Horst Hischer

# Mathematik – Medien – Bildung

## Medialitätsbewusstsein als Bildungsziel: Theorie und Beispiele

Springer Spektrum

Horst Hischer

# Mathematik - Medien - Bildung

## Medialitätsbewusstsein als Bildungsziel: Theorie und Beispiele

Unter Mitarbeit von Wolf-Rüdiger Wagner

Springer Spektrum

Horst Hischer
Fakultät für Mathematik und Informatik
Universität des Saarlandes
Saarbrücken, Deutschland

ISBN 978-3-658-14166-0 ISBN 978-3-658-14167-7 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-658-14167-7

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Springer Spektrum
© Springer Fachmedien Wiesbaden 2016
Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.
Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.
Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

*Planung*: Ulrike Schmickler-Hirzebruch

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Spektrum ist Teil von Springer Nature
Die eingetragene Gesellschaft ist Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

# Vorwort

Die 1970er Jahre brachten eine stürmische Entwicklung der Informatik als neuer Wissenschaft und zugleich damit neben technischen auch inhaltliche Möglichkeiten und Aspekte für den Mathematikunterricht und die Mathematikdidaktik. Erste elektronische Taschenrechner fanden den Weg in die Schule, dann auch programmierbare Taschenrechner und vereinzelt schon erste, noch teure Tischrechner wie z. B. WANG, und schon bald wurde das Verschwinden von Logarithmentafeln und Rechenschiebern aus dem Mathematikunterricht eingeläutet.

1978, nur drei Jahre nach Gründung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM), wurde der Arbeitskreis „Mathematikunterricht und Informatik in der GDM“ gebildet, der sich zum Ziel setzte, die *„Auswirkungen der Informatik auf den Mathematikunterricht, die erkennbar sind und in Zukunft noch stärker in Erscheinung treten werden“,* zu untersuchen, und zwar *„unabhängig davon, in welchem Umfang Informatik selbst zum Unterrichtsgegenstand in unseren Schulen wird, da im Mathematikunterricht die methodischen und anwendungsorientierten Aspekte der Informatik gegenüber den inhaltlichen den Vorrang haben“.*

Auf die 1979 auf dem Markt erschienenen revolutionären Tischrechner Apple II und Commodore 8032 folgte eine beginnende, noch zaghafte Ausstattung der Schulen mit Computerarbeitsplätzen, was mit dem 1981 vorgestellten „PC“ von IBM intensiver wurde. Es folgten erste Programmierkurse, die oft schon von engagierten Lehrkräften als „Informatik-Kurse“ angeboten wurden, verbunden mit einer Diskussion in der Didaktik der Mathematik über die „richtige“ bzw. „angemessene“ Programmiersprache.

Einerseits führte all das zu einer bis heute anhaltenden Entwicklung von Konzepten zum *Einsatz des Computers im Mathematikunterricht*, was sich in einer Vielzahl von Aufsätzen und auch in mehreren Monographien niedergeschlagen hat.

Und andererseits entstand in der Schule das neue, zusätzlich angebotene Unterrichtsfach „Informatik“, verbunden mit der immer wieder vor allem „von außen“ erhobenen Forderung, nun auch Informatik zum Pflichtfach im Rahmen der Allgemeinbildung zu machen.

Rückblickend ist es nicht verwunderlich, dass bereits Anfang der 1980er Jahre gewissermaßen „vorausschauend“ ein „Ruck“ durch die Schullandschaft ging, begleitet und vor allem initiiert durch engagierte Plädoyers wie beispielsweise von dem Informatiker Klaus Haefner, die oft in der Forderung gipfelten, es sei nötig, diese neuen Geräte auch in Schule und Ausbildung flächendeckend zu etablieren. Solches Ansinnen stieß allerdings zunächst vielfach auf massive Vorbehalte oder gar auf große Widerstände – insbesondere auch in der Lehrerschaft –, zugleich aber wuchs das Bedürfnis nach einer vertieften *bildungstheoretischen Begründung* solcher manchmal nur als vordergründig „bildungspolitisch“ empfundenen Forderungen. Grundsätzlich neu war mit Beginn dieser Phase, dass es plötzlich nicht mehr nur um den Mathematikunterricht und um den Informatikunterricht ging, sondern dass *zunehmend andere Fächer und dann sogar die Schule als Ganzes* in den Blick gerieten. Wie kam es dazu?

1983 führte die Evangelische Akademie Loccum die Tagung „Neue Technologien und Schule“ durch, auf der mit Experten aus verschiedenen Bereichen wie Schule, Schulverwaltung, Wissenschaft, Politik, Gewerkschaft, Kirche und Wirtschaft erörtert wurde, ob und wie sich die Schule den durch die „Neuen Technologien“ bedingten Herausforderungen stellen solle.

Schon 1984 verabschiedete dann die damals noch existierende „Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung“ (BLK) ein *Rahmenkonzept für die informationstechnische Bildung in Schule und Ausbildung*, das in den folgenden Jahren nahezu allen Bundesländern als Grundlage für von ihnen durchgeführte Modellversuche mit durchaus unterschiedlichen Akzentuierungen diente.

So startete z. B. in Niedersachsen 1984 – basierend auf den Ergebnissen der erwähnten Loccumer Tagung [1] – das gleichnamige Projekt „Neue Technologien und Schule“ mit dem Ziel der Entwicklung von Unterrichtsbeispielen für die *thematische Behandlung* der „Neuen Technologien“. Die zu erarbeitenden Beispiele sollten die Aspekte „Lerninhalt“, „Werkzeug“ und „Medium“ berücksichtigen – und zwar fachspezifisch *nahezu alle Fächer* betreffend. Auf der Basis solcher Beispiele wurden parallel *allgemeine Ziele einer informations- und kommunikationstechnologischen Bildung* entwickelt, die einen künftig wichtig erscheinenden Aspekt von Allgemeinbildung beschreiben sollten, um den Fächern im Kontext dieser „Neuen Technologien“ damit didaktische Anregungen und Hilfen bieten zu können.

Dadurch ist der nahezu alle Fächer umfassende *integrative Ansatz* gekennzeichnet, wie er ähnlich auch in Nordrhein-Westfalen verfolgt wurde. Diese beiden Konzepte stellten allerdings *nicht* den *Computereinsatz im Unterricht* in den Vordergrund (s. o.), und sie setzten sich deutlich von der zugleich in anderen Bundesländern propagierten „informationstechnischen Grundbildung“ (ITG) ab, bei der es – wie schon der Name suggeriert – vorrangig um nur „technische“ Aspekte ging, für deren Vermittlung dann insbesondere „Leitfächer“ wie Mathematik und Informatik vorgeschlagen wurden.

1987 verabschiedete die BLK das *Gesamtkonzept für die Informationstechnische Bildung* mit empfehlenden Rahmenbedingungen für die Bundesländer, und hier wurde bereits erstmals explizit auch die *Medienerziehung* aufgeführt: [2]

> Der Umgang mit dem Computer und anderen neuen Informations- und Kommunikationstechniken stellt *Anforderungen an die Medienerziehung*, die über die bisher geübte Praxis im Bereich der klassischen audiovisuellen Medien hinausgehen.
>
> […] *Medienkunde* […] und die *darauf aufbauende Medienerziehung* können in unterschiedlichsten Situationen Bestandteil des Unterrichtsangebots in vielen Fächern sein. Es *bedarf* daher *keines eigenen Unterrichtsfaches*.

Es ist zu betonen, dass hier kein neues Fach wie etwa „Medienerziehung“ gefordert wurde.

---

1 Siehe [Evangelische Akademie 1983].

2 [Bund-Länder-Kommission 1987, 29]; Hervorhebungen nicht im Original.

Daneben gab es aber weiterhin starke Bestrebungen seitens der Wissenschaft Informatik gegen eine solche fachübergreifende Behandlung der letztlich von ihr selbst verursachten nicht nur technischen, sondern auch gesellschaftlichen Fragen und Probleme, die mit dem Computer zusammenhängen. So wurde etwa vom „Fakultätentag Informatik“ 1993 gefordert, Informatik als obligatorisches Fach in der Sekundarstufe II einzurichten. Dem wurde allerdings seitens einer Stellungnahme der GDM widersprochen, die mit dem Fazit endete: [3]

> Die dargelegten Argumentationen bezüglich allgemeinbildender Aspekte von informatischen Themen und Inhalten führen unseres Erachtens nicht zu Begründungen für ein obligatorisches Fach Informatik in der Sekundarstufe II, wohl aber zu der Forderung, daß informations- und kommunikationstechnologische Themen und Inhalte
>
> - fachbezogen prinzipiell *auch* in alle Fächer der Sekundarstufe II (und nicht nur der Sekundarstufe I) integriert werden sollen *und*
> - fachbezogen Gegenstand prinzipiell jeder Lehrerausbildung für die Sekundarstufen I *und* II sein sollen.

In den 1990er Jahren entwickelte sich der Computer rasant von einem ursprünglich nur der *Informationsverarbeitung* dienenden Gerät zu einem *technischen Kommunikationsmedium*, wie es bereits im Konzept der „informations- und kommunikationstechnologischen Bildung“ der 1980er Jahre weitblickend angedacht war, begünstigt durch das 1989 erfundene und sich dann rasant entwickelnde World Wide Web – all das in Verbindung mit sowohl zunehmendem Preisverfall als auch gleichzeitigem Leistungszuwachs der Hard- und Software, so dass von da an der unaufhaltsame und so wohl kaum geahnte Aufstieg „des Computers“ zu einem Gerät für jedermann und jedefrau begann.

Damit schwanden so manche Vorbehalte gegen eine Einbeziehung des Computers in den Unterricht, und er etablierte sich dann auch zunehmend in der Lehrerbildung der ersten und zweiten Phase. Im Mathematikunterricht und in der Mathematikdidaktik wurde er weiterhin fast nur unter dem Aspekt eines ggf. nützlichen und leistungsfähigen neuen Werkzeugs für Berechnungen und Visualisierungen betrachtet, mit denen Tafelwerke und Rechenschieber als bis dahin unverzichtbare Werkzeuge (endlich!?) abgelöst werden konnten, und es bildete sich mancherorts schnell die Meinung, dass nunmehr auch die „Kurvendiskussionen“ alten Stils obsolet geworden seien.

Ab Mitte der 1990er Jahre entwickelte ich in dem von mir geleiteten Studienseminar mit allen Beteiligten ein „Integrative Medienpädagogik“ genanntes fachübergreifendes Konzept (einer von Wolf-Rüdiger Wagner 1992 eingeführten Bezeichnung), das bezüglich der *Neuen Medien* auf dem „integrativen Ansatz“ von 1984 basierte. Hiermit sollten die von Ludwig Issing so genannten Teilaspekte *Mediendidaktik*, *Medienkunde* und *Medienerziehung* beispielhaft für die einzelnen Fächer konkretisiert werden. Dieses Konzept wurde 1999 auf der CeBIT in Hannover vorgestellt.

---

[3] Vgl. [Bruns et al. 1994].

Mit der 2002 erschienenen Monographie „Mathematikunterricht und Neue Medien“ wollte ich daran anknüpfend darlegen, dass die *Neuen Medien* im allgemeinbildenden Unterricht, und damit dann auch speziell im Mathematikunterricht, eine umfassendere Rolle als nur die eines nützlichen Werkzeugs spielen müssen, indem sie auch Unterrichtsgegenstand werden. Dazu wurden in Verbindung mit der historischen Genese vielfältiger Konzepte vor allem bildungstheoretische Grundlagen entfaltet, und diese wurden durch erste Beispiele konkretisiert.

Doch die Entwicklung ging weiter: Einerseits sollte zu diesem Buch ein zweiter Teil mit vielfältigen Beispielen folgen, und andererseits entstand in den letzten Jahren aus der fachübergreifenden Medienpädagogik heraus ein neues Konzept unter der zwar prägnanten, aber auch blumigen und vieldeutigen Bezeichnung „Medienbildung“, das dann bereits 2012 von der *Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder* („Kultusminister-Konferenz“, KMK) in eine Empfehlung zu *„Medienbildung in der Schule“* gegossen worden ist.

Das war für mich Anlass zu einer grundlegenden Überarbeitung und Erweiterung meiner bisherigen Darstellungen. Die Vorbereitung zu einem Vortrag über „Medien und Vernetzung“ bot für mich die Gelegenheit zu einer vertieften didaktischen Analyse des Themas und führte 2010 zu der Monographie *„Was sind und was sollen Medien, Netze und Vernetzungen?“*. Hier konnte ich nicht nur die Bildungsbedeutsamkeit von „Medien“ differenzierter darstellen, sondern auch das didaktische Potential von „Vernetzung“ analysieren, was alles in die geplante Neubearbeitung von „Mathematikunterricht und Neue Medien“ Eingang finden sollte.

Als mir dann 2013 das neue Buch von Wolf-Rüdiger Wagner mit dem Titel „*Bildungsziel Medialitätsbewusstsein. Einladung zum Perspektivwechsel in der Medienbildung*“ in die Hände fiel, wurde mir schlagartig klar, dass „Medialitätsbewusstsein“ die Umschreibung für das ist, was mir zunehmend seit Mitte der 1980er Jahre vorschwebte – dass aber vor allem damit zugleich das Wesentliche knapp erfasst wird. Das war der Startschuss für die völlige Neukonzeption des hier nunmehr vorliegenden neuen Buches, wobei ich Wolf-Rüdiger Wagner bat, ein entsprechendes Kapitel beizusteuern.

Insbesondere zeigt die mit der Monographie von 2010 beginnende neue Analyse, dass der *Medienbegriff im Kontext von Bildung und Didaktik viel weiter zu fassen ist als bisher* und insbesondere über die „Neuen Medien“ als nur „technischen Medien“ hinausgehen muss! Wagners Hinweis auf eine Quellenangabe bei dem großen Naturforscher Alexander von Humboldt öffnete für mich sofort eine völlig neue Perspektive:

Nicht nur der „Infinitesimalkalkül“ ist gemäß von Humboldt ein „neues Organ“ und im Sinne von Wagners sog. „Organmethapher“ ein „Werkzeug zur Weltaneignung“ – somit also ein „Medium“ (sic!) –, sondern auch viele Gebiete der Mathematik und schließlich sogar die Mathematik selber sind „Medien“, weil sie nämlich eine *besondere „Sichtweise“ auf die Welt* ermöglichen! Vor allem zielt gemäß Wagner die *Vermittlung von Medialitätsbewusstsein* auf die bildungsbedeutsame Einsicht, dass Medien nie die „Wirklichkeit“ liefern können, sondern nur je *medienspezifisch konstruierte und inszenierte Wirklichkeitsausschnitte*, und das gilt dann auch für die Mathematik.

- *Neue Medien waren also zwar ein Anlass für dieses neue, durch „Medialitätsbewusstsein" gekennzeichnete Konzept, aber dieses erweiterte Konzept reicht nun weit darüber hinaus!*

Damit ist das *Ziel dieser Monographie* umrissen:

„**Vermittlung von Medialitätsbewusstsein**" soll **als bildungstheoretischer Aspekt** entfaltet und dann anhand vielfältiger Beispiele verdeutlicht werden. Das zeigt sich in der Struktur des vorliegenden Buches:

**Kapitel 1** ist zunächst eine übersichtsartige *Einleitung* mit einer kurzen Darstellung des hier betrachteten Zusammenhangs zwischen *Mathematik, Medien, Bildung* und *Medienbildung*.

- Im folgenden **ersten Teil** werden in drei Kapiteln *theoretische Grundlagen* entfaltet:

In **Kapitel 2** werden Zusammenhänge sowohl zwischen *Bildung und Allgemeinbildung* als auch zwischen *Mathematikunterricht und Allgemeinbildung* erörtert. Es wird auf die Beziehung zwischen *Technik und Technologie* eingegangen, das Verhältnis zwischen *Didaktik und Methodik* wird erörtert, und das führt zur Festlegung, *Methodik als Teil der Didaktik* zu verstehen. Der aktuell inflationär benutzte Terminus *Kompetenz* wird essayartig hinterfragt, und am Schluss wird (nur kurz) der problematische, aber wichtige Terminus *Wissen* gestreift.

**Kapitel 3** widmet sich einer Analyse von *Medien im didaktischen Kontext*, die durch mehrere „mediale Aspekte" gekennzeichnet sind und dann wie folgt zusammengefasst werden: *In und mit Medien setzt der lernende und erkennende Mensch seine Welt und sich selbst in Szene.* Es wird zwischen *Medien in enger Auffassung* und *Medien in weiter Auffassung* unterschieden, wobei *technische Medien* und speziell *Neue Medien* zur engen Auffassung gehören. Die Rolle von Medien im Unterricht als Werkzeug oder Hilfsmittel wird angesprochen.

Als für dieses Buch grundlegend wird definiert, was hier unter *Medienpädagogik* zu verstehen ist. Dabei wird die auf Ludwig Issing zurückgehende „klassische" Aufteilung in die Teilbereiche „Mediendidaktik, Medienkunde und Medienerziehung" aufgrund eigener neuer Einsichten (wohl erstmals) ersetzt durch die weitaus treffendere Trias *„Medienmethodik, Medienkunde* und *Medienreflexion"*. Das ist einerseits der umfassenden Auffassung von „Methodik als Teil der Didaktik" (s. o.) geschuldet, und andererseits ist leider „Erziehung" oft negativ konnotiert, und inhaltlich geht es hier tatsächlich vor allem um „Reflexion".

In **Kapitel 4** verdeutlicht Wolf-Rüdiger Wagner anhand vielfältiger (auch historischer) Beispiele – vor allem jenseits der Mathematik –, was mit „Medialität" und „Medialitätsbewusstsein" gemeint ist und inwiefern hier auch die Allgemeinbildung angesprochen ist, was sich im Untertitel des Buches *„Medialitätsbewusstsein als Bildungsziel"* niederschlägt und was – wie schon erwähnt – bedeutet, dass jegliche Medien nie die Wirklichkeit liefern können, sondern nur *medienspezifisch konstruierte und inszenierte Wirklichkeitsausschnitte*. Gerade das macht also „Medialität" aus.

- Im **zweiten Teil** werden vier recht unterschiedliche *Beispielgruppen* angesprochen:

**Kapitel 5** stellt dazu vorab eine geraffte Zusammenfassung des ersten Teils als Basis für diese Beispielgruppen dar.

**Kapitel 6** widmet sich zunächst den *Neuen Medien* mit wesentlichen Beispielen, auch mit Berücksichtigung historischer Aspekte ihrer Entstehung, weil die Neuen Medien *Anlass* für die Entwicklung des hier vorgelegten Konzepts von „Medienbildung" sind (s. o.).

In **Kapitel 7** wird mit einem historischen Streifzug von den Babyloniern bis heute belegt, dass *Funktionen* in unterschiedlicher Weise als Medien aufgefasst werden können. Gegenüber früheren Darstellungen von mir zu historischen Aspekten von Funktionen ist diese umfangreicher und vor allem stets erläuternd in Bezug auf die jeweiligen *medialen Aspekte:* Einerseits begegnen uns Funktionen als Medien, andererseits werden Funktionen oft durch Medien dargestellt, und darüber hinaus begegnen uns manche Medien als Funktionen.

**Kapitel 8** mag in diesem Kontext verwundern, aber es soll hiermit deutlich werden, dass eine Analyse der *klassischen Probleme der Antike* exemplarisch verdeutlichen kann, dass die *Mathematik auch als Medium* im Sinne eines „Werkzeugs zur Weltaneignung" auftritt: Denn je nachdem, ob man den Standpunkt einer *praktischen Geometrie* oder einer *theoretischen Geometrie* einnimmt, ergeben sich *unterschiedliche Sichtweisen und Antworten* in Bezug auf die Lösbarkeit eines (geometrischen) Problems (was eine Verallgemeinerung nahelegt).

In **Kapitel 9** werden *weitere mediale Aspekte* der Mathematik behandelt: *Visualisierungen; historische Werkzeuge; formale Aspekte* wie z. B. Variablen, Algorithmen, Kalküle, Axiome und Modelle; ferner (wenn auch nur andeutungsweise) das Verhältnis von *Mathematik, Sprache und Logik*. Stets soll auch mit dieser Beispielauswahl deutlich werden, dass die Mathematik zu eigenen, besonderen medialen Sichtweisen auf die Welt führt, also zu *medienspezifisch konstruierten und inszenierten Wirklichkeitsausschnitten*, die sich grundsätzlich von anderen medialen Zugängen wie z. B. mittels Literatur oder Dichtung unterscheiden.

**Kapitel 10** widmet sich der *Vernetzung*, einer oft undefiniert benutzten Bezeichnung, die sich gleichwohl auch in der Mathematikdidaktik zunehmender Beliebtheit bei der Beschreibung von Unterrichtszielen und Bildungskonzepten erfreut. Über zwei Einstiegsbeispiele zu „Kleinen Welten", die zugleich dem elementaren Modellieren einer realen Situation dienen, erfolgt eine Begriffsanalyse, und es zeigt sich schließlich, dass auch *Vernetzung ein Medium zur Weltaneignung* ist und also bedeutsam für Medialitätsbewusstsein ist.

Ich danke Dr. Wolf-Rüdiger Wagner für seinen grundlegenden Beitrag zu diesem Buch, für die konstruktive und anregende Kommunikation im Entstehungsprozess und auch für die kritische Durchsicht vieler Teile. Den im Abbildungsverzeichnis genannten Bibliotheken danke ich für die freundliche Genehmigung zur Verwendung ihrer Digitalisate als Abbildungen in diesem Buch. Und Ulrike Schmickler-Hirzebruch und Barbara Gerlach vom Verlag Springer Spektrum danke ich schließlich für die wieder sehr gute und hilfreiche Zusammenarbeit bis hin zur Fertigstellung dieses Buches.

*Horst Hischer, im April 2016*

# Inhalt


**1 Einleitung: Mathematik, Medien, Bildung – Medienbildung?** 1

## Teil I: Theorie

**2 Bildungstheoretische Grundlagen** 7

2.1 Bildung und Allgemeinbildung 7
- 2.1.1 Prolog: wider den Zeitgeist 7
- 2.1.2 Zur Genese des Bildungsbegriffs im deutschen Sprachraum 8
- 2.1.3 Zum heutigen Verständnis von Allgemeinbildung 14
- 2.1.4 Offenheit und Unterrichtsziele vs. Lernziele 17
- 2.1.5 Inhalt, Thema, Unterrichtsinhalt, Bildungsinhalt und Bildungsgehalt 18

2.2 Mathematikunterricht und Allgemeinbildung 19
- 2.2.1 Zur Leitposition der wissenschaftlichen Didaktik der Mathematik 19
- 2.2.2 Wittenberg: Bildung und Mathematik 20
- 2.2.3 Heymann: Thesen zu einem allgemeinbildenden Mathematikunterricht 23
- 2.2.4 Winter: Grunderfahrungen für eine mathematische Allgemeinbildung 25
- 2.2.5 Mathematik – Anwendung – Spiel – Irrtum 26

2.3 Technik und Technologie 30

2.4 Didaktik oder Methodik? – Methodik als Teil der Didaktik! 33

2.5 „Kompetenzen“? – ein kritisch-konstruktiver Einwurf 35

2.6 Am Rande: Bildung und Wissen – Bildung ist das Paradies! 41

**3 Medien im didaktischen Kontext** 45

3.1 Medien, Kultur und Enkulturation 45
- 3.1.1 „Medien“ im naiven umgangssprachlichen Verständnis 45
- 3.1.2 Kron: „Medium“ im bildungswissenschaftlichen Verständnis 47
- 3.1.3 „Kultur“ in naiver und philosophischer Sicht 48
- 3.1.4 Kulturtechniken 52
- 3.1.5 Herskovits & Loch: „Kultur“ im bildungswissenschaftlichen Verständnis 54
- 3.1.6 Enkulturation: Didaktik als Enkulturationswissenschaft 55
- 3.1.7 „Medium“ als Umgebung 56

3.2 „Medium“ als *Genus verbi* im Griechischen 59

3.3 Medien als Werkzeuge zur Weltaneignung und als künstliche Sinnesorgane 62

3.4 Medien im didaktischen Kontext: „mediale Aspekte“ 64

3.5 Medien: enge Auffassung versus weite Auffassung 65

3.6 Ein Blick auf aktuelle technische Medien 67

3.7 Neue Medien 68

3.8 Medien im Unterricht als Werkzeug oder als Hilfsmittel? 69

3.9 Medienpädagogik 70
3.10 Integrative Medienpädagogik 72
3.11 Medien als Unterrichtsmittel oder als Unterrichtsinhalt? 75
3.12 Medienbildung – Schlagwort oder Bildungskonzept? 77
3.13 „Medienbildung“ als „Integrative Medienpädagogik“ 79
3.14 Rückblick und Ausblick aus medienphilosophischer Sicht 82
**4 Medialitätsbewusstsein (Wolf-Rüdiger Wagner)** 85
4.1 Prolog 85
4.2 Medien – Medialitätsbewusstsein – Medienbildung 92
4.3 Zur generellen Medialität unserer Weltzugänge 95
4.4 Medien als künstliche Sinnesorgane 95
4.5 Medien als „Kulturtechniken“ 97
4.6 Kulturtechniken und Generierung von Wissen 102
4.7 Mediengenerativismus versus Medienmarginalismus 103
4.8 Medialität 105
4.8.1 Alltagswirklichkeit versus Medienwirklichkeit 105
4.8.2 Medialität als „sinnmiterzeugendes“ Potential 106
4.8.3 „Sinn“ ist immer an eine mediale Form gebunden 108
4.8.4 „Nur in der Prozessualität eines Vollzugs ist etwas überhaupt ein Medium“ 109
4.8.5 Geräte und Verfahren werden zu Medien, indem sie Programme zur Aneignung von Welt unterstützen 112
4.8.6 Medien entfalten ihr Potential im Zusammenwirken von Geräten und Verfahren 115
4.9 Relevanz der Medialitätsforschung für die Medienbildung 116
4.9.1 „Wissensbilder“ 117
4.9.2 Graphische Darstellungen als Evidenzerzeuger 118
4.9.3 Leitmedien und ihr kulturprägendes Potential 119
4.10 Medialitätsbewusstsein als Bildungsziel 121
4.11 Fazit 123

## Teil II: Beispiele

**5 Mathematik und Medien – Vorbetrachtungen** 129
5.1 Mediale Aspekte 129
5.2 Mathematikunterricht und Medialitätsbewusstsein 130
5.3 Mathematik als Medium im historischen Kontext 134
5.3.1 Mathematik zwischen Anwendung und Spiel 134
5.3.2 Mathematik als Medium 135
5.3.3 Mathematik, Medien und Bildung im historischen Kontext 138

**6 Neue Medien** 141
6.1 Neue Medien als Auslöser der Diskussion um Medienbildung 141
6.2 Funktionenplotter 142
6.2.1 Zur Geschichte der Funktionenplotter 142
6.2.2 Zur Struktur von Funktionenplottern 144
6.2.3 Funktionsplots termbasierter Funktionen 145
6.2.4 Überlagerungsphänomene bei periodischen Strukturen 148
6.2.5 Aliasing bei Funktionenplottern 153
6.2.6 Elementare Sätze über Funktionenplotter 156
6.2.7 Merkwürdiges: die „Hauptsätze für Funktionenplotter“ 157
6.3 Computeralgebrasysteme 160
6.3.1 Zur Struktur von Computeralgebrasystemen 160
6.3.2 Computeralgebrasysteme und Mathematikunterricht 165
6.4 Tabellenkalkulationsysteme 171
6.4.1 Überblick 171
6.4.2 Historische Anmerkungen 172
6.4.3 Zur Struktur von Tabellenkalkulationssystemen 173
6.4.4 Beispiele zur Verwendung von Rechenblättern 173
6.5 Bewegungsgeometriesysteme – Dynamische Geometrie 178
6.5.1 Vorbemerkung 178
6.5.2 Historische Aspekte 179
6.5.3 Typische Eigenschaften 180
6.6 Internet und World Wide Web (WWW) 180
6.6.1 Historische Aspekte 180
6.6.2 Zur Struktur 181
6.6.3 Recherchemöglichkeiten 181
6.7 Anthropomorphisierende Aspekte als „Medialität“ 182
6.7.1 Vorbemerkung 182
6.7.2 Beispiele 183

**7 Funktionen als Medien** 191
7.1 Funktionen und Medienbildung 191
7.2 Zum aktuell nicht einheitlichen Verständnis von „Funktion“ 193
7.3 Funktionen haben viele Gesichter 194
7.4 Zeittafel zur Entwicklung des Funktionsbegriffs 196
7.5 Funktionen als Tabellen bei den Babyloniern 197
7.6 Zur Dominanz zeitachsenorientierter Funktionen seit etwa 1000 n. Chr. 199
7.6.1 Klosterschule: Darstellung des Zodiacs in einem Koordinatensystem 200
7.6.2 Guido von Arezzo: Begründer der Notenschrift 203
7.6.3 Nicole d‘Oresme: geometrische Darstellung zeitabhängiger Funktionen 205
7.7 Empirische Funktionen im Vorstadium formaler Begriffsentwicklung 208

7.7.1 Überblick 208
7.7.2 1551 Rheticus: erste trigonometrische Tabellen 209
7.7.3 1614 John Napier: erste „Logarithmentafeln“? 210
7.7.4 1662 John Graunt: erste demographische Statistik 212
7.7.5 1669 Christiaan Huygens: „Lebenslinie“ und „Lebenserwartungszeit“ 213
7.7.6 1686 Edmund Halley: Luftdruckkurve 213
7.7.7 1741 / 1761 Johann Peter Süßmilch: geistiger Vater der Demographie 214
7.7.8 1762 / 1779 Johann Heinrich Lambert: Langzeittemperaturmessungen 215
7.7.9 1786 / 1821 William Playfair: Datenvisualisierung durch Charts 219
7.7.10 1795 / 1797 Louis Ézéchiel Pouchet: Nomogramme 220
7.7.11 1796 James Watt & John Southern: Dampfmaschine und Kreisprozess 220
7.7.12 1817 Alexander von Humboldt: erstmals geographische Isothermen 221
7.7.13 1821 Jean Baptiste Joseph Fourier: Häufigkeitsverteilung 221

7.8 Beginn der expliziten Begriffsentwicklung von „Funktion“ 222
7.8.1 Überblick 222
7.8.2 1671 Isaac Newton: Fluxionen und Fluenten 222
7.8.3 1673 / 1694 Gottfried Wilhelm Leibniz: erstmals das Wort „Funktion“ 223
7.8.4 1706 / 1718 Johann I. Bernoulli: erstmals Definition von „Funktion“ 224
7.8.5 1748 Leonhard Euler: erstmals „Funktion“ als grundlegender Begriff 225

7.9 Entwicklung zum modernen Funktionsbegriff seit Anfang des 19. Jhs. 227
7.9.1 1822 Jean Baptiste Fourier: erste termfreie Definition von „Funktion“ 227
7.9.2 1829 / 1837 Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet: termfreier Funktionsbegriff 228
7.9.3 1875 Paul Du Bois-Reymond: Funktion als Tabelle 231
7.9.4 1887 Richard Dedekind: Abbildung als eindeutige Zuordnung 232
7.9.5 1891 Gottlob Frege – Präzision: *Funktion, Argument, Funktionswert* 233
7.9.6 Ende 19. Jh. Peirce, Schröder, Peano: erstmals Funktion als Relation 235
7.9.7 1903 – 1910 Russell, Zermelo, Whitehead: Annäherung an „Relation“ 235
7.9.8 1914 Felix Hausdorff: mengentheoretische Definition von „Funktion“ als „Relation“ 236
7.9.9 Funktion und Funktionsgraph: eine kuriose Konsequenz 237

7.10 „Gesichter“ von Funktionen: ungewöhnliche Beispiele 238
7.10.1 Vorbemerkungen 238
7.10.2 Bilder als Funktionen – Sichtbare Funktionen 239
7.10.3 Funktionenplotter, Funktionsplots und Schaubilder von Funktionen 239
7.10.4 Scanner als materialisierte Funktion: Diskretisierung und Digitalisierung 240
7.10.5 Hörbare Funktionen 241
7.10.6 Funktionenplotter, Kameras, Projektoren und Filme als Funktionen 244

7.11 Fazit 245

**8 Zur Medialität mathematischer „Probleme“ am Beispiel der „drei klassischen Probleme“** 249

8.1 Die drei Probleme in früher schulbezogener Literatur 249

8.2 Überblick zur Behandlung der drei Probleme in der Antike 251
8.2.1 Problemskizzen 251

8.2.2 „Konstruktion mit Zirkel und Lineal“ in medialer Sicht 253
8.2.3 Zur Entstehung der drei klassischen Probleme in der Antike 255
8.2.4 Exakte Lösungen vs. Näherungslösungen? 259
8.3 Gemeinsamkeiten und Unterschiede der drei Probleme 260
8.3.1 Strukturelle Aspekte 260
8.3.2 Mediale Aspekte 262
8.4 Dreiteilung eines Winkels 263
8.4.1 Ausgangslage: Strahlensatz ist nicht direkt anwendbar 263
8.4.2 Lösungswerkzeug: die Trisectrix des Hippias von Elis 263
8.4.3 Lösungswerkzeug: die Archimedische Spirale 264
8.4.4 Lösungswerkzeug: das „Einschiebelineal“ des Archimedes 266
8.4.5 Lösungswerkzeug: die Muschellinie des Nikomedes 268
8.5 Verdoppelung des Würfels 270
8.5.1 Grundidee: Ermittlung von zwei mittleren Proportionalen 270
8.5.2 Lösungsweg: mechanische Einschiebung 273
8.5.3 Lösungsweg: die „krumme Linie“ des Archytas von Tarent 278
8.5.4 Lösungsweg: die Muschellinie (Konchoïde) des Nikomedes 281
8.5.5 Lösungsweg: das Mesolabium des Eratosthenes 282
8.5.6 Lösungsweg: Schnittpunkt von zwei Kegelschnitten nach Menaichmos 284
8.5.7 Lösungsweg: Schnittpunkt von Parabel und Kreis nach Descartes 286
8.6 Quadratur des Kreises 287
8.6.1 Lösungswerkzeuge: die Trisectrix als Quadratrix, Satz des Dinostratos 287
8.6.2 Lösungswerkzeug: die Archimedische Spirale 289
8.7 Ergänzungen 291
8.7.1 Zur „Neusis“ als Lösungsmethode 291
8.7.2 Konstruktion mit Zirkel und Lineal: *theoretische Geometrie* vs. *praktische Geometrie* 295
8.7.3 Vertiefung: exakte Lösungen vs. Näherungslösungen 299
8.7.4 19. Jahrhundert: die endgültige Lösung der drei klassischen Probleme 302
8.7.5 Zusammenfassung 303
8.8 Fazit 306
**9 Weitere mediale Aspekte in der Mathematik** 309
9.1 Visualisierungen 309
9.1.1 „Visualisierung“ – was ist das eigentlich? 309
9.1.2 Visualisierungen in der Mathematik 310
9.1.3 Beweise ohne Worte 312
9.1.4 Figurierte Zahlen 314
9.1.5 Illusionen durch Visualisierung unmöglicher Figuren 317
9.1.6 Optische Täuschungen 320
9.2 Historische Werkzeuge der Mathematik 321
9.2.1 Vorbemerkung 321
9.2.2 Mechanische Instrumente zum Zeichnen, Messen und Rechnen 322
9.2.3 Auf dem Wege zur Entwicklung von Rechenmaschinen 323

9.2.4 Tafelwerke 325
9.2.5 Rechenschieber 327
9.2.6 Mathematische Papiere 328
9.3 Formale Aspekte 331
9.3.1 Vorbemerkung 331
9.3.2 Variablen, Logik und Mengen 331
9.3.3 Algorithmen und Kalküle 333
9.3.4 Axiome, Strukturen und Modelle 339
9.4 Mathematik, Sprache und Logik 356
9.5 Fazit 358
**10 Vernetzung als Medium zur Weltaneignung** 359
10.1 Einleitung 359
10.2 Kleine Welten und Netzwerke 359
10.2.1 Vorbemerkung 359
10.2.2 Kleine Welten – zwei Einstiegsbeispiele und ihre (Be-)Deutung 360
10.3 Netz, Netzwerke und Vernetzung 371
10.3.1 Vorbemerkung 371
10.3.2 Alltagssprachlicher Bedeutungsumfang von „Netz“ 374
10.3.3 „Netz“ in pädagogisch-didaktischer axiomatisch orientierter Sicht 376
10.3.4 Netzgraphen, Netzwerke, Vernetzung und Verzweigung 378
10.3.5 Das „Netz-Dilemma“ 382
10.4 Modellierung natürlich wachsender Netzwerke 383
10.4.1 Übersicht 383
10.4.2 Das „ER-Modell“ von Erdős und Rényi (1959) 384
10.4.3 Das „WS-Modell“ von Watts und Strogatz (1998) 385
10.4.4 Das „BA-Modell“ von Barabási und Albert (1999) 387
10.4.5 Ausfallverhalten von Netzwerken: Fehlertoleranz und Stabilität 392
10.4.6 Zusammenfassung 397
10.5 Fazit: Vernetzung als Medium zur Weltaneignung 398
10.5.1 Vorbemerkung 398
10.5.2 Vernetzung, Kleine Welten und Mathematikdidaktik: Grundsätzliches 398
10.5.3 Kleine Welten, BA-Modell und „vernetzender Unterricht“ 400
10.5.4 Kleine Welten, Netzwerke: Anregungen für den Mathematikunterricht 403
10.5.5 Pädagogische Aspekte: soziale Netzwerke 404
10.5.6 Zusammenfassung 407
**11 Nachwort** 409
**12 Literatur** 415
**13 Abbildungsverzeichnis** 441
**14 Register** 445

# 1 Einleitung: Mathematik, Medien, Bildung – Medienbildung?

Dass „Mathematik" – diese älteste Wissenschaft der Welt – etwas mit „Bildung" zu tun hat bzw. haben soll oder gar muss, scheint keiner Begründung oder Erläuterung zu bedürfen – oder vielleicht doch? Aber dann in diesem Zusammenhang auch noch „Medien" zu nennen – und zwar zentral eingebettet zwischen *„Mathematik"* und *„Bildung":* Das mag befremdlich oder zumindest abwegig (oder gar abstoßend?) wirken. Insbesondere scheint das Thema *„Mathematik und Medien"* keines Forums für eine seriöse Erörterung würdig zu sein. Klar, dass dann der durch die Bildungslandschaft geisternde Terminus „Medienbildung" – gelinde formuliert – erst recht keine Begeisterung in der Community zu wecken vermag, ist man doch dort bereits mit *Bildungsstandards*, *Kerncurricula*, *Kompetenzen* usw. hinreichend beglückt worden. Und für „Medienbildung" und „Medien" sind doch allenfalls „weiche" Schulfächer wie Deutsch oder Sozialkunde bzw. Politik zuständig, nicht aber solch „harte" Fächer wie die Naturwissenschaften und – insbesondere natürlich auch nicht Mathematik! Und das gilt sowieso schon (wie man ebenfalls meinen mag) seit langem für die „Medienpädagogik", der sich ja nun glücklicherweise weder die Naturwissenschaften noch die Mathematik und die Informatik in den allgemeinbildenden (sic! – „allgemeinbildenden" und nicht „allgemein bildenden"!) Schulen widmen mussten. Dagegen sei doch klar – wird man vielleicht einwenden – dass der „Computereinsatz im Unterricht", wenn überhaupt, nur bei diesen Fächern zu verorten und zu behandeln sei. – Dies war zumindest die seit den 1970er Jahren zunächst vorherrschende Haltung in der Schule, insbesondere auch in der Didaktik der Mathematik. Doch spätestens seit Beginn der Jahrtausendwende ist dieser „Computereinsatz im Unterricht" nun keine Domäne der MINT-Fächer [4] mehr, denn Computer haben sich bezüglich Anwendungsbreite und technischer Vielfalt zu einem Gebrauchsgegenstand für jedermann und jedefrau entwickelt.

Aber wozu dann noch „Medienbildung" oder Ähnliches, wenn der Umgang mit solchen „neuartigen Medien" nunmehr für nahezu alle Altersgruppen selbstverständlich geworden ist? Dazu seien überblicksweise einige Anmerkungen aus verschiedenen Perspektiven gemacht:

Zunächst verweist der Terminus „Medienbildung" auf „Medien" und auf „Bildung" und also auf einem Zusammenhang zwischen diesen beiden so bezeichneten Bereichen – jedoch:

- *„Medien" sind mehr als „Computer":* Zwar zählt man Computer und damit zusammenhängende Geräte zu „Medien" (genauer: zu „Neuen Medien" bzw. „digitalen Medien"), jedoch fallen auch viele andere „technische Geräte" unter die Kategorie „Medien", ferner gehören nicht nur „Geräte" dazu, denn auch Druckwerke wie Bücher und Zeitschriften und das Fernsehen sind „Medien" – und die Liste ist damit noch lange nicht abgeschlossen!

[4] MINT steht für: **M**athematik, **I**nformatik, **N**aturwissenschaften und **T**echnik.

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2016
H. Hischer, *Mathematik – Medien – Bildung*,
DOI 10.1007/978-3-658-14167-7_1

Somit ist zu klären, welche „Medien“ in welcher Weise als „bildungsrelevant“ anzusehen sind (Kapitel 3), was eine Besinnung in Bezug auf „Bildung“ und „Allgemeinbildung“ erfordert (Kapitel 2).

- *Bildung:* Erst eine Verständigung darauf, was „Bildung“ sein könnte oder sein soll, macht es möglich, über die „Bildungsrelevanz“ – welcher Medien auch immer – zu befinden, und dazu gehört auch „Allgemeinbildung“. Jedoch: „Bildung“ ist nicht mit „Belesenheit“ oder „Redegewandtheit“ zu verwechseln, und „Allgemeinbildung“ ist nicht dasselbe wie „Allgemeinwissen“ (auch wenn Letzteres für gutes Abschneiden beim Fernsehquiz nützlich ist). Ferner: Man ist nicht nur „gebildet“ (Zustand), sondern man „bildet sich“ (Prozess).
- *Computereinsatz:* Ein gekonnter Umgang mit dem Computer im Unterricht (Textbearbeitung, Tabellenkalkulation, Programmieren, Bildbearbeitung, Recherche im WWW, ...) mag zwar ein Anzeichen für eine gute Ausbildung oder cleveren, geschickten Umgang mit solchen „Medien“ sein, jedoch ist das allein noch *kein Kennzeichen für Medienbildung*.
- *Medienbildung*: Mit dieser Bezeichnung ist programmatisch ein *Aspekt von Allgemeinbildung* gemeint, der prinzipiell alle Fächer in je spezifischer Weise als fachimmanentes Anliegen betrifft, indem im Unterricht deutlich wird, dass Medien – als Vermittler! – uns nie die „Wirklichkeit“ liefern (können), sondern stets nur *medienspezifisch konstruierte und inszenierte Wirklichkeitsausschnitte:* [5] Das führt zur *Entwicklung von Medialitätsbewusstsein* [5] als einem Ziel von Medienbildung und damit auch von Allgemeinbildung.
- *Integrative Medienpädagogik:* [6] Eine solche Entwicklung von Medialitätsbewusstsein kann aber *nicht nur reflektierend* erreicht werden, sondern sie muss *auch handelnd* erfolgen: Hierzu sind gewisse Medien aus methodischen Gründen im Unterricht als sinnvolle *Unterrichtsmittel* einzusetzen, aber sie müssen auch inhaltlich als *Unterrichtsgegenstand* thematisiert werden. So erweist sich Medienbildung als „Integrative Medienpädagogik“, denn *es geht dann* (integrativ für nahezu alle Fächer, wenn auch je fachspezifisch) …

  …*medienmethodisch* [7] um den *Einsatz* (nicht nur technischer!) Medien als nützlichen Werkzeugen oder Hilfsmitteln zur Erreichung fachspezifischer oder fachübergreifender Ziele,

  …*medienkundlich* um die *Untersuchung* solcher Medien in angemessenem Umfang, um die *Prinzipien ihrer Strukturen* zu verstehen bzw. diese kennen zu lernen, Einblicke in ihre *historische Entwicklung* zu bekommen und ferner elementare Fähigkeiten zu ihrer *adäquaten Nutzung* auszubilden, und es geht schließlich

  …*medienreflektierend* um eine kritische *Reflexion* der Bedeutung all solcher Medien für das Individuum und die Gesellschaft, was verantwortungsethische Aspekte einschließt.

---

5 Gemäß Wolf-Rüdiger Wagner in Kapitel 4.
6 Siehe Abschnitt 3.10.
7 Hierfür war bisher die Bezeichnung „mediendidaktisch“ üblich, vgl. dazu S. 71 f.

Nun bleibt noch die Rolle der „Mathematik“ in dem Tripel *„Mathematik – Medien – Bildung“* anzusprechen, die über den Bezug mit „Bildung“ hinausgeht, d. h., es ist zu klären, welche Zusammenhänge zwischen „Mathematik“ und „Medien“ im Kontext von „Bildung“ bestehen. Das setzt die bereits erwähnte Verständigung darüber voraus, was mit „Medien“ gemeint ist.[8] So wurden und werden in der Mathematik (seit ihren historischen Anfängen bei den Babyloniern und bei den Ägyptern) zur Erkenntnisgewinnung und zur Problemlösung stets unterschiedlichste „Medien“ eingesetzt, seien es nun Keilschrifttafeln, Hieroglyphen, geometrische Werkzeuge, Rechenhilfsmittel, numerische Tafelwerke, graphische Darstellungen und viele andere mehr – und nun auch der Computer. Doch das ist kaum erwähnenswert, denn derartige Medien gehören essentiell zur Mathematik. *Jedoch ist ein anderer Aspekt zu betonen:*

- *Mathematik ist ein Werkzeug zur Weltaneignung.*[9]

Da der Aspekt „Werkzeug zur Weltaneignung“ typisch für „Medien im didaktischen Kontext“ ist, tritt dieses *„Werkzeug Mathematik“* also selber (auch!) *in der Rolle eines Mediums* auf. Das gilt insbesondere für viele Begriffe oder Bereiche der Mathematik, etwa für *Funktionen* oder für die *Analysis*. Per saldo bedeutet das:

- Zwischen *Mathematik, Medien und Bildung* besteht ein besonders inniges Verhältnis.

Dieses soll im Folgenden theoretisch entfaltet und an Beispielen verdeutlicht werden.

Medien wahrnehmen, wo man sie nicht vermutet!

Herzog August in der Herzog-August-Bibliothek zu Wolfenbüttel (Kupferstich von Conrad Bruno um 1650)

[8] Siehe Kapitel 3.
[9] Siehe dazu zunächst Abschnitt 3.3 und Kapitel 4, dann aber vor allem die Kapitel 7 bis 9.

# Teil I: Theorie

# 2 Bildungstheoretische Grundlagen

## 2.1 Bildung und Allgemeinbildung

*Bildung ist vor allem Selbstbildung und die harmonische Entwicklung der ganzen Person.*
Heiner Hastedt, 2012

### 2.1.1 Prolog: wider den Zeitgeist

Zur Präzisierung dessen, was unter „Medienbildung" verstanden werden kann oder gar soll, ist also eine Bezugnahme auf einen Begriff von „Bildung" erforderlich – doch auf welchen?

Der Terminus „Bildung" begegnet uns bereits im Alltagskontext in inhaltlich recht unterschiedlichen Zusammensetzungen wie z. B. in *Ausbildung*, *Einbildung*, *Abbildung*, *Nachbildung*, *Allgemeinbildung*, *Berufsbildung*, *Schulbildung*, *Lehrerbildung*, *Halbbildung*, *Scheinbildung* oder auch in *Herzensbildung*. So hat z. B. „Aus-Bildung" meist nichts mit „Ein-Bildung" zu tun (trotz des identischen grammatischen Aufbaus), und „Berufsbildung" ist zwar als eine „Bildung *für* einen Beruf" deutbar, aber Ähnliches gilt kaum für die anderen o. g. Bezeichnungen, denn etwa „Schulbildung" ist keineswegs im Sinne von „Bildung *für* die Schule" gemeint, obwohl manche Schülerinnen und Schüler das so empfinden mögen. Und ähnlich ist auch „Medienbildung" linguistisch etwas ganz anderes als „Modellbildung".

Nun ist es kaum hilfreich, zu fragen, ob z. B. „Medienbildung" eine Bildung *durch* oder *für* Medien ist (welche *Medien* sind hier eigentlich gemeint?), denn dieser Terminus entspringt nicht der Alltagssprache, sondern dem „bildungswissenschaftlichen Umfeld" und einem dort etablierten bzw. von dort aus propagierten Verständnis von „Bildung". Auch ein Blick auf die sog. „Bildungsstandards" führt nicht weiter: So liegen die *inhaltlichen Wurzeln* des Terminus „Medienbildung" in der vor-den-Bildungsstandards-Zeit bei der „Medienpädagogik" – doch vor allem konterkariert der Terminus „Bildungsstandard" den hehren Bildungsbegriff der *geisteswissenschaftlichen Pädagogik*, birgt doch diese Bezeichnung einen Widerspruch in sich, denn *Bildung* geht mit *Offenheit* und *Individualität* einher und kann somit nicht standardisiert werden – abgesehen davon, dass „Bildungsstandards" eigentlich nur „Leistungsstandards" sind, was sich auch in der „Output-Orientierung" dieses neuen „Bildungskonzepts" manifestiert.

Hierzu sei angemerkt, dass viele der seit Beginn dieses Jahrhunderts im Zusammenhang mit dem „PISA-Schock" entstandenen „Bildungsreformen" (wie schon in den 1960ern die „New Math") von der OECD initiiert, gefördert und begleitet wurden und werden, einer internationalen *Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit*, was fatalerweise dazu führte, dass sich diese Bildungsreformen *ökonomischen Zielen* unterordnen. Bereits 1963 vermerkt Alexander Israel **Wittenberg** hierzu in seinem Buch „Bildung und Mathematik" bitter: [10]

[10] [Wittenberg 1990, XII]; in Abschnitt 2.2.2 wird Wittenbergs Allgemeinbildungskonzept angedeutet.

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2016
H. Hischer, *Mathematik – Medien – Bildung*,
DOI 10.1007/978-3-658-14167-7_2

> In Europa geht eine einflussreiche Entwicklung von einer von der O.E.C.D. organisierten Tagung aus, von der im folgenden noch die Rede sein wird. Der Einfluß rührt nicht zuletzt davon her, daß die O.E.C.D. Reformbestrebungen unterstützt, *wenn diese den von der Tagung aufgestellten Empfehlungen entsprechen*. Wie einseitig die Teilnehmer jener Tagung […] ausgelesen waren, ist daraus ersichtlich, daß der Tagungsbericht, *New Thinking in School Mathematics*, im zusammenfassenden Schlußkapitel zu gleicher Zeit feststellen konnte: „Die Vorschläge … sind revolutionärer Art" (was ohne Zweifel zutrifft), und: „Der Bericht zeigt große Einstimmigkeit betreffs der hauptsächlichen Vorschläge unter den Delegierten aus 17 Ländern." – Es überrascht kaum, daß die ganz anders gerichteten „revolutionären" Vorschläge und Stellungnahmen eines Martin WAGENSCHEIN – die, wie immer man sich zu ihnen stellen mag, jedenfalls zum Gewichtigsten gehören, was in den letzten Jahren über diese Fragen gedacht wurde – in keiner Zeile des Berichts erwogen werden.

Es ist wahrlich eine *Revolution*, Bildung in dieser Weise vordergründig in der Orientierung an ökonomischen Zielen „neu zu denken", aber diese Haltung passt zur derzeit in Gesellschaft und Politik verbreiteten utilitaristischen Denkweise, bei der (vorrangig!) nach dem (wirtschaftlichen!) *Nutzen* von Handlungen, Planungen und Projekten gefragt wird.

Nun soll hier nicht etwa einer Maxime der Nutzlosigkeit das Wort geredet werden, aber das Fatale an einer derartigen Haltung besteht darin, dass eine einseitige Betrachtungsweise erkennbar wird, bei der wesentliche andere Aspekte des Menschseins wie Kunst, Literatur und Musik zu den Verlierern zählen – und auch die Mathematik kann und darf seit ihren vorgeschichtlichen Anfängen *nicht auf nur (!) am „Nutzen" orientierte Aspekte* im Sinne der Frage „Wozu ist das gut?" oder eines oft propagierten sog. *Realitätsbezugs* reduziert werden.

So wird es im Kontext von *Mathematik, Medien* und *Bildung* nicht nur hilfreich, sondern sogar auch wichtig sein, im angemessenen Rahmen einen Blick darauf zu werfen, welcher *Aspektreichtum sich jenseits ökonomischer Interessen* möglicherweise mit der Bezeichnung „Bildung" verbindet. Deshalb sei eine kurze Reflexion des Bildungsbegriffs vorangestellt. [11]

## 2.1.2 Zur Genese des Bildungsbegriffs im deutschen Sprachraum

### 2.1.2.1 Vorbemerkung

Zu den wichtigen begrifflichen Bestimmungen von *Didaktik als Wissenschaft* gehört diejenige von *Didaktik als Theorie der Bildungsinhalte*. [12] Das erfordert eine Deutung von *Bildung* im *Kontext von Pädagogik und Didaktik*. Eine solche ist seit Ende der 1950er Jahre maßgeblich von dem Didaktiker und Bildungstheoretiker Wolfgang **Klafki** – dem zeitgenössischen Nestor der „geisteswissenschaftlichen Pädagogik" [13] – in Anknüpfung an große Vorgänger, zurückgehend vor allem bis auf Wilhelm **von Humboldt**, entwickelt worden – und zwar über das

[11] Zu den historischen Grundlagen von „Bildung" seit der Antike siehe z. B. [Hörner et al. 2008].
[12] [Kron 2000, 45 f.]; vgl. auch S. 34.
[13] Hierin zeigt sich ein eigentümlicher Zusammenhang zwischen Bildung, Erziehung und Pädagogik.

*„Problem des Elementaren und die Theorie der kategorialen Bildung“*, [14] gipfelnd in dem sog. *Didaktischen Modell* einer *„kritisch-konstruktiven Didaktik“*, [15] welches durch „Bildung als Leitbegriff“ gekennzeichnet ist, auf das Klafki seine Vorstellungen von „Allgemeinbildung“ in seinen *„Neuen Studien zur Bildungstheorie und Didaktik“* gründet. Nachfolgend seien einige Stationen zur Genese des Bildungsbegriffs im deutschen Sprachraum skizziert.

#### 2.1.2.2 Die Phase zwischen 1770 und 1830

Klafki beginnt seine „Erste Studie“ in dem o. g. Werk wie folgt: [16]

> Am Anfang eines Bandes, der Beiträge zur Entwicklung einer gegenwarts- und zukunftsorientierten Bildungskonzeption und zur Ausarbeitung einer bildungstheoretisch begründeten, kritisch-konstruktiven Didaktik enthält, ist es angebracht, jene Epoche philosophisch-pädagogischen Denkens – im Sinne kritischer Vergegenwärtigung – in Erinnerung zu rufen, in der der Bildungsbegriff und seine Auslegung als „Allgemeine Bildung“ erstmalig in der Theorie- und Realgeschichte der Pädagogik zu einem Zentralbegriff pädagogischer Reflexion wurde: Es ist der Zeitraum zwischen etwa 1770 und 1830, der philosophie-, literatur- und pädagogikgeschichtlich gewöhnlich als der in sich durchaus spannungsreiche Zusammenhang von Spätaufklärung, philosophisch-pädagogischem Idealismus, deutscher literarischer Klassik, Neuhumanismus und mindestens Teilströmungen der Romantik umschrieben wird.

Dieser Zeitraum „zwischen etwa 1770 und 1830“ ist zugleich etwa der Lebenszeitraum von Wilhelm von Humboldt (1767 – 1845), dem bedeutenden preußischen Staatsmann, der sich um das Bildungssystem verdient gemacht und z. B. die (später nach ihm benannte) „Berliner Universität“ gegründet hat. Klafki schreibt hierzu a. a. O. unter anderem:

> Die pädagogische Reflexion dieser Phase, in der der Bildungsbegriff aspektreich entfaltet wird, erfolgt weithin noch nicht im Rahmen einer selbständigen pädagogischen Disziplin, sondern sie ist verflochten in mehr oder minder umgreifende geschichts-, kultur-, kunst- und staatsphilosophische sowie anthropologische Erörterungen – so etwa bei Lessing und Wieland, Herder und Fichte, Schiller und weitgehend auch bei Humboldt –, oder sie erscheint – wie vor allem bei Goethe – als Thema dichterischer Gestaltung, autobiographischer Reflexion und des direkten oder brieflichen Gespräches mit Zeitgenossen, oder sie ist – vor allem in Hegels Werk – integriertes Moment eines philosophischen Gesamtsystems. Bei Pestalozzi indessen, auch bei Kant und Herbart, Schleiermacher, Fröbel und Diesterweg werden bildungstheoretische Reflexionen bereits vorwiegend innerhalb von Argumentationszusammenhängen entfaltet, die von vornherein als spezifisch pädagogisch ausgewiesen sind, so jedoch, daß die Bezüge zu jenen vorher genannten, umfassenderen oder benachbarten Problemkontexten gewahrt bleiben.

Die Nachhaltigkeit des sich in dieser Phase (innerhalb der Pädagogik) entfaltenden Bildungsbegriffs zeigt sich u. a. darin, dass sich das damit einhergehende (und hier nur andeutbare) Bildungsverständnis schon bald darauf in maßgeblichen Enzyklopädien niedergeschlagen hat.

---

14 [Klafki 1959]
15 Dargestellt in den Auflagen von [Klafki 1985] bis [Klafki 2007].
16 [Klafki 2007, 15]

### 2.1.2.3 Zum Bildungsbegriff in klassischen Enzyklopädien

So wird z. B. in „Meyers Konversationslexikon“ von 1894 (Band 2, S. 1034) ausgeführt: [17]

> **Bildung**, dem älteren Sprachgebrauch nur in der eigentlichen Bedeutung von (körperlicher) Gestaltung oder Gestalt (Bild) geläufig, wird in der neuern Sprachweise (seit J. Möser) vorwiegend im übertragenen Sinn der durch Erziehung und Unterricht bedingten geistigen Formierung des Menschen gebraucht. In dieser Anwendung ein bevorzugtes Schlagwort des Zeitalters, teilt es mit den meisten sogen. geflügelten Worten das Schicksal, daß sein Gepräge, wie bei einer abgegriffenen Münze, sich verwischt hat und sein Sinn vieldeutig geworden ist. Oft wird vergessen, daß zur wahren B. (Auswirkung, Ausprägung) des innern Menschen die B. sowohl des Verstandes als des Gemüts (d. h. des Gefühls und des Willens) gehört; oft wird ein äußerlich angenommener Schliff mit wirklicher B. verwechselt. Daß unter B. nicht nur die Thätigkeit des Bildens (Unterrichtens, Erziehens), sondern auch das Ergebnis dieser Thätigkeit verstanden werden kann, liegt in der Form des Wortes begründet. Kaum mit dem Ursinn des Wortes zu vereinigen ist die Unterscheidung zwischen materialer B. (Bereicherung oder Reichtum an Kenntnissen) und formaler B. (Befähigung zum Auffassen, Beurteilen, Darstellen), da eigentlich ausschließlich die letztere den Namen B. beanspruchen und die erstere nur als Hilfsmittel der B. angesehen werden kann; wogegen wieder mit Recht die allgemeine B. der Fachbildung, die harmonische der einseitigen, die gesunde B. der Verbildung, die abgeschlossene der Halbbildung gegenüber gestellt wird. Ganz entsprechend der zu Grunde liegenden Vorstellung des künstlerischen Bildens spricht man von verschiedenen Bildungsidealen und demnach von christlicher, patriotischer, nationaler, humaner, humanistischer oder gelehrter, realistischer B. Nach dem Bildungsgang endlich unterscheiden sich akademische und seminarische, Gymnasial- und Realschulbildung etc. Übrigens ist der ältere Sinn des Wortes durch diesen neuen pädagogischen übertragenen Gebrauch nicht völlig verdrängt. In den Naturwissenschaften z. B. findet es sich neben dem verwandten Wort »Gebilde« noch oft in jenem Sinn gebraucht (organische B., Mißbildung etc.).

Es ist hervorzuheben, dass in diesem enzyklopädischen Beitrag bereits auf die *Dichotomie von formaler und materialer Bildung* hingewiesen wird, die erst viel später durch Klafki über seine Synthese zur „kategorialen Bildung“ aufgelöst wurde. [18]

Rund 60 Jahre später findet man dann im „Neuen Brockhaus“ zum Thema „Bildung“ u. a. Folgendes: [19]

> **Bildung** [...] der Vorgang geistiger Formung, auch die innere Gestalt, zu der der Mensch gelangen kann, wenn er seine Anlagen an den geistigen Gehalten seiner Lebenswelt entwickelt. Gebildet ist nicht, wer nur Kenntnisse besitzt und Praktiken beherrscht, sondern wer durch sein Wissen und Können teilhat am geistigen Leben; wer das Wertvolle erfaßt, wer Sinn hat für Würde des Menschen, wer Takt, Anstand, Ehrfurcht, Verständnis, Aufgeschlossenheit, Geschmack und Urteil erworben hat. Gebildet ist in einem Lebenskreis, wer den wertvollen Inhalt des dort überlieferten oder zugänglichen Geistes in eine persönlich verfügbare Form verwandelt hat.

---

17 „Meyers Konversationslexikon“ (insgesamt 21 Bände). Leipzig / Wien: Bibliographisches Institut.

18 Betr. „kategoriale Bildung“ vgl. S. 12.

19 „Der Neue Brockhaus“, Allbuch in fünf Bänden und einem Atlas. Wiesbaden: F. A. Brockhaus, Band 1, 1959, S. 287.

Bemerkenswert an diesem Brockhaus-Beitrag ist, dass hier *der zu Bildende als Subjekt* in den Vordergrund gerückt wird, wie es insbesondere in den Formulierungen „seine Anlagen“ und „persönlich verfügbare Form“ deutlich wird. Klafkis Arbeit setzt etwa zeitgleich hier an.

#### 2.1.2.4 „Bildung“ als Prozess der Entwicklung der Bildsamkeit

Klafki greift in seiner *Theorie der kritisch-konstruktiven Didaktik* auf dieses Konzept der „Bildsamkeit“ zurück, das Friedrich W. **Kron** kurz erläutert: [20]

> Die bildungstheoretische Bestimmung didaktischen Handelns ist nicht aus einem archimedischen Punkt abgeleitet, sondern sie entspringt aus einer Paradoxie. Diese wurde bereits von Herbart [...] beschrieben, und sie hat auch in der Gegenwart noch Geltung. Sie ist einerseits dadurch gekennzeichnet, daß kulturelle Vermittlungsprozesse stets zielgerichtet und begründet sein müssen, daß ihnen aber andererseits in Erfahrung und Umgang, in Interesse und Gedankenkreis der Lernenden selbst eine individuelle Lebendigkeit entgegentritt, die sich den Arrangements nicht immer unterwirft, sondern diese auch durchbricht. Herbart hatte diese innere Lebendigkeit als Bildsamkeit [21] bezeichnet. In der Tradition der bildungstheoretischen Diskussion wird der Prozeß der Entwicklung der Bildsamkeit mit dem Begriff der Bildung belegt. […]
>
> Die bildungstheoretische Diskussion hat zu der grundlegenden Einsicht geführt, daß der Mensch in einem lebendigen Verhältnis zur kulturellen Welt steht und diese sinnverstehend auslegt. In der systematischen Betrachtung dieses Grundphänomens erscheint dieses Verhältnis als ein Prozeß, in welchem dem Menschen eine zentrale Rolle zugesprochen wird. Der Mensch wird als jene produktive Stelle angesehen, in welcher die Dinge und Symbole der Welt verarbeitet und als kulturelle Leistungen wieder veräußert werden. Im Individuum kommen somit zwei Momente ins Spiel: die kulturellen Inhalte und die inneren Kräfte. In der Sprache der Bildungstheoretiker werden diese Momente als materialer und formaler Aspekt dieses Prozesses, der Prozeß selbst als Bildungsprozeß bezeichnet; denn in diesem Prozeß bringt der Mensch sich selbst und über sich selbst auch die Kultur hervor. Damit ist das Individuum in seinem Bildungsprozeß in das Zentrum pädagogischer und didaktischer Diskussionen und Forschungen gerückt.

Neben der Betonung des *Prozesses* – also dem *prozesshaften Charakter von Bildung* – ist aber zu beachten, dass dieser „Bildungsprozess“ auch zu einem Ergebnis führt, nämlich einem *Produkt*, das ebenfalls mit „Bildung“ bezeichnet wird, was bereits im ersten in Abschnitt 2.1.2.3 zitierten enzyklopädischen Beitrag mit der Formulierung *„Form des Wortes“* betont wird.

Die im letzten Zitat erwähnten „kulturellen Inhalte“ machen den *materialen Aspekt* von Bildung aus, während die „inneren Kräfte“ jedoch den *formalen Aspekt* betreffen – wobei beide Aspekte sowohl in „Bildung als Prozess“ als auch in „Bildung als Produkt“ auftreten.

In Klafkis mit „Bildung als Leitbegriff“ gekennzeichnetem *Didaktischen Modell* führt dann diese „materiale Bildung“ gemeinsam mit der „formalen Bildung“ zur „kategorialen Bildung“:

---

[20] [Kron 2000, 122]; Hervorhebungen nicht im Original.

[21] Man beachte in diesem Zusammenhang die Ausführungen zu „Medialitätsbewusstsein“ in Kapitel 4.

### 2.1.2.5 Kategoriale Bildung als Dualismus, nicht aber als Dichotomie

Klafki widmet diesem Aspekt von „Bildung“ sein erstes, 471 Seiten umfassendes Werk und greift damit die alte, ins 19. Jh. zurückgehende bereits angedeutete kontroverse Diskussion um die *Dichotomie von formaler und materialer Bildung* auf. [22] Kron schreibt dazu: [23]

> In der Auseinandersetzung mit der Tradition einerseits und der aktuellen Diskussion andererseits [...] entwickelt Klafki seine Kritik und seinen Neuansatz der „kategorialen Bildung“. Zunächst weist er darauf hin, daß zwischen materialer und formaler Seite des Bildungsprozesses ein grundsätzlicher Verweisungszusammenhang bestehe, wie ihn das klassische Phänomen auch zeigt. Wenn dieser gesprengt wird, gerät eine materiale Bildung ins Abseits einer durch Bildungsinhalte angefüllten Instrumentalisierung des Bildungsprozesses; andererseits gerät die Ausuferung der formalen Bildung ins Extrem einer reinen Kräfte- und Fertigkeitsschulung. Bildung ist also als ein Ganzes zu sehen [...].
>
> Klafki bezeichnet nun diesen grundsätzlichen Verweisungszusammenhang der beiden Aspekte der Bildung in einem ganzheitlichen Konzept als *„kategoriale Bildung“* [...]. Damit ist der Entwurf eines neuzeitlichen Bildungsbegriffs markiert. Aus der Optik der Subjekte, die in den Bildungsprozess eingelassen sind, realisiert sich die kategoriale Bildung als „doppelseitige Erschließung“ der Individuen. [...] Kategoriale Bildung meint dem Worte nach, daß Menschen in der Lage sind, von der Welt begründete, d. h. durch Erkenntnis, geprüfte Aussagen zu machen. Diese Fähigkeit ist stets an Inhalte gebunden, die zur Aussage stehen. Formales und materiales Moment bilden damit eine Einheit, die auch den Bildungsprozeß ausmacht, in dem die Fähigkeit zur Aussage und die Aussage selbst gewonnen werden.

Damit wird implizit sowohl „formale“ als auch „materiale“ Bildung erläutert. So ist gemäß Klafki *kategoriale Bildung* nicht einfach nur ein Nebeneinander oder Miteinander von formaler und materialer Bildung (was Kron als „Verweisungszusammenhang“ zitiert). Er schreibt dazu kämpferisch gegen die noch bestehende Dichotomie (die er „Dualismus“ nennt): [24]

> Mit dieser Einsicht entfällt das Recht, weiter an dem üblichen Dualismus der Theorien „formaler“ und „materialer“ Bildung festzuhalten oder ihr Verhältnis im Sinne einer äußerlichen Verknüpfung oder Ergänzung („sowohl formale als auch materiale Bildung“) zu bestimmen. In einer Theorie, die die Bildung als kategoriale Bildung im entwickelten Sinne versteht, sind Theorien formaler und die materialer Bildung in einer höheren Einheit aufgehoben. „Formale“ und „materiale“ Bildung bezeichnen nicht zwei als solche selbständige „Arten“ oder Formen der Bildung. „Formal“ und „material“ deuten zwei Betrachtungsweisen des gleichen einheitlichen Phänomens an. Die Einheit des formalen und des materialen Momentes ist im B i l d u n g s e r l e b n i s unmittelbar erfahrbar.

---

[22] [Klafki 1959]; Klafki behandelt die *kategoriale Bildung* innerhalb seiner „Zweiten Studie“ von [Klafki 1963, 255 ff.] in einem eigenen Kapitel, vgl. dazu die Darstellung in [Kron 2000, 122 ff.]. Die überarbeitete Neufassung von [Klafki 1963] durch [Klafki 2007] enthält aber diese o. g. explizite „Zweite Studie“ zur kategorialen Bildung nicht mehr.

[23] [Kron 2000, 123]; unterstreichende Hervorhebungen nicht im Original. [Klafki 1959, 9] erwähnt ausdrücklich, dass Erich Lehmensick die Bezeichnung „kategoriale Bildung“ 1926 in die Pädagogik eingeführt habe, wenn auch in anderem Sinn: als untergeordnet zu „formale Bildung“.

[24] [Klafki 1959, 259]; der von ihm kritisierte „Dualismus“ ist eine „Dichotomie“ (ein „entweder oder“), während er für ein „sowohl als auch“ plädiert, was eher ein „Dualismus“ ist (wie beispielsweise in der Physik der „Dualismus von Teilchen und Welle“ beim Phänomen „Licht“).

Kron weist vertiefend darauf hin, dass die *„didaktische Relevanz der Bildung“* im Prozess der *„doppelten Erschließung ihren Ursprung“* habe und führt dann mit Bezug auf Klafki aus: [25]

> Daher kann an einem besonderen Kulturgut auch der kulturelle Kosmos „begriffen“ werden, in welchem das Einzelne seinen Sach- und Sinnzusammenhang hat. Das Einzelne steht als pars pro toto, als Teil für das Ganze, oder anders ausgedrückt: es steht exemplarisch für das Allgemeine, oder es repräsentiert einen strukturierten Sachzusammenhang. Damit kommt jedem Kulturgut, das auch Bildungsgut ist, ein wesentliches Merkmal zu. Dieses läßt sich als Verhältnis vom Einzelnen zum Ganzen begreifen […].
>
> Kultur- und Bildungsinhalte, die dieses Gütesiegel tragen, repräsentieren die Struktur des Allgemeinen im Einzelnen. Sie werden daher das „Elementare“ genannt. Elementaria machen jene Unterrichtsinhalte aus, von denen erwartet werden kann, daß sie bei Schülern und Schülerinnen Bildungsprozesse auslösen. [26]

Dieses „**Elementare**“ ist für Klafki durch *sieben Erscheinungsformen* gekennzeichnet: [27]

- das Fundamentale, das Exemplarische, das Typische, das Klassische, das Repräsentative, die einfachen Zweckformen, die einfachen ästhetischen Formen.

#### 2.1.2.6 Klafki und „die Heimholung des Bildungsbegriffs“

Der Marburger Erziehungswissenschaftler Hans-Christoph **Berg** spricht 1988 von der *„zwanzigjährigen Aussperrung des zweihundertjährigen Bildungsbegriffs*“, schreibt in diesem Zusammenhang Klafki die „Heimholung des Bildungsbegriffs“ zu und ergänzt u. a. mit Bezug auf den *Heidelberger Allgemeinbildungskongress* von 1986: [28]

> Eine *bildungslose Pädagogik* ist erst seit zwanzig Jahren Programm und Problem [...]. Ebenso geht es bei Heinrich Roth (1969) nicht um „Begabung und Bildung“, sondern um „Begabung und Lernen“ in diesem anderen maßgeblichen Gutachten des Deutschen Bildungsrats – dann in dessen „Strukturplan für das Bildungswesen“ kein Kapitel über Bildung, sondern nur ein Kapitel über Lernen – war das überhaupt ein Deutscher Bildungsrat und nicht bloß ein Deutscher Lernrat? [...] dieses Kongreßthema „Allgemeinbildung“ und Klafkis Plenarvortrag dazu halte ich für einen pädagogikgeschichtlich bedeutsamen Versuch zur Korrektur dieser Fehlentwicklung.

Klafki leitete nämlich 1985 mit seinen „Neuen Studien zur Bildungstheorie und Didaktik“ eine *entscheidende Wende in der Didaktik* ein, die bis dahin verengt vor allem durch „Lernen als Leitbegriff“ bzw. „Interaktion als Leitbegriff“ gekennzeichnet war, verbunden mit der „Lernzielorientierung“, die die Sprachregelung bis in die Lehrpläne bis heute dominiert (hat).

Jedoch ist nach der „Heimholung des Bildungsbegriffs“ durch Klafki der von ihm beschriebene Bildungsbegriff durch die neuen *Bildungsstandards* verzerrt oder gar zerstört worden, denn wegen der „Output-Orientierung“ sind es nur *Leistungsstandards*, und die für „Bildung“ kennzeichnende *adressatenbezogene, individuelle Offenheit droht verloren zu gehen*.

---

[25] [Kron 2000, 123]; Hervorhebungen nicht im Original.
[26] Kron definiert „Kulturgut“, „Bildungsgut“, „Kulturinhalte“ und „Bildungsinhalte“ nicht.
[27] [Kron 2000, 123 f.]; dort werden diese Erscheinungsformen sinnfällig und ausführlich beschrieben.
[28] [Berg 1988, 20 – 21]; Hervorhebung nicht im Original.

## 2.1.3 Zum heutigen Verständnis von Allgemeinbildung

### 2.1.3.1 Die „doppelte Positionierung“ der Didaktik der Mathematik

Über eine sinnvolle (Be-)Deutung von „Allgemeinbildung“ ist im Zusammenhang mit „Bildung“ in Pädagogik, Philosophie und Didaktik vor allem in den letzten zwei Jahrhunderten gerungen worden. Leider wird im Alltag – vor allem in den Massenmedien – „Allgemeinbildung“ oft mit „Allgemeinwissen“ identifiziert und damit dann zugleich „Bildung“ (in einem engen *„materialen“* Verständnis gemäß 2.1.2.4 und 2.1.2.5) lediglich auf „Faktenwissen“ reduziert.

Sowohl in der (fachübergreifenden) *Didaktik* [29] als auch in der *Didaktik der Mathematik* wurden in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts bemerkenswerte Vorschläge zu einem zeitgemäßen *wissenschaftlichen Verständnis von „Allgemeinbildung“* entwickelt.

Für den Mathematikunterricht sind dabei folgende zwei *in Frageform gekleidete Prozesse* hervorzuheben:

- *Welchen Beitrag vermag der Mathematikunterricht aus seinem (fachlichen) Selbstverständnis heraus zur Entwicklung eines Verständnisses von „Allgemeinbildung“ zu leisten?*
- *Welche Aufgaben erwachsen dem Mathematikunterricht (wie anderen Fächern) daneben oder darüber hinaus aus einem fachübergreifenden Verständnis von „Allgemeinbildung“?*

Diese beiden Fragen beschreiben zwei wesentliche didaktische Entwicklungsprozesse, die miteinander verschränkt und als zeitlich nicht abgeschlossen zu sehen sind, und sie zeigen eine *doppelte Positionierung der Didaktik der Mathematik* bezüglich Allgemeinbildung.

### 2.1.3.2 Klafki: Allgemeinbildung in fachübergreifender Sicht

Für Klafki zeigt sich ein zeitgemäßes Verständnis von Allgemeinbildung unter anderem darin, dass *Bildung als Allgemeinbildung in dreifachem Sinn* zu bestimmen sei, was er drei „Bedeutungsmomente von Allgemeinbildung“ nennt, an anderer Stelle auch „Dimensionen des Allgemeinbildungsbegriffs“:

So erweist sich Allgemeinbildung für Klafki als *Bildung für alle*, als *Bildung im Medium des Allgemeinen* und ferner als *Bildung in allen Grunddimensionen menschlicher Interessen und Fähigkeiten*. Das durch diese (von ihm so bezeichneten) „drei Dimensionen“ angedeutete didaktische Konzept hat merkwürdigerweise als „Kompetenzmodell Klafkis“ Eingang in die Sekundärliteratur (und dann auch in die Bildungspolitik) gefunden, obwohl Klafki gar nicht von „Kompetenzen“ spricht, sondern erfreulicherweise von „Fähigkeiten“. [30]

Diese drei Dimensionen seien kurz erläutert:

---

[29] In dieser Monographie wird „Didaktik“ stets gemäß [Kron 2000, 48] als das verstanden, was früher „Allgemeine Didaktik“ in Abgrenzung zu „Fachdidaktik“ genannt wurde; vgl. hierzu Abschnitt 2.3.

[30] Vgl. zu „Kompetenz“ die Betrachtungen in Abschnitt 2.5 auf S. 35 ff.

- *Bildung für alle*

Für eine demokratisch verfasste Gesellschaftsordnung muss es selbstverständlich sein, dass „Bildung“ im beschriebenen Sinn (also als Prozess und als Produkt) ein *Angebot an alle* ist und niemanden ausschließt. [31]

- *Bildung im Medium des Allgemeinen*

Klafki meint damit einen *verbindlichen Kern dessen, das alle gemeinsam angeht*. So schreibt er u. a. bezüglich „Bildung“: [32]

> Sie muß [...] einen verbindlichen Kern des Gemeinsamen haben und insofern Bildung im Medium des Allgemeinen sein; [...] Allgemeinbildung muss verstanden werden als Aneignung der die Menschen gemeinsam angehenden Frage- und Problemstellungen ihrer geschichtlich gewordenen Gegenwart und der sich abzeichnenden Zukunft [...].
>
> Der Horizont, in dem dieses uns alle angehende Allgemeine bestimmt werden muß, [...] muß ein Welt-Horizont sein.

Statt *„im Medium des Allgemeinen“* kann man genauer *„im Medium des allen Gemeinen“* sagen und damit Klafkis Intention erfassen. Interessant ist, dass er jeweils von „Bildung im Medium ...“ spricht: [33]

Denn damit erscheint hier das „allen Gemeine“ – oder noch pointierter: das *„alle gemeinsam Angehende“* – als ein *Medium*, das als eine *vermittelnde Umgebung* aufzufassen ist – oder noch genauer: als Umgebung für den erkennenden und lernenden Menschen, derer sich alle Angesprochenen bewusst werden müssen, um diese von Klafki so genannten „Frage- und Problemstellungen“ zu erfassen.

Hierfür wählt er an späterer Stelle die Bezeichnung „Schlüsselprobleme“: [34]

> Meine Kernthese lautet: Allgemeinbildung bedeutet [...], ein geschichtlich vermitteltes Bewußtsein von zentralen Problemen der Gegenwart und [...] von der Zukunft zu gewinnen, Einsicht in die Mitverantwortlichkeit aller angesichts solcher Probleme und Bereitschaft, an ihrer Bewältigung mitzuwirken. Abkürzend kann man von der Konzentration auf epochaltypische Schlüsselprobleme unserer Gegenwart und der vermutlichen Zukunft sprechen.

Für solche „epochaltypischen Schlüsselprobleme“ nennt Klafki u. a. die *Friedensfrage*, das *Umweltproblem*, die *gesellschaftlich produzierte Ungleichheit*, aber auch *Gefahren und Möglichkeiten der neuen Informations- und Kommunikationstechniken und -medien*. [35]

---

[31] Leider ist diese „Selbstverständlichkeit“ auch im 21. Jh. noch längst nicht weltweit selbstverständlich – wobei diese Dimension nicht zwingend die Einrichtung von Gesamtschulen impliziert.

[32] [Klafki 2007, 53 f.]

[33] Vgl. die in Kapitel 3 beschriebenen Bedeutungen von Medien in didaktischer Sicht, dazu „im Medium von Kultur“, „im Medium von Moral“ und „im Medium der sozialen Interaktion“ in Abschnitt 3.1.7.

[34] [Klafki 2007, 56]; „Schlüsselprobleme“ sind nicht mit „Schlüsselqualifikationen“ zu verwechseln!

[35] [Klafki 2007, 56 – 60]; weitere Erläuterungen zu Klafkis Konzept der Schlüsselprobleme z. B. bei [Hischer 2010, 201 – 204].