstrument verkommen ist, bzw. von den Studierenden so aufgefasst wird. Aber das ist wieder ein anderes Thema.) Der eine oder die andere wird sich bei dieser Beschreibung der idealen Lehrperson wiederfinden und kann sicherlich noch weitere gute Ideen zur Verbesserung der Lehre hinzufügen.

Über den Kenntnisstand der Studierenden nach einer Veranstaltung erhält man einen mehr oder minder guten Überblick durch die Ergebnisse von Klausuren oder mündlichen Prüfungen. Doch wie genau wird dieser Kenntnisstand erreicht? Wie wird das durchgeführt, was die Lehrperson - ausgesprochen oder stillschweigend - als den zentralen Punkt des Lernens ansieht? Wie arbeiten die Studierenden in dieser Selbststudiumsphase? Gehen sie so vor, wie es sich die Lehrperson vorstellt oder wenigstens insgeheim erwünscht?

Diese Fragen wurden bisher noch nicht systematisch untersucht. Ein erster Schritt in diese Richtung stellt das vorliegende Buch von Robin Göller dar. In seiner Dissertation mit dem Titel „Selbstreguliertes Lernen im Mathematikstudium“ untersucht Herr Göller die Lernaktivitäten von Studierenden der ersten beiden Semester im Fach Mathematik während ihrer Selbststudiumsphase. Die Ziele seiner Arbeit fasst er zusammen mit „1. die mathematikbezogenen Verhaltensweisen von Mathematikstudierenden im ersten Studienjahr in der Zeit ihres Selbststudiums zu beschreiben, 2. Erklärungsansätze für diese Verhaltensweisen herauszuarbeiten.“

Um diese Ziele zu erreichen, verwendet Herr Göller qualitative Methoden. Die Datenerhebungen werden mit leitfadengestützten Interviews durchgeführt, die Datenauswertung erfolgt anschließend nach Regeln der Grounded Theory. Auf eine Auflistung der Ergebnisse verzichte ich an dieser Stelle, ich empfehle stattdessen nachdrücklich die Lektüre dieses Buches.

Das Lesen dieser Dissertation sollte der idealen Lehrperson erste Hinweise auf das Verhalten der Studierenden bei dem so wichtigen selbständigen Studium geben. Diese Anhaltspunkte könnten bei der Vorbereitung auf zukünftige Lehrveranstaltungen berücksichtigt werden, um gegebenenfalls gezielt zusätzlichen Unterstützungsmaßnahmen einzubauen.

Ich bin keine ideale Lehrperson, aber das Lesen dieser Dissertation hat mir nach fast vier Jahrzehnten des Unterrichtens viele neue Einsichten gebracht. Es ist zu hoffen, dass weitere Untersuchungen in diese Richtung folgen werden. Nicht nur ich, auch ideale Lehrpersonen werden dafür dankbar sein.

Prof. Dr. Hans-Georg Rück

# Vorwort

Wie alle Dissertationen ist auch die hier vorliegende ein Produkt der Umstände unter denen sie geschrieben wurde und die ihre Erstellung beeinflussten oder sogar erst ermöglichten. In meinem Fall war die Existenz des Kompetenzzentrum Hochschuldidaktik Mathematik eine wesentliche Voraussetzung für das Gelingen dieser Arbeit. Der regelmäßige Austausch mit unterschiedlichen Personen, die das gemeinsamen Interesse an der Hochschuldidaktik Mathematik vereinte, die sich dieser Thematik aber gleichzeitig mit verschiedenen theoretischen Blickwinkeln, methodischen Zugängen und praktischen Erwartungen oder Aufgaben näherten, hat entscheidend zur Weiterentwicklung meiner theoretischen Sensibilität, Methodenkenntnisse und meines Blicks für praktische Relevanzen beigetragen. Ebenso wichtig für meine Entwicklung war der alltägliche Austausch mit Freund*innen und Kolleg*innen aus anderen und verwandten Disziplinen, insbesondere aus der Fachmathematik und der Mathematikdidaktik in Kassel.

Allen diesen Freund*innen und Kolleg*innen aus u. a. Kassel, Lüneburg, Hannover und Paderborn, die mich beim Erstellen dieser Arbeit unterstützt und Rahmenbedingungen geschaffen haben, die die Fertigstellung dieser Arbeit vorantrieben, möchte ich an dieser Stelle herzlich danken. Ein besonderer Dank gilt dabei meinem Betreuer Hans-Georg Rück für den fast alltäglichen Austausch über praktische Themen der Hochschuldidaktik Mathematik und für die vielen Freiheiten bei der Erstellung dieser Arbeit. Zudem möchte ich ihm und Andreas Eichler für die Begutachtung dieser Arbeit danken. Schließlich danke ich meiner Großmutter für das Korrekturlesen und meiner Mutter, meinen Schwestern und meinen Lüneburger und Kasseler Freund*innen für die Unterstützung bei meiner Disputation und ihrer Vorbereitung.

Die wichtigste Voraussetzung für die hier vorliegende Arbeit war allerdings die Bereitschaft der im Rahmen dieser Studie befragten Studierenden zur Teilnahme an den Interviews. Ihre Bereitschaft zur Reflexion und Erläuterung ihres persönlichen Vorgehens beim Lernen von Mathematik, ihre Bereitschaft zur Auseinandersetzung und Offenlegung von Schwierigkeiten mit den mathematischen Inhalten des ersten Studienjahrs, ihre Bereitschaft auch unangenehme Themen anzusprechen und dies alles zu mehreren Zeitpunkten innerhalb ihres ersten Studienjahrs zu wiederholen, geben der Datenbasis dieser Arbeit erst ihre herausragende Qualität.

Allen genannten und auch den hier nicht genannten, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, möchte ich hiermit herzlich danken.

Vielen Dank!

Robin Göller

# Inhaltsverzeichnis

# Tabellenverzeichnis

# Abbildungsverzeichnis

# Teil I

# Einleitung

# 1 Motivation, Ziele und Aufbau der vorliegenden Arbeit

## 1.1 Der Übergang von der Schule zur Hochschule im Fach Mathematik

Der Übergang von der Schule zur Hochschule ist für Studierende aller Studiengänge mit einigen Herausforderungen verbunden (Asdonk, Kuhnen & Bornkessel, 2013; Berthold, Jorzik & Meyer-Guckel, 2015), die sich insbesondere daraus ergeben, dass Studierende auf verschiedenen Ebenen mit für sie neuen Situationen konfrontiert sind. Dies erfordert z. B. sich einem neuen sozialen Umfeld und einem neuen Lehrsystem, mit seinen spezifischen Anforderungen, Praktiken, Traditionen, Normen und Rationalitäten, zurecht zu finden, bzw. ganz allgemein „den Schritt von einem behüteten Leben als Schülerin oder Schüler in die Welt eines eigenverantwortlichen Studiums zu gehen und die psychischen und sozialen Anforderungen der neuen studentischen Lebensweise zu bewältigen“ (Asdonk et al., 2013, S. 11).

Diese neuen Situationen bringen oft größere Freiheiten mit sich, die sich z. B. schon darin zeigen, dass insgesamt die Präsenzzeiten an Universitäten, in denen Vorlesungen, Seminare oder Übungen stattfinden in aller Regel geringer sind als in der Schule und eine Anwesenheit oft nicht verpflichtend ist. Diese größeren Freiheiten setzen aber auch voraus, dass Studierende *selbständiger* entscheiden müssen, wie sie ihren Alltag gestalten, welche Veranstaltungen sie besuchen, wie viel Zeit sie außerhalb der Präsenzzeiten in das Lernen von Studieninhalten investieren und *wie* sie diese Zeit nutzen, d. h. auf welche Inhalte sie ggf. fokussieren, welche weiteren Materialien


R. Göller, *Selbstreguliertes Lernen im Mathematikstudium*, Studien zur Hochschuldidaktik und zum Lehren und Lernen mit digitalen Medien in der Mathematik und in der Statistik, https://doi.org/10.1007/978-3-658-28681-1_1

sie zur Hilfe nehmen, ob sie mit anderen zusammen lernen oder lieber alleine, wie sie sich auf Klausuren vorbereiten und vieles mehr.

Neben diesen, grundsätzlich für alle Studiengänge geltenden Herausforderungen, bringt das Mathematikstudium einige Besonderheiten mit sich. Auf organisatorischer Ebene sind hier insbesondere verpflichtende Übungsaufgaben zu nennen: Traditionell werden zu den meisten Mathematikvorlesungen Übungsaufgaben ausgegeben, an denen die behandelten Inhalte erprobt und eingeübt werden können. Dies betrifft nicht nur das „reine" Mathematikstudium, sondern gilt auch für andere Studiengänge, die Mathematikvorlesungen beinhalten (z. B. Lehramstsstudiengänge mit mathematischen Anteilen, naturwissenschaftliche Studiengänge, Ingenieurwissenschaften, Wirtschaftswissenschaften oder Studiengänge, die statistische Methoden verwenden).

Das Bearbeiten solcher Übungsaufgaben wird oft nicht nur als Unterstützungsmaßnahme für das Lernen von Mathematik angeboten, sondern ist zudem mit zu erbringenden Leistungen verbunden, die eine Voraussetzung für das Bestehen von Prüfungen zu den jeweiligen Vorlesungen darstellen. Eine gängige Forderung ist dabei, dass Studierende Lösungen zu den Übungsaufgaben abgeben und dabei mindestens 50 % der maximal für die Aufgaben vergebenen Punkte erreichen müssen, um an Klausuren oder Prüfungen zu der betreffenden Vorlesung teilnehmen zu dürfen.

Das Bearbeiten solcher Übungsaufgaben ist in der Regel mit einem hohen zeitlichen Aufwand verbunden. Dies bedeutet auch, dass die oben angesprochenen Freiheiten im Studium gewisse Einschränkungen erfahren, da ein gewisser Teil der Zeit außerhalb der Präsenzzeiten in die Bearbeitung von Übungsaufgaben investiert werden muss, um den gestellten Anforderungen zu entsprechen. Allerdings bestehen auch hier verschiedene Möglichkeiten wie, wo, wann oder mit wem die Übungsaufgaben bearbeitet werden.

Wie viel Zeit für das absolvieren eines Moduls vorgesehen ist, ist seit der Einführung des ECTS-Punkte-Systems in der Regel genau angegeben. Für traditionelle Anfängervorlesungen, wie z. B. Analysis oder Lineare Algebra für gymnasiales Lehramt oder Mathematik-Bachelor-

Studierende[1] ist meistens ungefähr das doppelte der Präsenzzeiten für das „Selbststudium“ vorgesehen. Dieses Selbststudium umfasst neben dem Bearbeiten von Übungsaufgaben auch Zeiten für Klausurvorbereitung und Vor- und Nacharbeiten von Vorlesungsinhalten. Von Mathematikstudierenden wird also erwartet, dass sie zwei Drittel der Zeit, in denen sie sich mit den mathematischen Inhalten des Studiums beschäftigen, selbständig und ohne Anleitung einer anwesenden Lehrperson gestalten (können).

Neben solchen organisatorischen Besonderheiten, bringt das Mathematikstudium aber vor allem auch fachliche Besonderheiten mit sich, die den Übergang von der Schule ins Mathematikstudium erschweren (siehe z. B. Guzmán, Hodgson, Robert & Villani, 1998; Gueudet, 2008; Nardi, Biza, González-Martín, Gueudet & Winsløw, 2014; Thomas et al., 2015; Hefendehl-Hebeker, 2016, für Übersichten). Gut und ausführlich sind diese fachlichen Besonderheiten in den Dissertationen von Liebendörfer (2018, Kapitel 2, S. 5ff) und Rach (2014, Kapitel 3, S. 34ff) dargestellt. In Anlehnung an die Übersicht von Gueudet (2008) sollen hier im Folgenden kurz Unterschiede zwischen Schule und Hochschule, hinsichtlich der Mathematik und des Lernens von Mathematik, anhand der Art der Begriffsbildung, des mathematischen Denkens und der Organisation des mathematischen Wissens, der Beweise und der Art der mathematischen Kommunikation und der didaktischen Umsetzung des Lernens von Mathematik und der sich daraus ergebenden Anforderungen an die Studierenden, erörtert werden.

[1] Wenn im Folgenden von „Mathematikvorlesungen“ gesprochen wird, sind diesen entsprechende Vorlesungen gemeint, die eine axiomatisch-beweisende Mathematik behandeln. Als „Mathematikstudierende“ werden Studierende bezeichnet, die solche Vorlesungen besuchen, das „Mathematikstudium“ bezeichnet die Studiengänge dieser Studierenden.

### Die Art der Begriffsbildung, des mathematischen Denkens und der Organisation des mathematischen Wissens

Ein wesentlicher Unterschied zwischen der Schul- und Hochschulmathematik findet sich in der Art, wie mathematische Begriffe gebildet werden, wie mathematisches Wissen organisiert ist und den Auswirkungen, die dies auf das mathematische Denken hat. Dabei kann die in der Schulmathematik in aller Regel fehlende Axiomatik, als ein entscheidender Unterschied zwischen Schul- und Hochschulmathematik angesehen werden (A. Fischer, Heinze & Wagner, 2009). Dies hat zur Folge, dass in der Schule mathematische Begriffe teilweise „im Sinne einer naturwissenschaftlichen Theorie an Objekten der Empirie entwickelt“ (Witzke, 2012, S. 950) werden und in aller Regel zumindest eine Entsprechung in der physischen Welt haben (Dörfler, 2003; Hefendehl-Hebeker, 2016). In Mathematikvorlesungen an der Hochschule sind mathematische Begriffe dagegen in aller Regel durch formale Definitionen gegeben. Erst derart präzise definierte Begriffe erlauben es, mithilfe dieser Begriffe formulierte Aussagen formal zu beweisen. Dementsprechend kann der Übergang von der Schule zur Hochschule auch als Übergang „from *describing* to *defining*, from *convincing* to *proving* in a logical manner based on those definitions“ (Tall, 2006, S. 20) beschrieben werden.

Damit ist schon angesprochen, dass der axiomatische Ansatz nicht bei der Definition von Begriffen stehen bleibt, sondern vielmehr die gesamte Darstellung mathematischen Denkens und Wissens an Hochschulen durchzieht und prägt. Dementsprechend sind Vorlesungen und Lehrbücher zu den mathematischen Inhalten des ersten Studienjahrs in der Regel so aufgebaut, dass mithilfe von so definierten Begriffen, Aussagen formuliert und dann bewiesen werden (vgl. z. B. Forster, 2016; G. Fischer, 2010). Dies bedeutet nicht, dass die Mathematik nur auf ein System von Schlüssen aus Definitionen und Annahmen reduziert werden sollte. Diese Darstellung ist vielmehr das „polierte“ Endprodukt eines mathematischen Konstruktionsprozesses, der oft viele unformale und intuitive Schritte enthält (Tall, 2002). Courant und Robbins (2013, S. XXI) formulieren dies wie folgt: „Wenn die kristallierte, deduktive Form das letzte Ziel ist, so sind Intuition und Konstruktion die treibenden Kräfte“.

Demgegenüber wird die Beschäftigung mit Mathematik an Schulen oft (vielleicht in übertriebenem Maße) als auf schematisches Rechnen fokussiert beschrieben (Tall, 1997; Thomas & Klymchuk, 2012), mit dem Ziel „das formale Lösen von so vielen Übungen als möglich zu trainieren, mit nur oberflächlichem Verständnis der Theorie und unter der täglichen Betreuung des Lehrers“ (Grünwald, Kossow, Sauerbier & Klymchuk, 2004, S. 285).

Einige Forschungsarbeiten, die sich mit den Anforderungen beim Übergang von der Schule zur Hochschule in Bezug auf diese Unterschiede des mathematischen Denkens befassen, haben einerseits Theorien entwickelt, um verschiedene Niveaus des Verstehens mathematischer Begriffe und Zusammenhänge zu fassen (z. B. Tall & Vinner, 1981; Dubinsky & McDonald, 2001; Tall, 2008; A. Fischer et al., 2009, für eine Übersicht). Andererseits gibt es eine Reihe von Forschungsarbeiten, die die Auseinandersetzungen und Schwierigkeiten von Studierenden mit mathematischen Inhalten am Beispiel konkreter, zentraler Begriffe des ersten Studienjahrs, wie Funktionen (z. B. Oehrtman, Carlson & Thompson, 2008; Vandebrouck, 2011), Folgen und Grenzwerten (z. B. Ostsieker, 2018; Roh, 2008) oder Eigenwerten und Eigenvektoren (z. B. Wawro, Watson & Zandieh, 2019; Thomas & Stewart, 2011), aufzeigen.

### Beweise und die Art der mathematischen Kommunikation

Die axiomatisch-deduktive Darstellung von Mathematik an der Universität beinhaltet in der Regel, dass (fast) alle mathematischen Aussagen in den Vorlesungen bewiesen werden. Zudem wird in Übungsaufgaben in der Regel auch von den Studierenden verlangt, gewisse Aussagen selbst zu beweisen. Somit nehmen Beweise eine zentrale Stellung in der Mathematik an der Hochschule ein. Damit einher geht, dass für viele mathematische Aussagen nicht nur die Frage, *ob* sie wahr oder falsch ist, sondern vielmehr die Frage *warum* sie wahr oder falsch ist, d. h. wie sie bewiesen oder widerlegt werden kann, von Interesse ist.

Dies alles ist vor dem Hintergrund zu sehen, dass formale Beweise in der Schule (fast) keine Rolle spielen (Grünwald et al., 2004). In einer Studie von Kempen (2019) gaben mehr als zwei Drittel der befragten Lehramtsstudierenden an, in der Sekundarstufe 1 und 2 jeweils höchstens fünf Beweise gesehen zu haben. Darüber hinaus gaben 74 % der Befragten an, in ihrer gesamten Schulzeit weniger als zwei Beweise selbst entwickelt zu haben. Diese Zahlen werden in gängigen Mathematikvorlesungen an der Universität wahrscheinlich schon in der ersten Semesterwoche überboten. Dementsprechend werden die ersten Studienmonate teilweise auch als „Abstraktionsschock" (Steinbauer, Süss-Stepancik & Schichl, 2014) bezeichnet, in denen es insbesondere darum geht, diese neue Art der mathematischen Kommunikation, Begriffsbildung und des mathematischen Beweisens und Denkens zu erlernen.

Besondere Schwierigkeiten sind dabei mit dem selbständigen Erstellen von Beweisen verbunden, da dies in der Regel voraussetzt, dass vorkommende Begriffe und Aussagen in einem ausreichenden Maß verstanden wurden und die mathematische logisch-deduktive Form der Kommunikation zumindest ansatzweise beherrscht wird (siehe z. B. Selden, 2012, für eine ausführlichere Diskussion). Dementsprechend finden sich in der Literatur auch eine ganz Reihe an Forschungsarbeiten, die Schwierigkeiten von Studierenden z. B. bei der Verwendung von Quantoren, der Verwendung von Definitionen, der logischen Argumentation und generell bei der Frage, welche Schlüsse zugelassen sind, aufzeigen (siehe z. B. Selden, 2012; Thomas et al., 2015, für Übersichten). Darüber hinaus ist es auf motivationaler Ebene wichtig, dass Studierende ein „Beweisbedürfnis" entwickeln (Winter, 1983; Hemmi, 2008), d. h., dass auch für sie die Frage, warum eine mathematische Aussage wahr ist, so wichtig ist, wie die Frage, ob sie wahr ist.

### Die didaktische Umsetzung des Lernens von Mathematik und die sich daraus ergebenden Anforderungen an die Studierenden

Die Anforderungen, die sich aus dem Übergang von der Schule zur Hochschule im Fach Mathematik ergeben, sind durch die oben dargestellten Unterschiede im mathematischen Denken und Kommunizieren noch nicht vollständig beschrieben. z. B. ist die Frage, ob ein gegebener Beweis als gültig anerkannt wird, auch abhängig von den Lesern, bzw. Zuhörern (Inglis, Mejia-Ramos, Weber & Alcock, 2013). Dies bedeutet, dass Mathematikstudierende nicht nur neue Inhalte erlernen müssen, sondern auch die damit einhergehenden Praktiken, Argumentationsformen, Normen etc. der neuen Umgebung.

Um dies zu fassen, greift die Hochschuldidaktik Mathematik u. a. auch auf institutionelle, soziokulturelle und diskursive theoretische Ansätzen zurück (z. B. Nardi, Biza et al., 2014, für einen Überblick), die hier nicht näher ausgeführt werden. Dadurch lassen sich z. B. Unterschiede von Aufgabentypen, Lösungstechniken, Begründungsformen und Theorien (z. B. mithilfe der Anthropologischen Theorie der Didaktik Chevallard, 1992; M. Bosch & Gascón, 2014; Winsløw, Barquero, De Vleeschouwer & Hardy, 2014; Artigue, 2017), dem didaktischen Vertrag (z. B. mithilfe der Theorie Didaktischer Situationen Brousseau & Balacheff, 1997; González-Martín, Bloch, Durand-Guerrier & Maschietto, 2014) oder im Diskurs und der Kommunikation von Mathematik (z. B. mithilfe des „Commognitiven“ Ansatzes Sfard, 2008; Nardi, Ryve, Stadler & Viirman, 2014) zwischen Schule und Hochschule theoretisch beschreiben und aufzeigen.

### Symptome von Übergangsschwierigkeiten von der Schule zur Hochschule im Fach Mathematik

Die meisten dieser Forschungsbemühungen sind motiviert durch sichtbare Symptome, an denen die Übergangsschwierigkeiten deutlich werden. Traditionell hat das Mathematikstudium mit hohen Abbruchquoten und hohen Durchfallquoten bei Klausuren zu Mathematikvorlesungen zu kämpfen. Nach einer Studie von Dieter (2012) schlossen nur etwa 20 % der Diplommathematikstudierenden ihr Studium erfolgreich ab (siehe auch Dieter, Brugger, Schnelle & Törner, 2008). Außerdem zeigte sich, dass viele schon in der Studieneingangsphase ihr Studium abbrachen. Die Abbruchquoten des Bachelor-Mathematik-Studiengangs nehmen mit meist knapp über 50 % den Spitzenplatz unter allen (untersuchten) Bachelor-Studiengängen ein (Heublein & Schmelzer, 2018; Heublein, Richter, Schmelzer & Sommer, 2014), wobei hier Studienfachwechsler nicht miterfasst sind. Für das Lehramtsstudium in Mathematik sind mir keine vergleichbaren systematischen Studien bekannt. Allerdings legen die von Briedis et al. (2008) aufgeführten Anfänger- und Absolventenzahlen nahe, dass hier Erfolgs- und Abbruchquoten nicht ganz so drastisch ausfallen.

Hohe Durchfallquoten sind immer in Relation zu den jeweiligen Klausuren zu sehen, da sie sich grundsätzlich leicht durch einfachere Klausuren vermeiden ließen. Allerdings stehen Lehrende auch in der Verantwortung, als notwendig angesehene fachliche Inhalte und Kompetenzen in den Klausuren zu überprüfen (vgl. etwa Beutelspacher, Danckwerts, Nickel, Spies & Wickel, 2012). Hier zeigt sich also vielmehr, dass oft Prüfungsleistungen von Studierenden nicht die Erwartungen von Lehrenden erfüllen. Interessant ist in diesem Zusammenhang eine Klausur an der Universität Köln mit einer Durchfallquote von 94 %, die eine Studentin als „hammerschwer“ und „richtig ungerecht“ beschrieb, durch die „auf unfaire Art ausgesiebt“ worden sei[2], wohingegen die zugehörige Fakultät der Universität die Klausur in einer Stellungnahme als angemessen bewertete[3].

Solche Diskrepanzen zwischen dem, was Lehrende und dem, was Studierende für angemessen halten und die damit einhergehende Unzufriedenheit bei den Beteiligten, sind ein weiteres Symptom von Übergangsschwierigkeiten und kein Einzelfall. Insbesondere für Lehr-

[2] `http://www.spiegel.de/lebenundlernen/uni/uni-koeln-studenten-bestehen-mathe-klausur-massenhaft-nicht-a-826946.html`, abgerufen am 10.01.2019

[3] `http://www.mathedidaktik.uni-koeln.de/fileadmin/matheseminarfiles/Erklaerung_Seminar_fuer_Mathematik_und_ihre_Didaktik.pdf`, abgerufen am 10.01.2019

amtsstudierende gibt es einige Studien, die eine große Unzufriedenheit dokumentieren. Zentrale Kritikpunkte scheinen dabei zu sein, dass Mathematikvorlesungen aus der Sicht von Studierenden inhaltlich und methodisch kaum auf den späteren Lehrerberuf vorbereiten, zu hohe Anforderungen stellen und zu wenig Beispiele und Nachfragemöglichkeiten bieten (Kalesse & Hannula, 1997; Mischau & Blunck, 2006; Bungartz & Wynands, 1998), sodass viele Lehramtsstudierende „keine belastbare, affektiv unterstützte positive Beziehung zur Mathematik haben beziehungsweise entwickeln“ (Pieper-Seier, 2002, S. 396 f, zitiert nach Beutelspacher et al., 2012, S. 6). Zusammenfassend schreiben Mischau und Blunck (2006, S. 49): „Es ist insgesamt auffällig, um nicht zu sagen erschreckend, wie negativ Lehramtsstudierende ihr Studium beurteilen.“ Mathematik-Bachelor-Studierende zeigen sich insgesamt mit ihrem Studium eher zufrieden (Dieter, 2012).

Auf der anderen Seite werden die mathematischen Fähigkeiten der Studierenden von einigen Lehrenden als nicht ausreichend bewertet (z. B. Schott, 2012; Hilgert, 2016; London Mathematical Society, 1995). Hilgert (2016, S. 700) meint in den vergangenen Jahren zudem ein Zurückgehen der

- „Fähigkeit und Bereitschaft zur Selbstmotivation; Aufbringen von Interesse an vertieftem Fachverständnis,
- Fähigkeit und Bereitschaft zur Reflexion über den eigenen Lernfortschritt,
- Fähigkeit und Bereitschaft zu angemessenem Arbeitseinsatz und
- Fähigkeit und Bereitschaft zur Entwicklung eigenständiger Lösungsstrategien“

zu beobachten. Auch in der oben genannten Stellungnahme der Universität Köln werden als Gründe für die hohe Durchfallquote die „mangelnde Verantwortung und Selbstständigkeit für den eigenen Lernprozess, ungenügende mathematische Vorkenntnisse und die ‚pro forma‘ Teilnahme an der ersten Klausur“ der Studierenden angegeben. Dementsprechend sind in den vergangenen Jahren einige Versuche unternommen worden, Mindeststandards, die Studienanfänger/-innen zu erfüllen hätten, zu formulieren (Dürrschnabel, 2017; Neumann, Pigge & Heinze, 2017).

Fachliche Schwierigkeiten mit der beweisenden, abstrakten Mathematik zu Beginn des Mathematikstudiums sind allerdings kein neues Phänomen. Feigl (1928) attestiert seinen Studierenden zwar „Fertigkeit im Rechnen“, aber eben auch keine klare Vorstellung vom „Wesen des Beweises“ und deutliche Mängel in der „logischen Schulung“. Moore (1994) stellt fest, dass seine untersuchten Studierenden große Schwierigkeiten mit Beweisen hatten, weil sie die zugehörigen Definitionen nicht kannten, wenig intuitives Verständnis für die Begriffe hatten, keine eigenen Beispiele konstruieren konnten oder wollten, die Definitionen nicht anwenden konnten, die mathematische Sprache und Notation nicht verstanden und nicht wussten, wie man einen Beweis beginnt (Moore, 1994, S. 251f).

### Maßnahmen von Hochschulen

Als Reaktion auf diese Übergangsschwierigkeiten bieten mittlerweile fast alle deutschen Hochschulen Vorkurse an, in denen vor Studienbeginn, für das Studium notwendig angesehene mathematische Grundlagen aufgearbeitet werden (siehe z. B. Bausch et al., 2014). An einigen Universität werden zudem, über die üblichen Übungsgruppen hinausgehende, studienbegleitende Unterstützungsmaßnahmen, wie Lernzentren, Brückenkurse oder andere innovative Übungskonzepte angeboten (z. B. Biehler et al., 2018; Grünwald et al., 2004; Ableitinger & Herrmann, 2013; Kallweit & Griese, 2015)

Zudem haben in den letzten Jahren manche Universitäten auf die Übergangsschwierigkeiten mit curricularen Änderungen der Studieneingangsphase reagiert (z. B. Grieser, 2013; Hilgert, Hoffmann & Panse, 2015; Beutelspacher et al., 2012; Göller & Liebendörfer, 2016; Bessenrodt, Hochmuth & Gentner, 2017). Traditionell waren für das erste Semester der Studiengänge gymnasiales Lehramt Mathematik und Mathematik Bachelor (bzw. früher Diplom Mathematik) die Module „Analysis I“ und „Lineare Algebra I“ mit jeweils einer Vorlesung