

Werner Blum | Rita Borromeo Ferri | Katja Maaß (Hrsg.)

Mathematikunterricht im Kontext von Realität, Kultur und Lehrerprofessionalität

Festschrift für Gabriele Kaiser



Springer Spektrum

Mathematikunterricht im Kontext von Realität, Kultur und Lehrerprofessionalität

Werner Blum • Rita Borromeo Ferri
Katja Maaß (Hrsg)

Mathematikunterricht im Kontext von Realität, Kultur und Lehrerprofessionalität

Festschrift für Gabriele Kaiser

Herausgeber
Prof. Dr. Werner Blum
Universität Kassel
Deutschland

Prof. Dr. Katja Maaß
Pädagogische Hochschule Freiburg
Deutschland

Prof. Dr. Rita Borromeo Ferri
Universität Kassel
Deutschland

ISBN 978-3-8348-2388-5
DOI 10.1007/978-3-8348-2389-2

ISBN 978-3-8348-2389-2 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Vieweg+Teubner Verlag | Springer Fachmedien Wiesbaden 2012

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Planung und Lektorat: Ulrike Schmickler-Hirzebruch, Barbara Gerlach

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Spektrum ist eine Marke von Springer DE.
Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
www.springer-Spektrum.de

Vorwort

Gabriele Kaiser wird 60 Jahre – ein passender Anlass für eine würdigende Zwischenbilanz zu ihrem großen wissenschaftlichen Werk. Für diese Würdigung haben Kolleginnen und Kollegen aus dem In- und Ausland sowie aktuelle und ehemalige Schülerinnen und Schüler eine große Fülle von Beiträgen zur Verfügung gestellt, die in unterschiedlicher Weise mit Gabriele Kaisers Werk verknüpft sind und das ganze Spektrum ihres Wirkens abdecken. Herausgegeben wird dieser Festband von zwei Schülerinnen sowie dem akademischen Lehrer von Gabriele. Das ist durchaus charakteristisch, denn Gabriele hat immer ihr – so möchten wir es hier einmal nennen – „akademisches familiäres Umfeld“ gepflegt und wissenschaftliche Kontakte und Kooperationen sowohl mit ihrem Lehrer als auch mit ihren zahlreichen Schüler/inne/n aufrecht erhalten. Wir haben diesen Festband mit großer Freude zusammengestellt und die zu Ehren Gabriele geschrieben Arbeiten in fünf Rubriken eingeteilt: Modellieren, Kultur und Gender, Lehrerprofessionalisierung, Lehren/Lernen und Theorien, jeweils in Bezug auf Mathematik bzw. Mathematikunterricht und Mathematikdidaktik. Wir geben hier einen kurzen Überblick.

Zahlreiche Beiträge betreffen theoretische oder unterrichtsbezogene Aspekte der Verbindung von Realität und Mathematik, d. h. Fragen des Lehrens und Lernens von mathematischer Modellierung und Anwendungen der Mathematik. Dies ist der Inhalt der ersten drei Teile des vorliegenden Bandes. In diesem Forschungsfeld hat Gabriele mit ihrem Werk zweifellos die tiefsten Spuren hinterlassen. Der vierte Teil des Buchs enthält Arbeiten zu Fragen in Bezug auf Kultur, Sprache und Gender beim Lehren und Lernen von Mathematik, ein weiteres wichtiges Arbeitsgebiet von Gabriele. Das Thema, dem Gabriele Kaiser sich im letzten Jahrzehnt am intensivsten gewidmet hat, ist Inhalt des fünften Teils, nämlich Mathematiklehrerbildung und Professionalität von Mathematiklehrerinnen und -lehrern. Die letzten beiden Teile des Buchs enthalten dann Beiträge zu diversen Fragen des Lehrens und Lernens von Mathematik bzw. der Theoriebildung in der Mathematikdidaktik, gipfelnd in einer Würdigung der „Kaiserin of Mathematics Education“. Wir danken allen Autorinnen und Autoren für ihr Engagement und für die reibungslose Kooperation bei der Erstellung dieses Bandes. Ebenso danken wir dem Verlag Springer Spektrum für die stets angenehme Zusammenarbeit.

Der Band beginnt mit einem einordnenden Rückblick auf Gabriele Kaisers wissenschaftliches Werk, verfasst von den drei Herausgeber/innen dieses Bandes und der ersten eigenen Doktorandin von Gabriele, und endet mit dem Publikationsverzeichnis von Gabriele. In beiden Teilen wird eindrucksvoll deutlich, wie umfangreich Gabriele's Werk im Laufe ihres wissenschaftlichen Lebens bereits geworden ist und wie vielfältig ihre Arbeitsgebiete sind. Wir sind davon überzeugt, dass sie mit gleicher Energie wie bisher ihre verschiedenen Aktivitäten erfolgreich weiterführen wird, und wünschen ihr weiterhin ein produktives Forscherleben.

Werner Blum, Rita Borromeo Ferri, Katja Maaß



Inhaltsverzeichnis

Werner Blum, Rita Borromeo Ferri, Katja Maaß

Vorwort	v
Inhaltsverzeichnis	ix

Werner Blum, Rita Borromeo Ferri, Christine Knipping und Katja Maaß

Gabriele Kaisers wissenschaftliches Werk	1
--	---

Mathematisches Modellieren aus einer Metaperspektive

Maria Salett Biembengut

Teacher-researcher: A Brief Look at Gabriele Kaiser’s Path through Mathematical Modelling for Education	16
---	----

Michèle Artigue

Reflections around Interdisciplinary Issues in Mathematics Education	24
--	----

Hugh Burkhardt

50 Years of Teaching Modelling – Experience in England	34
--	----

Realitätsbezogene Beispiele für Unterricht und Lehrerbildung

Wolfgang Henn

Panorama von DQME	43
-------------------	----

Marcelo de Carvalho Borba & Débora da Silva Soares

Modeling in Brazil: A Case Involving Biology	53
--	----

Christopher Haines

Classroom Applications for a Useful Group and an Uninteresting Operation	62
--	----

Jens Weitendorf & Andreas Busse

Realitätsbezogene Optimierungsaufgaben im praktischen Unterricht	71
--	----

Wilfried Herget & Karin Richter

“Here is a Situation ...!” Team Challenges with “Pictorial Problems”	80
--	----

Berinderjeet Kaur

The Circular Flower Bed Problem	90
---------------------------------	----

Theoretische Sichtweisen auf mathematisches Modellieren

Gloria Stillman & Peter Galbraith

Mathematical Modelling: Some Issues and Reflections 97

Angelika Bikner-Ahsbals

Modellieren als epistemischer Prozess 106

Stanislaw Schukajlow & Dominik Leiß

Mapping: Erklärungsinstrument im anwendungsorientierten Mathematikunterricht 116

Gilbert Greefrath

Aufgaben zu Teilkompetenzen des Modellierens 129

Richard Lesh & Helen Doerr

Alternatives to Trajectories and Pathways to Describe Development in Modeling and Problem Solving 138

Katrin Vorhölter & Maike Vollstedt

Zur theoretischen Konzeption und zu den Möglichkeiten der unterrichtspraktischen Umsetzung der Sinnkonstruktion 148

Kultur und Gender im Mathematikunterricht

Ingrid Gogolin

Sprachliche Bildung im Mathematikunterricht 157

Gilah Leder & Helen Forgasz

The Gendering of Mathematics: Views from the Street and from Facebook 166

Laura Martignon, Christine Schmeißer, Stefan Krauss & Martin Brunner

Die alte Frage nach Geschlechtsunterschieden in Mathematik im Rahmen einer neuen Methodologie zu deren Messung: Konsequenzen für die feministische Diskussion 176

Mathematiklehrerausbildung und Lehrerprofessionalität

Sigrid Blömeke, Nils Buchholtz, Ute Suhl & Johannes König

Zwei Kulturen? Mathematiklehramtsstudierende mit unterschiedlichen Zweitfächern 184

Günter Törner & Annegret Törner

Underqualified Math Teachers or Out-of-Field-Teaching in Mathematics - A Neglectable Field of Action? 196

Timo Leuders

Authentische Begegnungen von angehenden Grundschullehrkräften mit der Fachwissenschaft – am Beispiel ‚Theorie und Anwendung von Graphen‘ 207

Katja Eilerts, Hans-Dieter Rinkens & Bernd Wollring

Domänen-integrierende Itembündel im Bereich Raum und Form zur Erfassung professionellen Wissens angehender Primarstufenlehrkräfte 220

Martina Döhrmann

TEDS-M 2008: Qualitative Unterschiede im mathematischen Wissen angehender Primarstufenlehrkräfte 230

Nils Buchholtz & Björn Schwarz

Professionelles Wissen im Bereich der Elementarmathematik vom höheren Standpunkt von Mathematik-Lehramtsstudierenden 238

Oliver Deiser, Aiso Heinze & Kristina Reiss

Elementarmathematik vom höheren Standpunkt: Warum ist $0,\bar{9} = 1$? 249

Lehren und Lernen von Mathematik**Hans-Dieter Rinkens & Katja Eilerts**

Entwicklung der Rechenfertigkeit von Erstklässlern im Bereich Addition 265

Johanna Neubrand & Michael Neubrand

Argumentieren, Kommunizieren: Sind Explikationsaufgaben zur Erfassung geeignet? 275

Christina Drücke-Noe

Können Lernstandserhebungen einen Beitrag zur Unterrichtsentwicklung leisten? 284

Jinfa Cai & Ngai-Ying Wong

Effective Mathematics Teaching: Conceptualization, Research, and Reflections 294

Regina Bruder

„Selbstlernumgebungen“ in Mathematik: Konzepte und Einsatzszenarien 304

Hans-Georg Weigand

Fünf Thesen zum Einsatz digitaler Technologien im zukünftigen Mathematikunterricht 315

Marianne Nolte

Das Beobachtungsraster. Ein vielfältig nutzbares Instrument im Spannungsfeld von curricularem, planungsbezogenem und interaktionsbezogenem Wissen 325

Rudolf Messner

Forschendes Lernen als Element praktischer Lehr-Lernkultur 334

Theoretische Aspekte zur Mathematikdidaktik**Christine Knipping**

Über Grenzen hinweg - Rekonstruktionen von mathematischer Unterrichtspraxis 347

Marcus Schütte & Götz Krummheuer

Das Implizite beim fundamentalen Lernen von Mathematik 357

Willi Dörfler

Mathematik: Denken durch Schreiben 367

Konrad Krainer & Stefan Zehetmeier

Mathematikdidaktik als herausfordernde Wissenschaft - oder: Zur Komplexität des Lehrens und Lernens von Mathematik sowie des Erforschens desselben 376

Sol Garfunkel

The Journal of Unfunded Proposals – An Annotated Table of Contents 381

Thomas Lingefjaerd

A Kaiserin of Mathematics Education 385

Publikationsverzeichnis Gabriele Kaiser

391

Gabriele Kaisers wissenschaftliches Werk

Werner Blum, Rita Borromeo Ferri, Christine Knipping & Katja Maaß

1 Überblick über Gabriele Kaisers wissenschaftlichen Werdegang

Die wissenschaftliche Laufbahn von Gabriele Kaiser begann bereits 1973 als Studentin für das gymnasiale Lehramt mit den Fächern Mathematik und Gesellschaftslehre an der damaligen Gesamthochschule Kassel. Im Seminar „Genese und Anwendbarkeit von Mathematik“, geleitet von Werner Blum, fiel Gabriele Kaiser als besonders aktive Studentin auf, die vor allem die gesellschaftliche Relevanz der Mathematik einforderte. Auch auf „Gender Balance“ legte sie großen Wert und bestand schon damals, als dies noch nicht Allgemeingut war, strikt auf geschlechtsneutralen Formulierungen. Der Einsatz im Bereich Gender und Mathematik (in späteren Jahren verstärkt unter dem Begriff „Equity“) ist bis heute geblieben. Das Seminar zur Genese und Anwendbarkeit mündete in ein interdisziplinäres Projekt, zusammen mit dem Erziehungswissenschaftler Klaus Heipcke. Hier war Gabriele eine der tragenden Kräfte, wodurch dieses Projekt über mehrere Jahre fortgeführt werden konnte.

Als Werner Blum die Rolle des deutschen Koordinators für den Themenbereich „Mathematics and other school subjects“ bei der ICME-3 im Jahr 1976 in Karlsruhe übernahm, wurde Gabriele Kaiser wissenschaftliche Hilfskraft mit einer besonderen Verantwortung für die Literaturrecherche im Bereich Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht. Während dieser Tätigkeit nutzte sie auch ihre Kenntnisse als gelernte Dokumentarin mit Diplom, das sie schon vor ihrem Studium in Frankfurt, wo sie auch Abitur gemacht hatte, erworben hat. Der erste der zwei hieraus entstandenen Dokumentationsbände, veröffentlicht beim FIZ Karlsruhe, war dann ihre erste Publikation überhaupt (Kaiser, Blum & Schober, 1982). 1978 erfolgte das 1. Staatsexamen mit einem direkten Übergang in das Referendariat, was sie 1980 mit dem 2. Staatsexamen abschloss.

In den achtziger Jahren gab es an der Gesamthochschule Kassel im Bereich der Didaktik der Mathematik noch keine Mitarbeiterstellen. Gabriele wollte aber nach dem Referendariat (noch) nicht in den Schuldienst gehen, sondern wissenschaftlich arbeiten. Demgemäß fing sie, direkt aus dem Referendariat kommend, 1981 als „freischwebende Doktorandin“ ohne feste Stelle bei Werner Blum an. Ihr Dissertationsthema war „Anwendungen im Mathematikunterricht“, von Anfang an auch mit internationaler Orientierung. Folgerichtig war ihr erster englischer Vortrag bereits 1984, auf der ICTM-1 in Exeter (siehe Blum & Kaiser, 1984; ICTMA mit „A“ hieß die Konferenzserie erst ab ICTMA-3 1987 in Kassel). 1984 war sie bereits Leiterin einer Unterarbeitsgruppe zum Thema Applications and Modelling (geleitet von Mogens Niss) auf der ICME-5 in Adelaide, Australien. Dieses Thema gehört bis heute zu ihren Kernarbeitsbereichen; wir gehen nachher (Abschnitt 2) noch genauer hierauf ein.

Neben ihrer Schwerpunktarbeit am Thema Realitätsbezüge und Modellbildung hat sich Gabriele immer auch im Bereich Gender engagiert. 1989 gründete sie zusammen mit Cornelia Nierdrenk-Felgner und Christine Keitel den GDM-Arbeitskreis „Frauen und Mathematik“, den sie lange Jahre auch geleitet hat. Gabriele Kaiser hat auch in diesem Bereich viele internationale Publikationen hervorgebracht, auf die wir später noch gesondert eingehen (Abschnitt 4).

Nachdem Gabriele Kaiser einige Jahre ohne einen festen Vertrag ihre Doktorarbeit vorangetrieben hatte, erhielt Werner Blum 1985 schließlich – im Zusammenhang mit seinem abgelehnt-

ten Ruf an die Universität Dortmund – seine erste halbe Mitarbeiterstelle, die Gabriele dann bis 1992 innehatte. 1986 promovierte Gabriele (Kaiser-Meßmer, 1986), mit Arnold Kirsch als Zweitgutachter. Es war dies die erste mathematikdidaktische Promotion in Kassel, mit allen grundsätzlichen Fragen im Vorfeld, die dies in einem mathematischen Fachbereich so mit sich bringt. 1987, als die ICTMA-3 in Kassel ausgerichtet wurde (mit Werner Blum als Chair), war Gabriele Deputy Chair und gab auch den Tagungsband mit heraus. Diese Position hat ihre internationalen Kontakte nochmals massiv verstärkt, insbesondere zu Großbritannien. Ende der achtziger Jahre begann dann das Kassel-Exeter Projekt mit Werner Blum auf deutscher Seite sowie David Burghes auf englischer Seite als Ko-Leiter. Projektthema waren deutsch-englische Vergleiche in den Klassen 7-10. Das Projekt wurde vom British Research Council, der Universität Kassel und dem DAAD unterstützt. Gabriele Kaiser forschte jahrelang als Principal Researcher in diesem Projekt, was auch die Fülle der entstandenen Publikationen zeigt (u. a. zwei JMD-Artikel). Vor allem bildete dieses Projekt auch die Basis für ihre Habilitation im Jahr 1997 mit dem Titel „Unterrichtswirklichkeit in England und Deutschland. Vergleichende Untersuchungen am Beispiel des Mathematikunterrichts“ (Kaiser, 1999). Dabei konnte Gabriele sich ihre Zeit als Habilitandin auch durch zwei Stipendien (Böckler-Stiftung und DFG) finanzieren, da in Kassel nach Ablauf der Sechsjahresfrist nach der Promotion keine spezifische Post-Doc-Stelle zur Verfügung stand.

Noch vor Beendigung ihrer Habilitation war Gabriele Kaiser von 1996-1998 als Vertretungsprofessorin an der Universität Potsdam tätig. 1998 erhielt sie dann einen Ruf auf eine C4-Professur für Erziehungswissenschaft unter besonderer Berücksichtigung der Didaktik der Mathematik an die Universität Hamburg, an der sie bis heute tätig ist.

An ihrer neuen Wirkungsstätte baute Gabriele Kaiser ihre bisherigen Arbeitsgebiete kontinuierlich und erfolgreich weiter aus. Von Beginn an hat sich Gabriele in Hamburg intensiv für die *Nachwuchsförderung* eingesetzt, mit inzwischen 10 Promovendinnen und Promovenden und einer Habilitandin. Einige ihrer Schülerinnen, die eine wissenschaftliche Karriere angestrebt haben, sind mittlerweile selbst schon Professorinnen.

Die internationale Vernetzung hat Gabriele Kaiser stringent weiterbetrieben, wobei im letzten Jahrzehnt insbesondere osteuropäische und asiatische Vergleiche im Vordergrund standen. In den letzten zwei, drei Jahren hat Gabriele sich (gefühl) wohl mehr in Ostasien als in Deutschland aufgehalten. Zudem arbeitet Gabriele im Rahmen ihrer Mitgliedschaft im International Scientific Advisory Board for Swedish and Science Test mit schwedischen Mathematikdidaktikerinnen und -didaktikern zu Fragen der large-scale assessment schwedischer Oberstufenschülerinnen und -schüler zusammen. Wir fassen ihre internationalen Aktivitäten nachher (Abschnitt 5) nochmals in größerem Detail zusammen.

In Hamburg entstand durch die Kooperation mit der Erziehungswissenschaftlerin Ingrid Gogolin ein neuer Forschungsbereich von Gabriele Kaiser, deren Fokus auf Mathematiklernen unter den Bedingungen sprachlich-kultureller Pluralität lag, worüber wir später (Abschnitt 6) noch genauer berichten.

Ein Großprojekt, in das Gabriele Kaiser in den letzten Jahren stark involviert war, befasste sich im Rahmen einer internationalen Studie mit Fragen der Lehrerbildung und Lehrerprofessionalisierung. Sie war, gemeinsam mit den Erziehungswissenschaftlern Sigrid Blömeke und Rainer Lehmann (beide an der Humboldt Universität Berlin), Ko-Leiterin der IEA Teacher Education Study in Mathematics (TEDS-M), womit die Wirksamkeit von Lehrerausbildungen in mehreren Ländern untersucht werden soll; auch dazu später mehr (Abschnitt 3).

Neben der wissenschaftlichen Arbeit und der Nachwuchsförderung hat sich Gabriele Kaiser auch immer *wissenschaftspolitisch* engagiert, beginnend mit einer langjährigen Mitarbeit als Studentin und als wissenschaftliche Mitarbeiterin im Fachbereichsrat des Fachbereichs Ma-

thematik der Universität Kassel. Lange Zeit engagierte sie sich (auch aktuell wieder) im wissenschaftlichen Beirat der GDM ebenso wie im Beratungskomitee des Journals für Mathematik-Didaktik. Von 2000 bis 2002 gab sie als Schriftführerin und somit als Vorstandsmitglied die GDM-Mitteilungen heraus. Des Weiteren war und ist Gabriele Kaiser Mitglied im ICTMA-Executive Committee und war von 2007 bis 2011 die ICTMA-Präsidentin. Außer dem Frauen-Arbeitskreis gründete und leitete sie auch den sogenannten „TIMSS-Arbeitskreis“ der GDM, der dann später in Arbeitskreis „Vergleichsuntersuchungen“ unbenannt wurde. Auf diesem Arbeitskreis gab und gibt es stets rege Diskussionen über nationale und internationale Vergleichsstudien und allgemeiner über alle Arten empirischer Studien. Dort fanden auch von Beginn an eingehende Diskussionen zu den Bildungsstandards und zu bundesweiten oder länderspezifischen „Vergleichsarbeiten“ statt, wodurch Gabriele Kaiser durchaus auch bildungspolitischen Einfluss ausgeübt hat. Es ist in erster Linie ihr Verdienst, dass der AK immer wieder die wichtigsten bildungspolitischen Fragen aufgegriffen und sich auch auf politischer Ebene Gehör verschafft hat. Diesen Arbeitskreis leitet Gabriele noch heute. Genauso hat ihre engagierte Mitarbeit in der ISTRON-Gruppe (1990 von Werner Blum ins Leben gerufen, wobei das erste Istron-Treffen 1991 in Osnabrück von Gabriele geleitet wurde) auch die Schulpraxis beeinflusst, in Hamburg und weit darüber hinaus.

Seit 2005 ist Gabriele Editor-in-Chief des Zentralblatts für Didaktik der Mathematik. Sie hat aus diesem vordem eher national ausgerichteten Organ ein erfolgreiches und anerkanntes internationales mathematikdidaktisches Journal gemacht – The International Journal on Mathematics Education. Neben zahlreichen weiteren Funktionen, wie etwa Chair der ICTMA-14 im Jahr 2009 in Hamburg oder Mitglied im IPC der ICME-12 in Seoul 2012, sowie mehreren Hauptvorträgen auf nationalen und internationalen Konferenzen ist Gabriele Kaiser seit 2011 Pro-Dekanin für Forschung, Nachwuchsförderung und Internationalisierung an der Fakultät für Erziehungswissenschaft, Psychologie und Bewegungswissenschaft der Universität Hamburg. Ein (wenn nicht der) Höhepunkt ihrer Karriere steht allerdings noch bevor: Es ist ihr mit enormem Engagement und großem Geschick gelungen, die ICME-13, 2016, nach Hamburg zu holen. Gabriele Kaiser wird also demnächst der (die?) Chair des bedeutendsten internationalen Kongresses in der Mathematikdidaktik.

Man wundert sich manchmal, dass Gabriele Kaiser neben der enormen Fülle von dienstlichen Aktivitäten auch noch ein Privatleben führen kann, mit einer inzwischen erwachsenen Tochter, die gerade selber ein Studium aufgenommen hat, sowie einem reichhaltigen kulturellem Leben (Oper, Theater, Ballett, mit je passender Kleidung als einem besonderen Hobby), zusammen mit ihrem Ehemann Thomas Raupach.

In den folgenden fünf Abschnitten beleuchten wir nun einige wesentliche Facetten von Gabrielles Werk ein wenig genauer.

2 Anwendungsbezüge und mathematisches Modellieren

Gabriele Kaisers Verdienste bezogen auf Realitätsbezüge und mathematisches Modellieren umfassen zwei Teilbereiche. Erstens hat sie einen großen Anteil daran, die didaktische Diskussion zum Modellieren stets lebendig zu halten und entsprechende Netzwerke zu unterstützen. Zweitens hat sie erheblich zur Theoriebildung und zur Forschung im Bereich des Modellierens beigetragen.

Wir beginnen mit Gabrielles Beitrag zur dynamischen Weiterentwicklung der didaktischen Diskussion. Schon seit den frühen 80er Jahren ist sie ein wichtiges Mitglied in der nationalen und internationalen Modelling Community. Auf nationaler Ebene gehört sie zu den Gründungsmit-

gliedern der deutschsprachigen Istron-Gruppe, die seit 1991 einmal jährlich an wechselnden Orten eine Arbeitstagung mit einem Fortbildungstag für die lokalen Mathematiklehrkräfte zu Realitätsbezügen und Modellieren durchführt sowie eine Schriftenreihe für Lehrerinnen und Lehrer publiziert. Band 2 dieser Reihe hat Gabriele mit herausgegeben (Graumann, Jahnke, Kaiser & Meyer, 1995). In den Jahren 2000 und 2010 hat sie die Istron-Tagung in Hamburg ausgerichtet – mit einem jeweils hervorragenden Programm sowohl für die Lehrenden als auch für die Istron-Mitglieder.

International ist Gabriele seit 1983 aktiv in der – wie es inzwischen heißt – International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications. Schon auf der ersten Konferenz in Exeter 1983 (die wie gesagt damals noch ICTM hieß) hielt sie einen Vortrag über ihre Klassifikationen im Rahmen ihrer Dissertation. 1987 war sie Deputy Chair der ICTMA-3 in Kassel und gab den Tagungsband mit heraus (Blum et al., 1989). Auf der ICTMA-10 Konferenz in Peking 2001 hielt sie einen der Hauptvorträge mit dem Titel „The Role of Figurative Context in Realistic Tasks“. Gabriele Kaiser war es auch, die 2008 zusammen mit Ken Houston und Peter Galbraith einen Rückblick auf ICTMA zum Anlass des 25-jährigen Jubiläums schrieb. In 2009 richtete sie die ICTMA-14 Tagung in beeindruckender Weise in Hamburg aus (Kaiser, Blum, Borromeo Ferri & Stillman, 2011). Von 2007 bis 2011 war sie Präsidentin der ICTMA.

Doch damit nicht genug: Auch auf den ICME-Konferenzen (International Congress on Mathematical Education), die alle vier Jahre stattfinden und sich an alle Mathematikdidaktiker weltweit richten, bietet sie regelmäßig Topic Study Groups zum Modellieren an.

Darüber hinaus hat Gabriele als Editor-in-Chief des ZDM im Jahre 2006 gleich zwei Hefte zum Modellieren veröffentlicht, in denen hochrangige internationale Vertreter aus dem Bereich Modellieren vertreten waren, darunter u. a. Hugh Burkhardt, Barath Sriraman, Peter Galbraith, Richard Lesh, Helen Doerr, Kaye Stacey und Marianna Bosch.

Jüngst hat sie eine internationale Buchreihe zum Modellieren initiiert: „International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling“, die sie gemeinsam mit Gloria Stillman herausgibt. Im Editorial Board der Reihen finden sich hochrangige Modellierungsexperten, u. a. Helen Doerr, Peter Galbraith, Toshikazu Ikeda und Mogens Niss. Das aktuell erschienene ICTMA-14-Buch ist gleichzeitig auch der erste Band dieser Serie.

Last but not least hat Gabriele in den letzten Jahren erfolgreich eine große Zahl von Doktorarbeiten und ein Habilitationsprojekt im Bereich des Modellierens betreut und sorgt so für „Akademischen Nachwuchs“ in diesem Bereich. Diese sind im Einzelnen:

- Rita Borromeo Ferri (Habilitationsprojekt, abgeschlossen 2010): Wege zur Innenwelt des Mathematischen Modellierens (siehe Borromeo Ferri, 2011)
- Andreas Busse (abgeschlossen 2009): Empirische Untersuchung zur Rolle des Sachkontextes bei realitätsbezogenen Mathematikaufgaben (siehe Busse, 2009)
- Martina Döhrmann (abgeschlossen 2004): Zufall, Aktien und Mathematik (siehe Döhrmann, 2005)
- Winfried Euba (abgeschlossen 2011): Vernetzungen in der Mathematik - Unterrichtsvorschläge für die gymnasiale Oberstufe (siehe Euba, 2011)
- Katja Maaß (abgeschlossen 2003): Mathematisches Modellieren im Unterricht der Klasse 7/8 (siehe Maaß, 2004)
- Katrin Vorhölter (abgeschlossen 2009): Förderung von Prozessen der Sinnkonstruktion durch realitätsbezogene Aufgabenstellungen im Mathematikunterricht (siehe Vorhölter, 2009)

- Jens Weitendorf (abgeschlossen 2006): Realitätsbezüge im Analysisunterricht: Unterrichtliche Vorschläge und ihre Evaluation (siehe Weitendorf, 2007)

Wir kommen nun zu Gabriele Kaisers Beiträgen zur Forschung und Theoriebildung im Bereich des Modellierens. Gabriele Kaisers Forschungsarbeit umspannt sehr unterschiedliche und allesamt sehr relevante Bereiche des mathematischen Modellierens, darunter:

1. Historische Entwicklung im Bereich der Realitätsbezüge und des Modellierens
2. Positionen und Definitionen im Bereich des Modellierens
3. Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in der Sekundarstufe II
4. Lehrerbefürwortungen über Mathematik und speziell zum Anwenden von Mathematik
5. Für das Modellieren benötigte Kompetenzen von Lehrerinnen und Lehrern

Historische Entwicklung im Bereich der Realitätsbezüge und des Modellierens

In ihrer Dissertation hat Gabriele Kaiser ein eigenes Schema zur Analyse aller Strömungen seit Beginn des 20. Jahrhunderts entwickelt. Dieses Analyseschema umfasst drei Dimensionen (Kaiser-Meißner, 1986):

- Konzeptionsbezogene Dimensionen, u. a.
 - Welche Ziele soll der Mathematikunterricht verfolgen?
 - Welchen Stellenwert sollen Anwendungen haben?
- Curriculare Dimensionen, u. a.
 - Welche Funktion sollen Anwendungen haben?
 - Welche Bedeutung haben dabei außermathematische Kontexte?
- Situationsbezogene Dimensionen:
 - Wie soll die Art der Verwendung von Mathematik sein (Standardanwendung, Modellierung)?
 - Inwieweit soll der Modellierungsprozess berücksichtigt werden?
 - Welchen Realitätsgehalt sollen die Anwendungen haben?

Ausgehend von diesen Fragestellungen werden die Meraner Lehrpläne, die Arbeitsschulbewegung und das Sachrechnen analysiert. Gabriele Kaisers Arbeit zur Historie des Modellierens ist in dieser Art einzigartig und stellt per se einen wesentlichen Theoriebeitrag zum Modellieren dar.

Positionen und Definitionen im Bereich des Modellierens

Ausgehend von der Analyse der historischen Konzepte zu Anwendungen und dem oben genannten Analyseschema werden in Kaiser-Meißner (1986) verschiedene Strömungen in der internationalen und in der nationalen Diskussion identifiziert. International wird unterschieden zwischen

- der „wissenschaftlich-humanistischen“ Richtung, zu deren Vertretern Freudenthal, Revuz, Castelnovo und Krygovska gehören. Ziel dieser Richtung ist die Vermittlung von „Geisteshaltungen“ und Sichtweisen; dazu gehören auch die Fähigkeiten, Situationen zu mathematisieren und Einsichten in das Verhältnis von Mathematik und Realität zu erhalten. Im Unterricht sollen die anderen Fächer mit der Mathematik verbunden werden, es geht um eine beziehungshaltige Mathematik.
- der „pragmatischen“ Richtung, zu deren Hauptvertretern Pollak, Bell, Niss, Ormell, Burghes und Burkhardt gehören. Das Hauptziel wird hier darin gesehen, außermathematische Probleme durch mathematische Modellbildung zu bewältigen. Hier wird phasenweise interdisziplinärer Unterricht angestrebt.

Im Jahre 2006 setzt Gabriele diese wertvolle Klassifikationsarbeit zusammen mit B. Sriraman und anderen fort und aktualisiert ihre Kategorisierung von Positionen. Diese Kategorisierung umfasst alle relevanten internationalen Positionen. Es werden verschiedene „Perspektiven“ zum Modellieren unterschieden (Kaiser & Sriraman, 2006), nämlich:

- *Realistisches oder angewandtes Modellieren:* Diese Richtung verfolgt pragmatisch-utilitaristische Ziele, darunter das Lösen realistischer Probleme, Verständnis der realen Welt und Förderung von Modellierungskompetenzen. Die Position geht zurück auf die eben genannte pragmatische Richtung.
- *Kontextuelles Modellieren:* Fachspezifische und psychologische Ziele stehen im Vordergrund, darunter das Lösen von Textaufgaben. Diese Position geht auf die amerikanische Problemlösedebatte und die entsprechende Unterrichtspraxis zurück.
- *Pädagogisches Modellieren:* Hier werden weiter a) didaktisches Modellieren und b) konzeptuelles Modellieren unterschieden. Diese Richtung verfolgt pädagogische und fachspezifische Ziele wie z. B. a) die Strukturierung des Lernprozesses und seine Förderung sowie b) die Einführung und das Verständnis von mathematischen Inhalten. Der Ansatz geht auf die integrative Perspektive von Blum und Niss, Weiterentwicklungen des wissenschaftlich-humanistischen Ansatzes sowie gängige Lerntheorien zurück.
- *Sozio-kritisches Modellieren:* Hier werden pädagogische Ziele wie ein kritisches Verständnis der Welt verfolgt. Hintergrund sind die emanzipatorische Perspektive sowie sozio-kritische Ansätze in der Soziologie.
- *Epistemologisches oder theoretisches Modellieren:* Hier werden theorie-orientierte Ziele wie z. B. eine bessere Theorieentwicklung zum Modellieren verfolgt. Der Ansatz geht auf die wissenschaftlich-humanistische Perspektive des frühen Freudenthal zurück.
- *Kognitives Modellieren (Metaperspektive):* Hier werden Forschungsziele wie die Analyse und das Verständnis kognitiver Prozesse, die beim Modellieren stattfinden, sowie psychologische Ziele wie die Förderung mathematischer Denkprozesse durch das Nutzen von Modellen als mentale Repräsentationen oder durch das Auffassen von Modellieren als mentalem Prozess betont. Hintergrund ist die Kognitionspsychologie.

Diese Strukturierung und Klassifizierung der verschiedenen Modellierungspositionen leistet einen besonderen Beitrag zur konzeptuellen Ausschärfung des Modellierungsbegriffs und ist daher im Rahmen der Theoriebildung zum Modellieren unverzichtbar.

Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in der Sekundarstufe II

In ihrer Dissertation analysiert Gabriele Kaiser nicht nur die vorhandenen Modellierungspositionen, sie führt auch noch eine der ersten großen empirischen Untersuchungen zum Modellieren durch, indem sie die Konsequenzen des Herstellens von Realitätsbezügen auf Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe II untersucht.

In sechs Fallstudien werden i. W. durch teilnehmende Unterrichtsbeobachtungen relevante Informationen über die Fälle gesammelt und analysiert. Die Auswertung führt u. a. zu folgenden Thesen über den Unterricht in einer besonders realitätsbezogen unterrichteten Klasse (Kaiser-Meßmer, 1986): Viele Schüler lernen, außermathematische Situation besser zu verstehen, und sie erwerben Fähigkeiten im Anwenden von Mathematik. Allerdings erwerben nur einige Schülerinnen und Schüler auf längere Sicht Kompetenzen im Modellieren. Darüber hinaus entwickeln viele Schüler ein angemessenes Bild von Mathematik, und ihre Motivation und ihr Interesse an Mathematik werden gesteigert.

Ihre Forschungsarbeiten in der Sekundarstufe II setzt Gabriele Kaiser ab Herbst 2000 mit dem Projekt „Mathematisches Modellieren als Brücke zwischen Schul- und Hochschulunterricht“ fort, indem regelmäßig sogenannte Modellierungswochen durchgeführt werden. Hier arbeiten Oberstufenschülerinnen und -schüler mit Studierenden für das Lehramt an authentischen Modellierungsbeispielen zusammen, für die keine Lösungen bekannt sind. Zu den komplexen Problemstellungen aus den Bereichen Biometrie, Ökologie, Wirtschaft, Medizin, Technik und Chemie gehören u. a.

- Probleme der Fischereiwissenschaft
- Risikoabschätzung von Aktien
- Positionierung von Hubschrauberlandeplätzen
- Beurteilung der Kreditwürdigkeit von Bankkunden
- Preispolitik von Air Berlin

Die Auswertung der gesammelten Evaluierungsdaten zeigt, dass Fragestellungen wie die hier genannten mit Oberstufenschülern erfolgreich behandelt werden können und das Bild der Schülerinnen und Schüler von Mathematik deutlich verändern können. Auch die Entwicklung von deren Modellierungskompetenzen ist vielversprechend (Kaiser, 2007). Darüber hinaus sahen es viele Lernende als wichtig und sinnvoll an, derartige Aufgaben in den Mathematikunterricht zu integrieren (Kaiser, Schwarz & Buchholtz, 2011).

Lehrerbeliefs über Mathematik und speziell zum Anwenden von Mathematik

Im Rahmen einer qualitativen Studie hat Gabriele Kaiser (2006) untersucht, welche Vorstellungen Lehrende von Mathematik haben. Dabei wurde zunächst deutlich, dass Anwendungen und Modellierungen bei den Lehrenden nur eine geringe Rolle spielen und die Beliefs der Lehrenden nach eineinhalb Jahren nur geringfügige Veränderungen aufwiesen. Eine weitere Analyse von Interviews zeigte, dass Lehrende Anwendungen und Modellierungen sowie dazugehörige Aufgaben für den Unterricht so interpretieren, dass sie zu ihren Beliefs passen. So interpretieren z. B. Lehrende, die Mathematik eher als eine statische Sammlung von Regeln sehen, die es anzuwenden gilt, Anwendungen als einfache eingekleidete Aufgaben, in denen ein Verfahren direkt angewendet wird. Derartige Ergebnisse haben natürlich wesentliche Bedeutung für die Veränderung von Unterricht und die Lehrerfortbildung.

Für das Modellieren benötigte Kompetenzen zukünftiger Lehrerinnen und Lehrer

Im Rahmen der großangelegten Studien MT21 und TEDS-M, in denen die Kompetenzen von Lehrenden untersucht und international verglichen werden, hat Gabriele Kaiser speziell und weltweit erstmals unter die Lupe genommen, welche Kompetenzen zum Unterrichten des Modellierens benötigt werden (Kaiser, Schwarz & Tiedemann, 2010). Zwanzig zukünftige Lehrende wurden mithilfe von Interviews im Detail analysiert. Dabei zeigt sich, dass bezogen auf das Modellieren sowohl mathematisches und mathematikdidaktisches als auch allgemeines pädagogisches Wissen nötig sind. Genauer gehen wir hierauf im nächsten Abschnitt 3 ein.

3 Mathematiklehrerbildung und Lehrerprofessionalität

Sowohl in der nationalen als auch in der internationalen mathematikdidaktischen Community ist ein wachsendes Interesse an Fragen zum *Professionswissen* von Lehrkräften festzustellen. Gabriele Kaiser hat sich in den letzten 10 Jahren intensiv diesem Themenkomplex und seinen

Konsequenzen für die Lehrerbildung gewidmet. Nachdem Befragungen von Lehramtsstudierenden bereits deutliche Probleme signalisiert haben (Ross & Kaiser, 2001), hat Gabriele sich mit großem Engagement in dieses Feld gegeben und zusammen mit Sigrid Blömeke und Rainer Lehmann (beide Humboldt Universität Berlin) den deutschen Teil von zwei großen internationalen Studien geleitet.

Die erste dieser Studien lief von 2006 bis 2008, als Pilotuntersuchung zur zweiten Studie, und hat ihre Ergebnisse unter dem Namen „Mathematics Teaching in the 21st Century“ (MT21) publiziert (Schmidt, Tatto, Bankov et al., 2007; Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2008; Blömeke, Schwarz, Kaiser et al., 2009). Deutschland nahm hier als eines von 25 Ländern teil. Die zweite Studie lief in 17 Ländern von 2008 bis 2010 unter dem Namen „Teacher Education and Development Study in Mathematics“ (TEDS-M). Beide Studien wurden – noch als Reaktion auf TIMSS – von der International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA) initiiert. Ziel war eine internationale vergleichende Bestandsaufnahme der Lehrerbildung sowie des (fachlichen, fachdidaktischen und pädagogischen) Professionswissens und der professionellen Überzeugungen von angehenden Mathematiklehrkräften, sowohl für die Primarstufe (Fokus: Klasse 4) als auch für die Sekundarstufe (Fokus: Klasse 8). Die leitende Frage war, welchen Einfluss systemische, institutionelle und individuelle Bedingungen der Lehrerausbildung auf den Erwerb von professioneller Kompetenz durch zukünftige Mathematiklehrkräfte haben und inwiefern es hier Unterschiede zwischen Primarstufe und Sekundarstufe I gibt.

Gabriele Kaiser hat mit diesen Arbeiten auch substantiell zur Theoriebildung in der Mathematik-Didaktik beigetragen. Bereits im Rahmen der Pilotuntersuchung wurde ein theoretisches Konzept des Fachwissens und des fachdidaktischen Wissens von Mathematiklehrkräften entworfen und wurden darauf bezogene Messinstrumente konstruiert. Unter mathematischem *Fachwissen* subsumiert die Studie ein breites Spektrum mathematischer Sachverhalte, das von der operativen Beherrschung mathematischer Stoffe der Sekundarstufe über ein konzeptuelles Verständnis der diesen Stoffen zugrunde liegenden Mathematik („Elementarmathematik vom höheren Standpunkt“ im Sinne Felix Kleins) bis zum Verständnis nicht schulbezogener Universitätsmathematik reicht. Das *fachdidaktische Wissen* wurde in zwei Dimensionen konzeptualisiert. Es wurden lehrbezogene Anforderungen curricularer und unterrichtsplanerischer Art von lernprozessbezogenen Anforderungen unterschieden, die das Unterrichtshandeln von Lehrpersonen selbst betreffen. Die lernprozessbezogenen Anforderungen konzentrierten sich auf die didaktische Analyse von Schülerantworten. Dabei hat TEDS als erste Studie auch die *Modellierungskompetenz* von Lehrkräften substantiell in den Blick genommen (siehe Kaiser, Schwarz & Tillert, 2007; Schwarz, Wissmach & Kaiser, 2008; Kaiser, Schwarz & Tiedemann, 2010). Auch der *Argumentationskompetenz* von Mathematiklehrern wurde besondere Aufmerksamkeit gewidmet (siehe Schwarz, Leung, Buchholtz et al., 2008; Kaiser & Schwarz, 2009; Schwarz & Kaiser, 2009). Sowohl die fachinhaltlichen als auch die fachdidaktischen Aufgaben decken alle wesentlichen schulischen Themenfelder ab (siehe zu allem Blömeke, Kaiser, Schwarz et al., 2008; Döhrmann, Kaiser & Blömeke, 2010; Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2 Bände, 2010). In den Dimensionsanalysen, die an der deutschen Stichprobe durchgeführt wurden, konnten sowohl ein dreifaktorielles Modell, das Fachwissen und die beiden fachdidaktischen Dimensionen unterschied, als auch höherdimensionale, nach mathematischen Stoffen bzw. Tätigkeiten differenzierte Modelle angepasst werden. Sowohl der fachinhaltliche als auch der fachdidaktische Test erwiesen sich als ausbildungssensitiv (zum Vergleich dieser Konzeptualisierungen und der empirischen Resultate mit denen der unabhängig von TEDS-M durchgeführten Studie COACTIV siehe Kunter, Baumert, Blum et al., 2011).

TEDS-M ist neben COACTIV die einzige Studie, die Fachwissen und fachdidaktisches Wissen sowohl konzeptuell als auch empirisch trennt. Es ist wesentlich auch Gabriele Kaisers Verdienst als Fachdidaktikerin, dass die Studie so aufgebaut war und mit ihren sinnreich konstruierten fachnahen Aufgaben interessante Unterschiede zwischen verschiedenen Ländern bzw. verschiedenen Ausbildungsgängen ans Licht bringen konnte. So zeigten sich beträchtliche Unterschiede im professionellen Wissen der angehenden Lehrkräfte in Abhängigkeit vom jeweiligen Lehrerausbildungssystem. Auch stellte sich heraus, dass quantitative Unterschiede im fachdidaktischen Lehrangebot an Hochschulen mit unterschiedlichen Wissensausprägungen der Lehramtsstudierenden einhergehen. Allgemeiner konnte in TEDS-M gezeigt werden, dass es über unterschiedliche Bildungssysteme und curriculare Vorgaben hinweg offenbar ein gemeinsames Leitbild einer kompetenten Lehrkraft gibt, das die Ableitung von testbaren Leistungsindikatoren mit internationaler Gültigkeit erlaubt. Dies ermutigt zu weiteren solchen Studien, auch für andere Fächer.

Im Rahmen dieser vergleichenden Studien zum Lehrerwissen ist auch eine der jüngsten Promotionen in der Arbeitsgruppe Kaiser entstanden: „Strukturelle Zusammenhänge der professionellen Kompetenz von Mathematiklehramtsstudierenden“ von Björn Schwarz (abgeschlossen 2011; siehe Schwarz, 2011).

Die Ergebnisse der TEDS-Studie haben insbesondere in Deutschland großes öffentliches Interesse hervorgerufen. Dies wurde verstärkt durch ergänzende nationale, über das internationale Design hinausgehende Spezialstudien (wie z. B. eine Längsschnittstudie an fünf deutschen Universitäten, siehe Buchholtz, Blömeke, Kaiser et al., 2011). Zu dieser erfreulichen öffentlichen Resonanz hat Gabriele Kaiser mit zahlreichen Vorträgen und der Teilnahme an Informationsveranstaltungen wesentlich beigetragen. Dabei hat sie auch deutlich in bildungspolitischer Hinsicht Stellung bezogen, etwa beim Plädoyer für eine längere und fachlich fundiertere Ausbildung der Grund-, Haupt- und Realschullehrer. Insofern zeigt dieses Engagement exemplarisch einen Wesenszug von Gabrieles wissenschaftlichem Werk: Die enge Verbindung von Forschung und deren Anwendung auf die Praxis des Lehrens und Lernens an Schulen und Hochschulen.

4 Genderfragen und Mathematik

Mit ihrem Vortrag „Frau und Mathematik – Ein verdrängtes Thema der Mathematikdidaktik“ hat Gabriele Kaiser in Würzburg im März 1988 als Erste die Fachöffentlichkeit der GDM mit diesem Thema konfrontiert. Die internationalen Forschungsergebnisse, die sie dargestellt hat, und die daraus resultierende Notwendigkeit der Auseinandersetzung mit diesem Thema haben damals bei nicht wenigen Kolleginnen und Kollegen zunächst eine ablehnende Reaktion hervorgerufen. Dies, wie viele andere Herausforderungen in ihrem wissenschaftlichen Werdegang, hat sie nicht entmutigt, sondern im Gegenteil angespornt, die diesbezügliche Diskussion weiter voran zu bringen. Gemeinsam mit Christine Keitel und Cornelia Niederdrenk-Felgner hat Gabriele auf der folgenden Jahrestagung der GDM in Berlin im März 1989 offiziell einen neuen Arbeitskreis „Frauen und Mathematikunterricht“ angemeldet. Die Resonanz war nicht nur bei den Teilnehmenden der GDM bemerkenswert, sondern erregte sogleich auch öffentliches Aufsehen. Jutta Limbach, Senatorin für Justiz in Berlin und spätere Präsidentin des Bundesverfassungsgerichtes, empfing die Tagungsteilnehmerinnen und -teilnehmer im – noch alten – Reichstag und würdigte in ihrer Begrüßung eben diesen Arbeitskreis auf besondere Weise. Damit war der Arbeitskreis von Anfang an der GDM-Öffentlichkeit bekannt. Der Fall der Mauer war dann unvorhergesehen der historische Rahmen der ersten Sektionstagung dieses

Arbeitskreises, die vom 10. bis 12. November 1989 an der TU Berlin stattfand. Gabriele war die ersten sieben Jahre, also bis 1996, Sprecherin des Arbeitskreises. Sie hat sich auch danach für diesen engagiert (u. a. nochmals als Leiterin 2004-06) und seine Auseinandersetzung mit der Gender-Thematik der deutschsprachigen Öffentlichkeit weiterhin zugänglich gemacht.

Ihre im Zentralblatt für Didaktik der Mathematik erschienenen Artikel „Frau und Mathematik – ein verdrängtes Thema der Mathematikdidaktik“ (1989) und „Analysen zu Frauen und Mathematik“ (1994) haben dazu wesentlich beigetragen. Auch bei Veröffentlichungen des Arbeitskreises hat sie entscheidend mitgewirkt, etwa 1999 mit ihrem Artikel „Gleichheit im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht.“

Ausgangspunkt der Auseinandersetzung mit dem Thema „Frauen und Mathematik“ war die im Vergleich zu Männern geringere Präsenz von Frauen an mathematischen Ausbildungsgängen und Positionen, sowie ihre partiell auftretenden geringeren Leistungen in Mathematik. Dies wird auch bei dem Titel von Gabrieles GDM-Vortrag deutlich. Erklärungen und Änderungsvorschläge für diese Distanz zum Fach wurden von unterschiedlichen Positionen aus entwickelt. Gabriele vertritt hier eher die sozialisationstheoretischen und feministischen Ansätze. Zugleich ist die Diskussion seit Mitte der 1990er Jahre auch wesentlich durch Arbeitsrichtungen jenseits der Mathematikdidaktik beeinflusst worden, in denen die dichotomischen Kategorien „Frauen/Männer“ hinterfragt wurden. Das Verständnis der Kategorie Geschlecht (engl. Gender) hatte sich grundlegend verändert: von essentialistischen hin zu konstruktivistischen Entwürfen. Geschlecht wurde damit zunehmend auch aus soziologischer Perspektive, als gesellschaftlicher Ordnungsgesichtspunkt, beschrieben. Auch mit dieser Diskussion hat Gabriele sich auseinandergesetzt und vor diesem Hintergrund „Mathematik und Gender“ als Titel der Schriftenreihe des Arbeitskreises „Frauen und Mathematik“ zugestimmt. Im Namen des Arbeitskreises, seiner Publikationsreihe und auch Gabrieles Veröffentlichungen spiegeln sich diese Entwicklungen.

Auch im internationalen Rahmen hat Gabriele sich aktiv an der Diskussion zum Thema „Gender and Mathematics“ beteiligt. Auf dem siebten International Congress on Mathematical Education (ICME-7) im August 1992 in Québec hat sie gemeinsam mit Pat Rogers die Sektion der International Organisation of Women and Mathematics Education (eine der drei anerkannten Affiliated Study Groups von ICMI) geleitet. Diese Zusammenarbeit hat sich als äußerst fruchtbar erwiesen und zur gemeinsamen Herausgabe des Buches „Equity in Mathematics Education“ geführt (Rogers & Kaiser, 1995). Diese Veröffentlichung, für die renommierte Frauen aus der Mathematikdidaktik wie Leone Burton, Barbro Grevholm, Gila Hanna oder Gilah Leder einen Beitrag geschrieben haben, wird international auch heute noch als ein Standardwerk zu diesem Thema betrachtet. In diesem Band diskutieren die beiden Herausgeberinnen in ihrer Einleitung feministische Ansätze zur Geschlechterforschung, etwa das von Peggy McIntosh (1983) entwickelte Modell zur Beschreibung von Wissenschaftskultur, und setzen diese Überlegungen im Hinblick auf Geschlechterfragen in der Mathematik fort. In ihrem Beitrag „Women’s Ways of Knowing – Ein anderer Ansatz zur Geschlechterdiskussion in der Mathematik“, der 1999 in einem von Doris Janshen herausgegebenen Sammelband erschienen ist, macht Gabriele diese Gedanken auch der deutschen Öffentlichkeit zugänglich. Sie versucht zudem, Ergebnisse der Third International Mathematics and Science Study (TIMSS), die geschlechtsspezifische Unterschiede konstatieren, vor diesem Hintergrund zu erklären. Sie greift dazu einen Ansatz von Belenky zu frauenspezifischen Arten des Denkens auf, wendet diesen auf das Lernen von Mathematik an und beschreibt Konsequenzen für den Mathematikunterricht. In ihrem Beitrag „Feminist Frameworks for Researching Mathematics“ stellt sie diese Überlegungen international auf der gemeinsamen Tagung von PME und PMENA in Honolulu 2003 zur Diskussion.

Auch die zweite Promotion, die von Gabriele Kaiser betreut worden ist (Rita Borromeo Ferri, abgeschlossen 2004), gehört in diesen Rahmen, denn sie war vom Ansatz her als Studie zu Geschlechterunterschieden beim mathematischen Problemlösen geplant. Der Fokus dieser Dissertation hat sich allerdings dann stärker zu kognitionspsychologischen Fragen des mathematischen Denkens und Handelns verlagert (siehe Borromeo Ferri, 2004).

Auch in ihren aktuellen Forschungen zur Lehrerbildung (Blömeke & Kaiser, 2010) denkt Gabriele die Kategorie Geschlecht mit. Auf Deutsch hat sie diese Ergebnisse bezogen auf Grundschullehrkräfte gemeinsam mit Sigrid Blömeke in der Festschrift für Hans-Dieter Rinkens veröffentlicht (Blömeke & Kaiser, 2011). Der Thematik „Gender und Mathematik“ national und international die nötige Aufmerksamkeit verschafft zu haben, ist ganz wesentlich Gabrieles Verdienst. Ohne ihre Beharrlichkeit hätte die deutschsprachige Mathematikdidaktik diesen gesellschaftlich zweifellos relevanten Themenbereich womöglich noch viel länger ausgeblendet.

5 Internationale Vergleichsuntersuchungen zum Mathematikunterricht

Eine starke *internationale Orientierung* ist ein Kennzeichen von Gabriele Kaisers Forschungsarbeit, was in dieser Einleitung bereits an vielen Stellen deutlich geworden ist. Fast allen Facetten ihres wissenschaftlichen und wissenschaftspolitischen Wirkens ist eine internationale Perspektive inhärent. Darüber hinaus hat sie in umfangreichen Projekten internationale Vergleiche explizit zum Gegenstand ihrer Forschung gemacht. Drei bedeutsame Schwerpunkte lassen sich in ihren explizit vergleichenden Forschungsarbeiten ausmachen: internationale Leistungsvergleiche, der Vergleich von Unterrichtswirklichkeit in verschiedenen Ländern und der Vergleich von Lehrerbildung aus internationaler Perspektive. Dies sind Bereiche, die inhaltlich sichtbar aufeinander bezogen sind und für die wechselseitige Erklärungen dennoch sehr komplex sind. Gerade diese Herausforderung mag Motivation und Ansporn für ihre international vergleichenden Arbeiten gewesen sein. Da auf Gabrieles Forschungen zu Lehrerbildung und Lehrerprofessionalität bereits in Abschnitt 3 ausführlich eingegangen worden ist, konzentrieren wir uns an dieser Stelle auf die anderen beiden Schwerpunkte.

Schon in den frühen achtziger Jahren entstand durch mehrere Tagungen im angelsächsischen Raum wie auch durch die Aufarbeitung der internationalen Diskussion im Rahmen ihrer Promotion Gabrieles Interesse an transnationalen Vergleichen. In einem gemeinsamen Projekt der Universitäten Kassel und Exeter, das Ende der achtziger Jahre von Werner Blum, Gabriele Kaiser und David Burghes initiiert worden war, arbeitete Gabriele von Anfang an zu beiden Schwerpunkten: deutsch-britische Leistungsvergleiche und Vergleiche der Unterrichtswirklichkeit in den beiden Ländern. Die als Langzeitstudie angelegten quantitativen Leistungsvergleiche von deutschen und englischen Lernenden in den Klassen 7-10 haben zu einer Fülle interessanter Ergebnisse geführt, die in zahlreichen Publikationen dokumentiert sind und vor allem in England große öffentliche Resonanz hervorgerufen haben. Ein wesentliches Ergebnis war die Überlegenheit deutscher Lernender in den stark algorithmisch geprägten Inhaltsbereichen der Arithmetik und Algebra, während englische Lernende Vorteile in Geometrie und bei realitätsbezogenen Aufgaben hatten (siehe u. a. Kaiser & Blum, 1993; Blum, Burghes, Green & Kaiser-Meßmer, 1994; Kaiser & Blum, 1994; Kaiser, 1995; Kaiser, Blum & Wiegand, 1998). Diese Ergebnisse konnten vor dem Hintergrund der von Gabriele durchgeführten umfangreichen qualitativen Unterrichtsvergleiche von deutschem und englischem Mathematikunterricht interpretiert werden (siehe etwa Kaiser, 1997, 2002). Die insbesondere von Gabriele forcierte

Verbindung quantitativer und qualitativer Methoden im Rahmen des Kassel-Exeter-Projekts ermöglichte nicht nur ein tieferes Verständnis für beobachtete Leistungsunterschiede, sondern bot auch Anregungen für mögliche Veränderungen (Kaiser, 1997, 2001).

Mit ihrer qualitativen Vergleichsstudie zur Unterrichtswirklichkeit von Mathematikunterricht in England und Deutschland (Kaiser, 1999, 1998 und 1997) hat sie außerdem eine empirische Grundlage geschaffen, um aus fachdidaktischer Sicht über kulturelle und länderspezifische Besonderheiten von Mathematikunterricht zu reflektieren. Auf der Basis von über 300 Unterrichtsstunden konstatiert sie in ihren Vergleichen, in denen sie die Idealtypenbildung nach Max Weber als methodischen Kunstgriff anwendet, länderspezifische Unterrichts- und Fachkulturen. Sie beschreibt substantielle Unterschiede in der Lehr-Lern-Praxis des Mathematikunterrichts beider Länder und interpretiert die von ihr herausgearbeiteten Unterschiede vor dem Hintergrund verschiedener Bildungstraditionen und -philosophien. So hat sie mit der explizit fachdidaktischen Ausrichtung ihrer Arbeit einen innovativen Beitrag zur Vergleichenden Erziehungswissenschaft geliefert.

In der Mathematikdidaktik betrat sie mit diesem Ansatz in den neunziger Jahren Neuland, jedenfalls in Deutschland. Ihre Arbeit kann daher als Auslöser für weitere mathematikdidaktische Untersuchungen gesehen werden, in denen zugleich eine fachdidaktische und eine international vergleichende Perspektive eingenommen wird. Ein Beispiel ist die Dissertation von Christine Knipping (abgeschlossen 2002; siehe Knipping, 2003), Gabriele's erster Doktorandin, zu „Beweisprozessen in der Unterrichtspraxis“. Darin werden Unterrichtsprozesse zum Beweisen in Frankreich und Deutschland unter fachdidaktischen Gesichtspunkten analysiert und verglichen. Auch in der Arbeit von Maike Vollstedt, einer weiteren Doktorandin von Gabriele, „Sinnkonstruktionen im Kontext schulischen Mathematiklernens in Deutschland und Hongkong“ (abgeschlossen 2010; siehe Vollstedt, 2011), werden Schülerperspektiven von Lernprozessen unter kulturellen und fachdidaktischen Gesichtspunkten verglichen.

Für die fachdidaktische Ausrichtung und Bedeutung von internationalen Vergleichsstudien hat sich Gabriele an zahlreichen Stellen, insbesondere auch international stark gemacht. Internationale Aufmerksamkeit hat ihr Ansatz insbesondere durch den von ihr gemeinsam mit Eduardo Luna und Ian Huntley herausgegebenen Sammelband „International Comparisons in Mathematics Education“ (1999) erhalten. Zeitgleich mit der Veröffentlichung der TIMSS-Ergebnisse hat sie dadurch eine wertvolle wissenschaftliche Diskussion zum Nutzen und zu Grenzen internationaler Vergleichsstudien angeregt. Ein wesentlicher Teil der Beiträge in diesem Band stammt von Fachleuten, welche an den groß angelegten Vergleichsstudien seit Ende der 70er Jahre beteiligt waren. Der zweite Teil des Bandes umfasst Beiträge, in denen grundlegende Fragen internationaler Vergleichsstudien kritisch aufgegriffen werden. Auch an dieser Diskussion hat sich Gabriele substantiell beteiligt (siehe auch Kaiser, 2000).

Es ist zudem Gabriele's Verdienst, der mathematikdidaktischen Öffentlichkeit regelmäßig den Stand internationaler Vergleichsuntersuchungen zum Mathematikunterricht und zu spezifischen mathematikdidaktischen Aspekten zugänglich gemacht zu haben (Kaiser, 2002; Kaiser, Leung, Romberg & Yaschenko, 2003; Kaiser & Sriraman, 2006). Die Herausgabe der Themenhefte „Modelling perspectives from around the world“ im Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (Sriraman, Kaiser & Blomhøj, 2006; Kaiser, Sriraman & Blomhøj, 2006) ist ein weiteres Beispiel dafür.

Ihr fachdidaktisch kulturvergleichender Ansatz ist international insbesondere auch durch ihren Beitrag zu der ICMI Comparative Study wahrgenommen und anerkannt worden. Aufbauend auf ihre eigenen Unterrichtsvergleiche und den Arbeiten von Hino und Knipping legt sie dort gemeinsam mit ihnen (siehe Kaiser, Hino & Knipping, 2006) einen Analyserahmen vor, der es

erlaubt, östliche und westliche Traditionen von Mathematikunterricht aus mathematikdidaktischer Perspektive zu vergleichen. Diesen Rahmen adaptiert und nutzt sie auch gemeinsam mit Jun (Jun & Kaiser, 2005), um Mathematikunterricht in Korea in ihre Vergleiche einzubeziehen. Die von Gabriele unter mathematikdidaktischen Fragestellungen betrachteten äußerst diversen Unterrichtskontexte und Praktiken bieten Einsichten in mathematische Lehr- und Lernprozesse, die ohne diese vergleichende Perspektive nicht denkbar wären. Auch die Arbeit Cai, Kaiser, Perry & Wong (2009) nimmt eine international vergleichende Sichtweise zum Mathematikunterricht aus Lehrersicht ein. Aktuell zeigt der Band Li & Kaiser (2011) in eindrucksvoller Weise Gabrieles herausragende Position, wenn es um internationale Perspektiven in der Mathematikdidaktik geht.

6 Mathematiklernen im Kontext sprachlicher und interkultureller Einflüsse

Die langjährige Auseinandersetzung von Gabriele Kaiser mit internationalen Vergleichsuntersuchungen stellte eine gute Basis für eine weitere Arbeitsrichtung dar, welche sich in der Anfangszeit an der Universität Hamburg durch die Zusammenarbeit mit Ingrid Gogolin entwickelte. Die Expertise der beiden Professorinnen in ihren Bereichen mündete in ein bewilligtes DFG-Projekt mit dem Titel „Mathematiklernen im Kontext sprachlich-kultureller Diversität“.

Ausgangspunkt für dieses Projekt war (und ist aktuell immer noch) die insbesondere durch Migration entstandene sprachlich-kulturelle Heterogenität von Schülerinnen und Schülern, die einen wesentlichen Kontextfaktor mathematisch-naturwissenschaftlicher Bildung darstellt (vgl. den Bericht Gogolin et al., 2004). In den theoretischen und konzeptionellen Entwicklungen wie auch in der Praxis des Unterrichts blieb dieser Aspekt weitgehend unbeachtet, wobei auch weitere Kontextbedingungen, etwa Emotionen, Überzeugungen und Motivationen für das Lernen unterschätzt worden sind. Die zentrale Forschungsfrage des Projekts war, ob sich die sprachlichen und kulturellen Erfahrungen von Jugendlichen mit Migrationshintergrund in ihrer Art und Weise, mathematische Aufgabenstellungen zu bewältigen, abbilden lassen. Die zugrunde liegende Frage bezieht sich auf die ‚mathematische Literalität‘, die sich in Abhängigkeit von der konkreten sprachlichen und kulturellen Praxis entwickelt, in die ein Mensch sozialisiert wird. Gabriele Kaiser und Ingrid Gogolin sind von unterschiedlichen Zugriffsweisen auf mathematische Aufgabenstellungen ausgegangen, wobei die Unterschiede sich auf der Ebene der Verbalisierung mathematischer Problemstellungen systematisch abbilden lassen sollten. Untersucht werden sollten u. a. einsprachig und ohne Migrationshintergrund aufgewachsene Jugendliche und zweisprachig aufgewachsene Jugendliche mit Migrationshintergrund.

Ein zentrales Ergebnis dieser Studie war, dass Lernende mit Deutsch als Zweitsprache beim Reproduzieren des mathematischen Sinns von Aufgaben mehr Zeit zur Klärung sprachlicher Detailmerkmale benötigten als die einsprachig Gleichaltrigen (siehe auch den Beitrag von Gogolin in diesem Band). Letztere ließen irrelevante sprachliche Teile der Aufgabe vorwiegend unbeachtet und gewannen mehr Zeit für mathematische Aktivitäten. Schülerinnen und Schüler mit Deutsch als Zweitsprache hingegen erschlossen sich den Sinn der sprachlichen Darbietung kleinschrittig und gingen erst danach zum mathematischen Arbeiten über (siehe Deseniss & Kaiser, 2003; Kaiser, 2003; Schütte, Gogolin & Kaiser, 2005; Kaiser & Schwarz, 2003). Auch weitere Einflussfaktoren konnten in der Studie rekonstruiert werden, so natürlich u. a. auch die fachliche Leistungsfähigkeit in Mathematik oder auch der Einfluss des Elternhauses (Hawighorst & Kaiser, 2010).

Der interkulturelle Blick blieb auch nach Beendigung dieses Projekts ein wichtiges Merkmal von Gabriele Kaisers Aktivitäten. Dies verdeutlichen die vielen Publikationen zu kulturellen Vergleichen, insbesondere mit asiatischen Staaten, oder die Herausgeberschaft von Büchern mit asiatischen Kolleginnen und Kollegen in den letzten fünf Jahren (siehe auch den Abschnitt 5). Erfreulich ist die jüngst geplante Fortsetzung des ersten Projekts mit Ingrid Gogolin. Die weiteren Forschungen in diesem Bereich sollen insbesondere auch der Unterrichtswirklichkeit noch näher kommen.

Im Rahmen des Forschungsprojekts „Mathematiklernen im Kontext sprachlich-kultureller Diversität“ ist auch die Dissertation von Marcus Schütte mit dem Titel „Sprache und Interaktion im Mathematikunterricht der Grundschule - Zur Problematik einer Impliziten Pädagogik für schulisches Lernen im Kontext sprachlich-kultureller Pluralität“ entstanden (siehe Schütte, 2009). Somit hat Gabriele Kaiser auch in diesem Arbeitsgebiet entscheidende Beiträge geleistet, die ihr national und international viel Anerkennung gebracht haben.

Literatur¹

- Borromeo Ferri, R. (2004). *Mathematische Denkstile*. Hildesheim: Franzbecker.
- Borromeo Ferri, R. (2011). *Wege zur Innenwelt des Mathematischen Modellierens*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.
- Busse, A. (2009). *Umgang Jugendlicher mit dem Sachkontext realitätsbezogener Mathematikaufgaben*. Hildesheim: Franzbecker.
- Döhrmann, M. (2005). *Zufall, Aktien und Mathematik: Vorschläge für einen aktuellen und realitätsbezogenen Stochastikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker.
- Euba, W. (2011). *Vernetzungen bei mathematischen Lernprozessen*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.
- Gogolin, I. et al (2004). *Abschlussbericht an die DFG zum Forschungsprojekt „Mathematiklernen im Kontext sprachlich-kultureller Diversität“*. Universität Hamburg.
- Knipping, C. (2003). *Beweisprozesse in der Unterrichtspraxis – Vergleichende Analysen von Mathematikunterricht in Deutschland und Frankreich*. Hildesheim: Franzbecker.
- Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S. & Neubrand, M. (Hrsg., 2011). *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften – Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV*. Münster: Waxmann.
- Maaß, K. (2004). *Mathematisches Modellieren im Unterricht*. Hildesheim: Franzbecker.
- McIntosh, P. (1983). *Phase Theory of Curriculum Reform*. Wellesley: Center for Research on Women.
- Schmidt, W. H., Tatto, M. T., Bankov, K., Blömeke, S., Cedillo, T., Cogan, L. et al. (2007). *The preparation gap: Teacher education for middle school mathematics in six countries – Mathematics teaching in the 21st century (MT21)*. East Lansing, MI: MSU Center for Research in Mathematics and Science Education.
- Schütte, M. (2009). *Sprache und Interaktion im Mathematikunterricht der Grundschule*. Münster: Waxmann.
- Schwarz, B. (2011). *Strukturen von Lehrerprofessionswissen*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.

¹ Zur Literatur mit Gabriele Kaiser als (Ko-)Autorin siehe das Publikationsverzeichnis am Ende des Bandes. Uneindeutigkeiten bei den Jahreszahlen im obigen Beitrag sind der Größe des Werks geschuldet.

- Vollstedt, M. (2011). *Sinnkonstruktion und Mathematiklernen in Deutschland und Hongkong: Eine rekonstruktiv-empirische Studie*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.
- Vorhölter, K. (2009). *Sinn im Mathematikunterricht. Zur Rolle von mathematischen Modellierungsaufgaben bei der Sinnkonstruktion von Schülerinnen und Schülern*. Opladen: Budrich.
- Weitendorf, J. (2007). *Realitätsbezüge im Analysisunterricht – Unterrichtliche Vorschläge und ihre Evaluation*. Hildesheim: Franzbecker.

Teacher-researcher: A Brief Look at Gabriele Kaiser's Path through Mathematical Modelling for Education

Maria Salett Biembengut, Pontificia Universidade Católica - PUCRS, Brazil

In this article, I express, in a synthetic way, ideas and proposals from the German teacher-researcher Gabriele Kaiser about Mathematical Modelling for Education. In order to comprehend her research work, the data was obtained through two approaches: indirect, by means of 6 articles published by her or in co-authorship; and direct, by means of an interview. The essence of the 6 article summaries resides in the recognition of the context in which each research object is inserted and in the appreciation of the interactions and integrations of the facts and the people involved. The points raised suggest how much she has experimented, innovated, contributed to new productions, to new ways of teaching and conceiving modelling. The findings and propositions pointed out in each of these articles, not only provide us with a deeper view of the situation, but also, allow us to redefine the means to adapt them to our educational actions, and mark one more way in our knowledge map.

1 To begin with

What moment does a teacher become a researcher? We become teachers, not always because of an innate talent, like an artist or an inventor, but by circumstances that guide us to choose an area that interests us more during our Basic Education. When we take a course on Teacher Education, we experience the years of this 'education' by 'receiving' content, sometimes without even noticing these knowledge guidelines and the meanings in their composition. Under these terms, we adapt ourselves to the circumstances, and many times, without experimenting, without renewing, without perceiving the masterful value of teaching kids and teenagers from Basic Education.

As soon as we have received the title 'teacher', we look for the tool to perform our role: a textbook and we start to teach the same way we were taught, because, supposedly, it is the way to follow. And when we see ourselves in front of uninterested students that do not notice any need in acquiring this academic knowledge, and present deficient results in exams, we may question ourselves: how to convince, motivate, and instigate the students' interest about something we suppose we know about?

The educational structure in all levels has a curriculum organized in many subjects, and each one of these subjects is under the responsibility of a teacher, a fact that hinders any significant changes in the students' formation. In this structure, the teacher has little or almost no availability to meet other teachers of similar subjects with the aim of organizing a proposal that efficiently brings academic formation (Biembengut, 2009). Therefore, the teacher keeps on playing with his/her techniques and strategies, and is sometimes led to do some innovative attempts just by his/her virtuosity.

A possible change in this direction, with regard to the current educational structure, can be found in that teacher who dares not to follow the way his/her ancestors acted and dares not to reproduce the same procedures and models in teaching. This daring teacher, in the interaction with students, can teach and also learn, since this interaction can bring up interesting issues that give them a boost to find the answers. When this teacher tries to hit the meaning of the elements that may bring up the students' interest to learn, his/her imagination is challenged,

making apparent the potentialities, and thus, leading him/her to create a real educational project. Such a project prompts the students to change themselves in a melody of freedom, to express their potentialities and the ideals that make them dignified. In these surroundings, this teacher, without even realizing it, learns how to research and carry out research to teach, in a cyclical process, contributing towards the improvement of the educational practice.

Doubtless, one of these special teachers who has dared is Gabriele Kaiser, one of the most remarkable researchers in the international community of mathematical modelling for Education. She chose to be a teacher because she wanted 'to change the world'. After working in the documentation system for three years with her father, she decided to work with something related to mathematics to provide students with better learning opportunities. This wish led her through her path in mathematical modelling research, especially by allowing us to have an important theoretical base.

The idea of research focuses on the possibility of comprehending a phenomenon, a fact, so that, it is possible to discover ways to change, to improve, to predict or create something related to the phenomenon or fact in question. Each piece of research may be inserted in a preexisting network and its value is related to its contribution in this network, the production of new objects, new techniques, new spaces, new directions, new knowledge, and yet, changing the relationship among people and the means, processes or circumstances. This has been the work of Gabriele Kaiser, since 1974, that deserves to be bowed. But *how can one express her special contribution to the mathematical modelling for Education area from a little sample of her professional trajectory?* I have a daring objective: to comprehend and express in a concise way the ideas and proposals of the German teacher-researcher Gabriele Kaiser about mathematical modelling for Education.

2 Outlined ways to know

The Mathematical Modelling for Educational activities carried out by Gabriele Kaiser became so significant to the international community of Math Education that I judge it relevant to report. Her history is not an isolated case, it is indeed the history of many teachers that are touched by school life and so become masters, teacher-researchers that pursue this way in spite of all adversities. In order to comprehend her research, the data was collected in two ways: by means of published articles and by means of an interview.

- As an indirect approach, I took a sample of 6 articles, from which 4 were published in books of the International Conference of Teachers of Modelling and Applications – ICTMA by Gabriele herself or in co-authorship, because I consider ICTMA an important arena of discussion and presentation of important research results.

- As a direct approach, I interviewed Gabriele Kaiser when she came to visit us at the Reference Center for Mathematical Modelling in Teaching (CREMM), in Brazil, in March, 2011. Part of the data collected by means of this interview will not be reported here, since there is information about her trajectory in the introductory chapter of this book. Nevertheless, this data shed some light in perceiving her movements through modelling.

The act of reading and comprehending this sample of Kaiser's published pieces of research and the talk we had for some hours provided me with the opportunity of knowing her and admiring her, even more. Unfortunately, the limited space in this article, does not permit the expression of all her contributions for mathematical modelling in Education during these past decades. It is known that each person and the way s/he presents her/himself is the result of history, the

collection of facts, ways, and experiences lived each day, at each moment, at each place, with each human being (Biembengut, 2008). Therefore, it is not possible to express all of Gabriele's history, all the interactions she had with other people and the environment, her choices, her decisions, her contributions.

3 Summaries of some of her important pieces of research

In this section, I present the summaries of 6 published pieces of research. These works can be considered a small sample of Kaiser's publications. It is important to highlight that the article citations are presented along with the summaries in quotes, without having reference to the page numbers and also, when the article was published in co-authorship, I present just the last name of the authors. In each article I sought to understand the objectives of the research, the methodology implemented and the results. Last but not least important, this is an attempt at expressing the way I see and comprehend Gabriele's work.

The essence of these summaries resides in the recognition of the context in which each research object is inserted and in the appreciation of the interactions and integrations among those facts and the people involved. It is indeed expected that this sample, abbreviated by issues of space, may work as a map outline and/or a reference in such a way that inexperienced researchers can trace their route through the development of mathematical modelling.

1. In the paper *Modelling in calculus instruction – empirical research towards an appropriate introduction of concepts* (1986), Kaiser shows that the modelling process allows teachers to introduce mathematical topics and techniques and also helps the students develop the ability of using these topics and techniques. Her proposal emerged from one modelling conception that presupposes that modelling in mathematics instruction is not appropriate to introduce mathematical concepts, but to improve the students' ability to apply these concepts in real world situations. Empirical data was obtained from almost 150 students (17 years old), during nine classes. These students were divided into four courses (C_1), in which Derivative was the mathematical concept chosen, and defined as the limit of the difference quotient. C_1 : the difference quotient was introduced as rate of change in several real world examples; the concept of the derivative was developed and interpreted as local rate of change within a continuous real world situation; C_2 : the concept of the derivative was presented in a different terminology, but not interpreted in real situations; C_3 : the difference quotient and the derivative were developed out of the local geometrical problem of the secant and the tangent line with detailed graphical illustrations; and C_4 : the global conceptions were emphasized by graphical differentiation, development of the derivative along the problem of secant and tangent line, and followed global examinations of functions. As results, Kaiser points out that "the introduction of mathematical concepts and methods in real world situations and the practice of their use in real world context can promote and facilitate their application in modelling examples. But, it is needed adequate methodological procedures".
2. In *Survey of the present state, recent developments and important trends of modelling and application in FR Germany* (1989), Kaiser describes three trends of modelling and applications in the German educational debate, and comments on curriculum projects and material for application and modelling in mathematics teaching, which have been established since the mid 1970s. These trends lead to some goal achievements such as promotion of abilities to master everyday life and situations from the other subjects of science; teaching of abilities to do modelling and to apply mathematics; increasing students' motivation to do mathematics; promotion of creativity or problem solving abilities; and showing a balanced pic-

ture of mathematics as a cultural and social phenomenon. Kaiser comments on the syllabuses and the schools situation regarding application and modelling, in two types of school: lower secondary level (aged 11-16) and upper secondary level (aged 16-19). As results, in the lower secondary level, the focus of applications are usually taken from business and commerce; in few syllabuses, there is prescribed application; in some other schools, the "syllabuses strive to assign a higher status to practical applied arithmetic and to introduce extra-mathematically structured teaching". In the upper secondary level, some syllabuses are limited to subject matter catalogues, with a few referring to application and modelling; others emphasize the need to integrate application and modelling examples, and to encourage projects. Kaiser stated that there are differences in acceptance to teach through applications and modelling in schools, essentially because of the crowded syllabus and the higher demands of application and modelling examples. Kaiser expects that there will be a "growing awareness of the necessity to transfer to high level education discussion, in pre-service and in-service teacher training".

3. In the paper *Results from a comparative empirical study in England and Germany on the learning of mathematics in context* (1995), Kaiser presents comparative case studies, in which the empirical data come from five groups of students (aged 14-16) from secondary schools from England (two groups: 28 students), and Germany (three groups: 27 students). The English school knowledge tradition, at that time, could be described as humanistic, based on the principles of morality, individualism, and specialism; while the German school knowledge tradition could be characterized as encyclopedic as well as naturalist. The main results described depart from three approaches comparing the Math teaching in England and Germany: (1st) remarkable differences concerning teaching styles and teaching contents; (2nd) attitudes towards mathematics; (3rd) achievement in real-world examples and concept comprehension. She concludes by saying that although there were significant differences concerning dominant teaching style, teaching contents, and relevance of real-world problem, the differences in the attitudes and achievements seen were smaller than expected. Both groups had difficulties to solve real problems. This data allowed her to continue a "longitudinal study aiming to examine the developments of mathematical knowledge of larger samples of students in both countries at the end of their compulsory schooling". This role of application and modelling in both educational systems was an important chapter of her thesis.
4. In the paper entitled *Modelling and Modelling competencies in school* (2007), Kaiser presents a research report derived from empirical data of upper secondary level students (aged 16-18 years). This research comes from a project designed by two Departments of the University of Hamburg, Mathematics and Education, that aims at establishing a link between university and school, enabling future teachers to implement modelling processes in mathematics teaching in their professional work. One of the main goals of this modelling project is to foster the future teachers and students' competence for carrying out the modelling process and analyzing their respective competencies from the course with some proposals. In order to achieve such a goal, first, the future teachers should become familiar with modelling examples, and learn competencies during the course of their studies. The population who participated in the study was 132 students from 11 courses. Kaiser applied a test on the 8 competencies: "making simplified assumptions concerning the real world problem, clarifying the goal, formulating, assigning variables, parameters and constants, mathematical formulation, selecting the model, using charts, going back to the situation and interpreting the solution". This application happened in two moments: after the first modelling unit, 57 students from 10 different courses participated; and after the second modelling unit, 75 students from 7 different courses took part. The results showed different competency levels,

positive and negative for all areas of competencies. For instance, ‘formulating the problem’ showed loss in performance. However, “balance between different approaches has to be improved with the coming repetition of the project”.

5. In the paper *Future teacher’s professional knowledge on modelling* (2010), Kaiser, Schwarz and Tiedemann present findings of their analysis about future teachers’ competencies. Teachers were evaluated in their knowledge of mathematics, mathematics pedagogy, and educational psychology. The authors refer to the theoretical framework of the project ‘Mathematics Teaching in the 21st Century (MT21)’ and ‘Teacher Education and Development Study: Learning to Teach Mathematics (TEDS-M)’, in which “modelling plays an important role, but only as one cognitive activity among others”. This a case study; an open-ended questionnaire was used in the areas of ‘modelling and real world context’ and ‘argumentation and proof’. It had 7 items, each item capturing several areas of knowledge and related beliefs. First, 80 future math teachers participated by answering the questionnaire. And, 20 of them participated on a voluntary basis, by answering a more detailed questionnaire and a problem-centered guided interview. Three of the 20 future teachers were chosen to participate in the last part of the case study. They were evaluated according to quantitative content analysis methods: mathematical knowledge, pedagogical content in math, and general pedagogy focused on modelling.
6. In the article *Theoretical approaches and examples for modelling in mathematics education* (2010), Kaiser, Lederich and Rau present different theoretical conceptions of mathematical modelling for education from the international community and describe some modelling examples showing the great variety of approaches. Kaiser, in 1986, already showed various perspectives on modelling, for example, two of them: pragmatic and scientific-humanistic. In 1995, she classified the goals for the teaching of applications and modelling in: pedagogic, psychological, subject-related, and science-related. Kaiser and Sriraman, in 2006, extended these perspectives, which were modified by Kaiser et al in 2007. These various perspectives are denominated: realistic or applied modelling, model eliciting approaches/contextual modelling, educational modelling, social-critical and socio-cultural modelling, epistemological or theoretical modelling, and cognitive modelling “described as a kind of meta-perspective”. Following, Kaiser, Lederich and Rau explained these perspectives by presenting various modelling examples that were applied with students from the upper secondary level, and they comment on the students’ results.

4 Subtle reflection upon these works

By reading this sample of articles, it is observable that Gabriele Kaiser follows two lines of research: applied (empirical data obtained through classroom practice) and theoretical. These lines complement each other in different expressions. In each work, Kaiser, herself or with colleagues, presents and formulates on the conditions upon which the facts or educational issues occur. The existent connections between the involved factors represent, in a certain way, the universe of the researcher’s perceptions. It means, that it is her unique way of perceiving and interpreting a value in a researched phenomenon or fact, of identifying the main variable and constant elements, of making explicit their relations and formulating the conditions upon observation, and yet, displaying the data in a setting. This setting is constituted by means of readings made by other teacher-researchers, and is fulfilled with sense and meanings by each person that makes use of it.